HAL
open science

# Effet d'un champ magnétique externe sur la convection naturelle dans une enceinte rectangulaire tridimensionnelle

Farid Berrahil, Smail Benissad, Kamel Talbi, Abdelouahab Bouttout

## To cite this version:

Farid Berrahil, Smail Benissad, Kamel Talbi, Abdelouahab Bouttout. Effet d'un champ magnétique externe sur la convection naturelle dans une enceinte rectangulaire tridimensionnelle. JITH 2007, Aug 2007, Albi, France. 5p. hal-00156640

**HAL Id: hal-00156640**

**https://hal.science/hal-00156640v1**

Submitted on 29 Aug 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# EFFET D'UN CHAMP MAGNÉTIQUE EXTERNE SUR LA CONVECTION NATURELLE DANS UNE ENCEINTE RECTANGULAIRE TRIDIMENSIONNELLE

Farid BERRAHIL, Smail BENISSAD, Kamel TALBI, Abdelouahab BOUTTOUT
Département de Génie Mécanique. Laboratoire d'Energétique Appliquée et de Pollution
Université Mentouri-Constantine, Route de Ain El Bey, Constantine 25000, ALGERIE.
*F_berrahil2002@yahoo.fr, benyesaad@umc.edu.dz, bouttout@yahoo.fr*

**Résumé :** Cette étude porte sur l'écoulement magnétohydrodynamique (MHD) d'un métal liquide dans une cavité rectangulaire différentiellement chauffée pour un nombre de Grashof $Gr=10^6$ et une gamme du nombre de Hartmann variant de 0 à 100. Les effets d'un champ magnétique constant sur l'écoulement de la convection naturelle sont étudiés numériquement par la solution des équations tridimensionnelles de Navier Stokes et l'équation d'Ohm. L'augmentation de l'intensité du champ magnétique appliqué selon la direction vertical *y*, mène à plusieurs changements fondamentaux sur les propriétés des champs d'écoulement et de température et l'écoulement perd ainsi progressivement son intensité.

**Mots clés :** Convection tridimensionnelle. Magnétohydrodynamique. Force de Lorentz. Champ magnétique.

## 1. INTRODUCTION

Le contrôle de l'écoulement de la convection naturelle d'un métal liquide dans un bain fondu durant le processus de la croissance cristalline est d'un immense intérêt afin d'obtenir des cristaux de bonnes qualités [1]. Dans une cavité rectangulaire différentiellement chauffée de type configuration de Bridgman horizontale, le gradient horizontal de la température entre le front de solidification et la phase liquide entraîne des écoulements oscillants pour des écarts importants de températures. Ces écoulements peuvent causer des inhomogénéités dans la distribution des concentrations de dopant appelées striations et ségrégations [2,3]. Ces inhomogénéités nuisent à la qualité du cristal formé. Pour avoir des cristaux de bonne qualité, la croissance se produit en présence d'un champ magnétique [4,5].

L'étude des écoulements MHD a suscité un grand nombre de travaux. Garandet et *al.* [6] ont utilisé une approche analytique pour étudier l'effet d'un champ magnétique vertical. Ben Hadid et *al.* [7] ont effectué une recherche numérique d'écoulements tridimensionnels de mercure (Pr=0,026) dans une cavité cylindrique d'allongement 4. Leurs résultats sont en bonne concordance avec les évaluations analytiques de Garandet et *al.* [5] pour l'atténuation des vitesses. Cette approche a été prolongée à une cavité rectangulaire par Ben Hadid et *al.* [8], où ils incluent des effets de la surface libre. Juel et *al.* [9] ont présenté une étude expérimentale et numérique des effets d'un champ magnétique sur la convection naturelle du gallium fondu (Pr=0,025). Le champ magnétique est appliqué dans la direction perpendiculaire à la circulation de l'écoulement principal. Ils ont prouvé que les oscillations trouvées pour des écarts importants de température peuvent être éliminé par l'application d'un champ magnétique. Hof et *al.* [10] ont rapporté les résultats d'une étude expérimentale de l'atténuation magnétohydrodynamique de la convection dans une cavité rectangulaire remplie du gallium. Ils ont étudié la suppression de la convection par l'application d'un champ magnétique dans les trois directions.

## 2. GÉOMÉTRIE ET MODÈLE MATHÉMATIQUE

La géométrie considérée est une enceinte rectangulaire $A_x \times 1 \times A_z$ ($A_x$=4 et $A_z$=1) remplie complètement d'un métal liquide (Pr=0,026) et chauffée différentiellement ($T_H \succ T_C$). Les autres parois sont supposées adiabatiques. Elle est soumis à l'action d'un champ magnétique externe uniforme et constant suivant la direction verticale *y* (Fig. 1).

L'écoulement MHD susceptible de se développer dans cette enceinte, est régi par les équations de continuité, de quantité de mouvement, de conservation d'énergie, la loi d'Ohm et la conservation de la charge électrique. Pour la modélisation du problème physique décrit dans la figure 1, nous adopterons les hypothèses simplificatrices suivantes : l'écoulement est laminaire, les propriétés physiques du fluide sont supposées constantes, la dissipation de chaleur visqueuse et l'effet Joule sont négligeables, l'approximation de Boussinesq est valable et le champ magnétique induit est négligeable. Notre système d'équations s'écris comme suit.

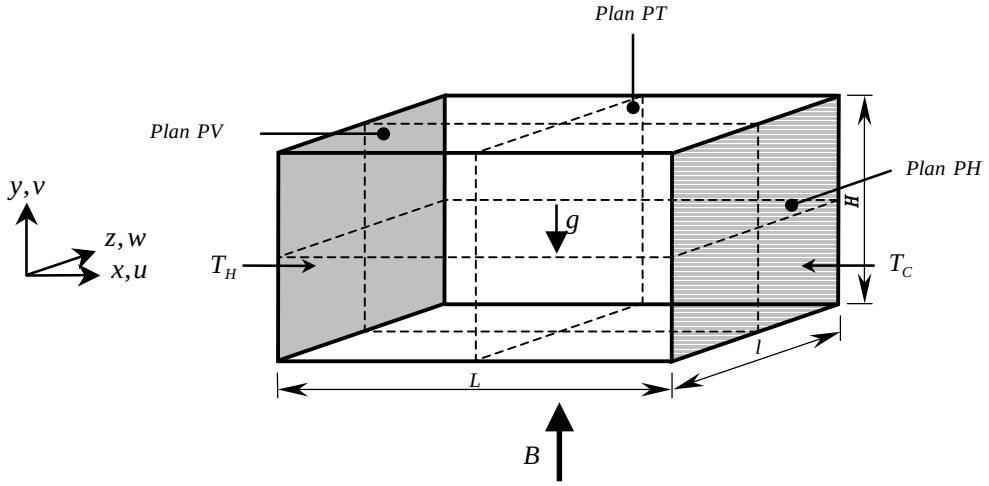


Figure 1 : Géométrie du problème

A $\tau$ =0 : $V = \varphi = 0$

Pour $t \succ 0$, on a :

$$\nabla . V = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + (V.\nabla)V = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \upsilon \nabla^2 V + g\,\beta (T - T_0) e_y + F \tag{2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (V.\nabla)T = \alpha \nabla^2 T \tag{3}$$

$$j = \sigma(-\nabla\varphi + V \times B) \tag{4}$$

$$\nabla . j = 0 \tag{5}$$

La force de Lorentz $F$ est déduite de l'équation :

$$F = J \times B \tag{6}$$

Par ailleurs les frontières sont électriquement isolantes, donc le potentiel électrique $\varphi$ est constant ($\partial\varphi / \partial n = 0$, *n* est la direction perpendiculaire).

Les paramètres de contrôle de l'écoulement MHD sont respectivement le nombre de Grashof *Gr*, le nombre de Hartmann *Ha* et le nombre de Prandtl *Pr*.

Le système d'équations obtenues est résolu avec les conditions aux limites suivantes :

- à $X = 0$ et $A_x$, $U = V = W = 0$, $\theta = 1$ et $0$.
- à $Y = 0$ et 1, $U = V = W = \partial\theta / \partial y = 0$.
- à $Z = 0$ et $A_z$, $U = V = W = \partial\theta / \partial Z = 0$.

## 3. MÉTHODE NUMÉRIQUE

La méthode des volumes finis est utilisée pour la résolution du système d'équations. La résolution séquentielle est assurée par l'algorithme SIMPLER. Une discrétisation temporelle et spatiale d'ordre 2 de ces équations a été réalisé en utilisant le schéma d'Euler backward, la discrétisation d'Adams-Bashforth et le schéma des différences centrées respectivement. Un maillage uniforme 92×42×32 est employé dans les directions *x*, *y* et *z*. Notre code de calcul a été validé en premier avec la solution Benchmark [10] de la convection naturelle sans la présence du champ magnétique. En deuxième lieu, nos résultats ont été confrontés avec ceux obtenus dans les références [8] où le champ magnétique est appliqué.

## 4. RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

L'influence de champ magnétique sur les structures d'écoulement et le transfert thermique, se manifeste d'une façon générale, en plus du contrôle de l'hydrodynamique (les vitesses), par une décélération du taux de transfert de chaleur. La cause de ces modifications que subissent les écoulements est due à la présence, en plus des forces de volume thermique, de la force électromagnétique de Lorentz. Pour déterminer l'effet de l'intensité du champ magnétique sur la convection naturelle, nous avons appliqué un champ magnétique externe uniforme et constant à l'enceinte considérée selon la direction *y*. Cette étude, peut être examiné en premier lieu à travers le tableau 1, qui contient les valeurs des paramètres caractérisant l'écoulement. Nous constatons clairement que, le champ magnétique appliqué a des effets importants sur les caractéristiques de l'écoulement. Nous remarquons ensuite, d'après la figure 2, que l'intensité de la circulation de l'écoulement a diminué d'une façon considérable, ceci est montré par la décélération de la vitesse du métal liquide dans l'enceinte. La figure 3 montre la distribution de la vitesse au centre de la cavité *X*=4, *Z*=0,5 en fonction de *Y* pour différent valeurs de *Ha*. Nous constatons la diminution importante de la vitesse lorsque le nombre de Hartmann augmente. Pour toutes les valeurs de *Ha*, la vitesse augmente de zéro prés des parois à une valeur maximale située dans la sous-couche visqueuse. Dans le cœur de la cavité, le profil de la vitesse devient de plus en plus linéaire pour des valeurs croissantes du nombre de Hartmann. L'examen de la figure 4 indique la dominance du régime conductif lorsque le nombre de Hartmann augmente. Ceci est montré par la stratification thermique dans l'enceinte ou les isothermes se déforment de plus en plus et deviennent parallèles aux parois verticales. L'interaction des courants électriques avec le champ magnétique appliqué au bain fondu du métal conducteur est montrée sur les figures 5 et 6. Nous remarquons que le mécanisme produisant les courants électriques est dû au mouvement du fluide. Quand les parois sont isolées électriquement, nous constations, d'après la figure 5, que la conservation du courant est garantit par la fermeture des lignes des courants électriques. Les forces de Lorentz produites sont illustrées sur les figures 6a et 6b. Elles agissent dans le sens contraire de l'écoulement ce qui provoque l'amortissement de l'écoulement. Lorsque le nombre de Hartmann *Ha* augmente, l'ordre de grandeur des forces de Lorentz augmente et par conséquent la grandeur de la vitesse est réduite.

| Caractéristiques | $\lvert U_{\max} \rvert$ | $\lvert V_{\max} \rvert$ | $\lvert W_{\max} \rvert$ | $\lvert \overline{Nu} \rvert_{X=0}$ | $\lvert \overline{Nu} \rvert_{X=A_x}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $Ha = 25$ | 232.520 | 241.526 | 35.170 | 0.430 | 0.430 |
| $Ha = 50$ | 86.725 | 101.571 | 13.455 | 0.266 | 0.266 |
| $Ha = 75$ | 42.241 | 59.789 | 4.544 | 0.253 | 0.253 |
| $Ha = 100$ | 24.697 | 39.718 | 2.097 | 0.251 | 0.251 |

Tableau1. Effet du champ magnétique sur les caractéristiques de l'écoulement pour $Gr = 10^6$

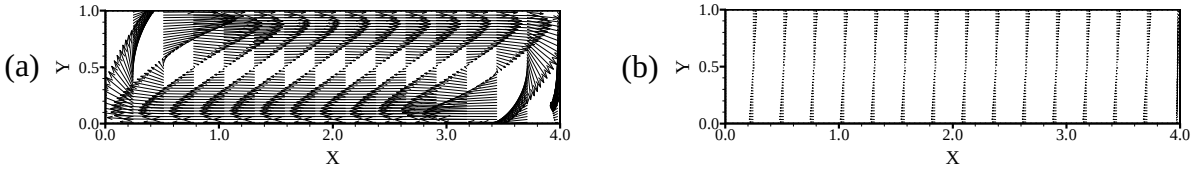


Figure 2 : Champs des vitesses dans le plan (*PV*) : (a) *Ha*=25 et (b) *Ha*=100

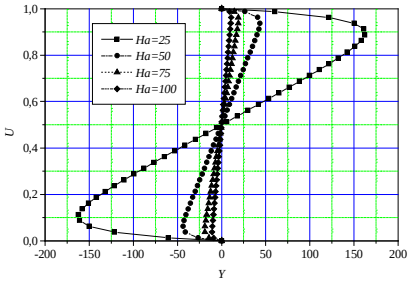


Figure 3 : Distribution de la vitesse horizontale à $X = A_x / 2$ et $Z = A_z / 2$ en fonction de $Y$

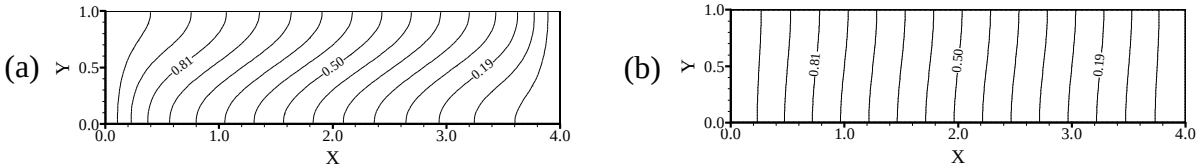


Figure 4 : Isothermes dans le plan (*PV*) : (a) *Ha*=25 et (b) *Ha*=100

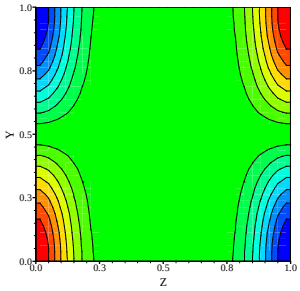


Figure 5 : Potentiel électrique dans le plan (*PT*) : *Ha*=100

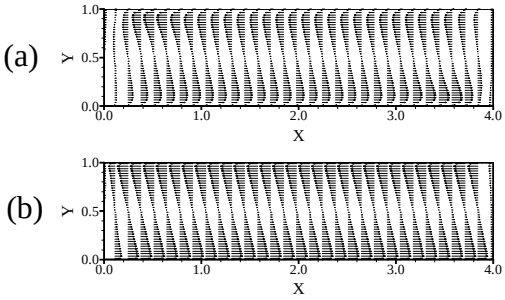


Figure 6 : Force de Lorentz dans le plan (*PV*) : (a) *Ha*=25 et (b) *Ha*=100

## 5. CONCLUSION

Les résultats obtenus montrent que, l'application d'un champ magnétique sur la convection naturelle selon la direction *y* entraîne des changements importants sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur. Il engendre une diminution dans le transfert de chaleur et réduit considérablement les vitesses.

**Nomenclature :**

$A_x$ rapport d'aspect longitudinal = $L/H$
$A_z$ rapport d'aspect transversal = $l/H$
$B$ vecteur du champ magnétique, $T$
$B_0$ Intensité du champ magnétique, $T$
$F$ force électromagnétique, $N/m^3$
$g$ accélération de la pesanteur, $m.s^{-2}$
$Gr$ nombre de Grashof $= g\beta(T_H - T_C)\ H^3/\upsilon^2$
$H$ hauteur de la cavité, $m$
$Ha$ nombre de Hartmann $= B_0 H\sqrt{\sigma/\rho\upsilon}$
$l$ largeur de la cavité, $m$
$L$ longueur de la cavité, $m$
$J$ vecteur de densité du courant électrique, $A.m^{-2}$
$\overline{|Nu|}_{X=0,A_x}$ nombre de Nusselt moyen $= \int_0^1\int_0^1 \frac{\partial\theta}{\partial X} dY\ dZ$
$p$ pression, $N.m^{-2}$
Pr nombre de Prandtl $= \upsilon/\alpha$
$R_m$ nombre de Reynolds magnétique
$T$ température, $°K$
$u,v,w$ vitesses horizontale, verticale, transversale $m.s^{-1}$
$U,V,W$ vitesses adimensionnelles horizontale, verticale et transversale
$V$ vecteur de vitesse, $m$
$X,Y,Z$ coordonnées adimensionnelles

*Symboles grecs*

$\alpha$ diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
$\beta$ coefficient d'expansion thermique, $°K^{-1}$
$\varphi$ potentiel électrique , $V$
$\theta$ température adimensionnelle
$\rho$ masse volumique, $kg.m^{-3}$
$\sigma$ conductivité électrique, $\Omega^{-1}.m^{-1}$
$\upsilon$ viscosité cinématique, $m^2.s^{-1}$
$\tau$ temps adimensionnel
$\Delta\tau$ incrément adimensionnel de temps

*Indices et exposants*

C froid
H chaud
$X,Y,Z$ références aux directions horizontale, verticale et transversale
0 référence à l'état de référence

**Références**

[1] D. T. J. Hurle, Crystal Growing from the Melt, Springer ,1993.
[2] D. T. J. Hurle, Temperature oscillations in molten metals and their relationship to growth striae in melt-grown crystals , *Phil. Mag.*, Volume 13, pp 305-310, 1966.
[3] J. Garandet, et T. Alboussière, Bridgman growth: modelling and experiments, *Prog. Crystal Growth*, Volume 38, pp 73–132, 1999.
[4] R. Series & D. Hurle, The use of magnetic fields in semiconductor crystal growth, *J. of Cryst. Growth*, Volume 113, pp 305–328, 1991.
[5] J. P. Garandet, T. Alboussière et R. Moreau, Buoyancy driven convection in rectangular enclosure with a transverse magnetic field, *Int. J. of Heat Mass Transfer*, Volume 35, pp 741-748, 1992.
[6] H. Benhadid et D. Henry, Numerical simulations of convective three-dimensional flows in a horizontal cylinder under the action of a constant magnetic field, *J. of Cryst. Growth*, Volume 166, pp 436–445, 1996.
[7] H. Benhadid, et D. Henry, Numerical study of convection in the horizontal Bridgman configuration under the action of a constant magnetic field. Part2. Three-dimensional flow, *J. of Fluid Mech.*, Volume 333, pp 57–83, 1997.
[8] A. Juel, T. Mullin, H. Benhadid et D. Henry, Magnetohydrodynamic Convection in molten gallium, *J. of Fluid Mech.*, Volume 378, pp 97-118, 1999
[9] B. Hof, A. Juel et T. Mullin, Magnetohydrodynamic damping of convective flows in molten gallium, *J. of Fluid Mech.*, Volume 482, pp 163–179, 2003.
[10] S. Wakashima et T. S. Saitoh, Benchmark solutions for natural convection in a cubic cavity using the high-order time–space method, *Int. J. of Heat Mass Transfer*, Volume 47, pp 853-864, 2004.