



**HAL**  
open science

## Caractérisation physique des matériaux poreux par une méthode de type Boltzmann sur Réseau

Mohamed Raed Arab, Elalami Semma, Nicolas Calve, Bernard Pateyron,  
Mohammed El Ganaoui

► **To cite this version:**

Mohamed Raed Arab, Elalami Semma, Nicolas Calve, Bernard Pateyron, Mohammed El Ganaoui. Caractérisation physique des matériaux poreux par une méthode de type Boltzmann sur Réseau. JITH 2007, Aug 2007, Albi, France. 5p. hal-00154414

**HAL Id: hal-00154414**

**<https://hal.science/hal-00154414>**

Submitted on 29 Aug 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# CARACTERISATION PHYSIQUE DES MATERIAUX POREUX PAR UNE METHODE DE TYPE BOLTZMANN SUR RESEAU

M. R. ARAB<sup>\*1</sup>, E. SEMMA<sup>2</sup>, N. CALVE<sup>1</sup>, B. PATEYRON<sup>1</sup>, M. EI GANAOU<sup>1</sup>

<sup>1</sup> SPCTS UMR 6638 CNRS Univ. de Limoges. FST, 123 Av Albert Thomas 87060 Limoges

<sup>2</sup> Laboratoire de Mécanique, FST de Settat, B.P. 577, Settat, Maroc

\* [m.raed.arab@etu.unilim.fr](mailto:m.raed.arab@etu.unilim.fr)

**Résumé :** Un code numérique, fondé sur la technique de résolution numérique Boltzmann sur Réseau (BR), d'estimation de propriétés physiques des matériaux poreux à partir d'images en coupe, obtenues en Microscopie Electronique à Balayage (MEB) est présenté. Les premiers résultats de cette technique testée sur des configurations bidimensionnelles montrent l'aptitude de la méthode à simuler avec une bonne précision les phénomènes de transfert de chaleur et de masse. L'étude numérique est étendue à l'estimation des paramètres physiques caractéristiques des matériaux poreux.

**Mots clés :** Boltzmann sur Réseau, milieu poreux, propriétés physiques

## 1. INTRODUCTION

L'évaluation de propriétés physiques des matériaux poreux est d'importance cruciale particulièrement pour les couches déposées par projection thermique. La mesure expérimentale directe coûte cher et prend du temps. Elle est aussi difficile en raison de faibles épaisseurs de ces dépôts et de leur architecture complexe inhomogène en porosité, fissuration et composition. Les méthodes indirectes par simulations sont donc attrayantes. La méthode Boltzmann sur réseau BR est proposée pour caractériser les matériaux poreux par simulation à partir d'images de leur structure.

Cette méthode mesoscopique a prouvé son efficacité dans le domaine d'écoulements classiques dans les milieux fluides et les milieux poreux [1-4]. Elle a attirée l'attention des mécaniciens des fluides pour la simulation d'écoulements dans des géométries complexes et en particulier les milieux poreux [5-6]. Cette méthode permet de considérer le fluide comme un ensemble de particules qui se déplacent à des vitesses précises et dont les positions sont connues à un temps donné  $t$ . Elle a l'avantage d'être parallélisable [7] et d'utiliser des expressions simples pour décrire les conditions aux limites [1-4], ce qui permet d'envisager de traiter le cas des dépôts poreux obtenus par projection en jets plasmas thermiques.

Dans ce travail, un modèle D2Q9 est développé pour déterminer le mode d'écoulement dans un milieu poreux et caractériser ce milieu par la détermination de sa perméabilité.

## 2. METHODE DE BOLTZMANN SUR RESEAU

Historiquement, BR est dérivée de la méthode Gaz sur Réseau (GsR) [8, 9, 10]. Elle est fondée sur la fonction de la distribution  $f(x, v, t)$  qui exprime la probabilité de trouver une particule du fluide de vitesse  $v$ , à la position  $x$ , à l'instant  $t$ .

### 2.1 BR dans l'approximation BGK

Dans l'approximation BGK « Bhatnagar-Gross-Krook », l'équation discrétisée de Boltzmann sur réseau est écrite [8]:

$$f(x + e_i, t + 1) - f(x, t) = \Omega \quad (1)$$

où,  $e_i$  est la vitesse microscopique et le terme de collision  $\Omega$  représente la variation de la fonction de distribution due aux collisions entre les particules :

$$\Omega = -\frac{1}{\tau} (f(x, t) - f^{eq}(x, t)) \quad (2)$$

$\tau$  est le temps de relaxation "adimensionnel" dû à la collision,  $f^{eq}(x, t)$  est la fonction de distribution à l'équilibre définie pour un modèle D2Q9 par l'expression [9]:

$$f_\alpha^{eq} = w_\alpha \rho \left[ 1 + \frac{e_\alpha \cdot u}{c_s^2} + \frac{(e_\alpha \cdot u)^2}{2c_s^4} - \frac{u \cdot u}{2c_s^2} \right] \quad (3)$$

Avec  $w_0 = 4/9$ ,  $w_{1,2,3,4} = 1/9$  et  $w_{5,6,7,8} = 1/36$ . Ces constantes sont choisies d'une manière qui conserve l'isotropie du réseau [7] ( $\sum w_i = 1$ ). Les composantes de vitesse sont présentées dans la figure 1.  $c_s = 1/\sqrt{3}$  étant la célérité adimensionnelle du son en réseau.

## 2.2 Equations hydrodynamiques de BR

La masse volumique du fluide et la vitesse macroscopique sont évaluées par [2] :

$$\rho = \sum_\alpha f_\alpha(x, t) = \sum_\alpha f_\alpha^{eq} \quad (4)$$

$$\rho u(x, t) = \sum_\alpha e_\alpha f_\alpha(x, t) = \sum_\alpha e_\alpha f_\alpha^{eq} \quad (5)$$

Pour l'énergie [1] :

$$\rho \varepsilon(x, t) = \frac{1}{2} \sum_\alpha (e_\alpha - u(x, t))^2 f_\alpha(x, t) = \frac{1}{2} \sum_\alpha (e_\alpha - u)^2 f_\alpha^{eq} \quad (6)$$

où  $\varepsilon(x, t) = \frac{D}{2} T$

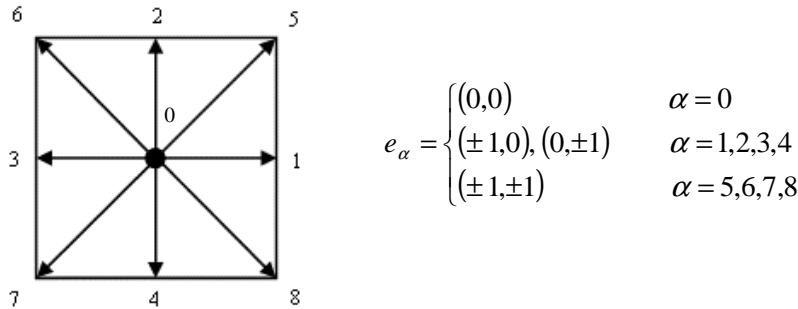


Figure 1 : Réseau D2Q9 avec ces vitesses.

La viscosité du fluide simulé est donnée par  $\nu = c_s^2 (\tau - 0.5)$  et la pression est  $p = \rho c_s^2$ .

## 3. MILIEU POREUX

Un milieu poreux est défini par une image en coupe de matériau, obtenue en microscopie électronique à balayage (MEB) puis traitée de manière à obtenir une image binaire lisible par le code. La figure 5 montre un exemple de telle image.

Pour des petits domaines, la représentation du milieu poreux dans le modèle est obtenue en définissant des obstacles solides. La condition *Standard Bounce-Back* (SBB) est appliquée comme condition aux limites. Cette condition a été imposée aux surfaces solides (y compris les obstacles) pour assurer ce que l'on appelle la condition de non-glissement. La figure 2

donne une simple explication de cette technique. Après la collision, la particule de la fonction de distribution rebondit dans la direction opposée vers son nœud provenance

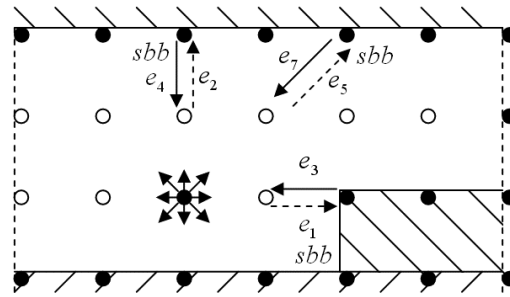


Figure 2 : la condition sbb.

Le disque plein est un obstacle (solide) et l'autre est un site vide (passage de fluide).

Dans un milieu poreux, l'écoulement peut être approximé numériquement pour les faibles vitesses selon la loi de Darcy :

$$\bar{u}' = -\frac{k'}{\mu'} \nabla p' \quad (7)$$

où  $\bar{u}'$  est le flux de la matière étudiée par unité de surface,  $\nabla p'$  est le gradient de pression appliquée,  $\mu' = \rho' v'$  est la viscosité dynamique et  $k'$  est le coefficient de la perméabilité représentant la résistance du matériau au passage de matière.

#### 4. TRAVAUX ET DISCUSSION

Pour valider le code nous avons considéré l'écoulement Poiseuille en régime stationnaire entre deux parois planes comme le montre la figure 3. Il admet une solution stationnaire de la forme :

$$u = \frac{\Delta p}{2\mu L} (a^2 - y^2), \quad p = p_{in} - \frac{\Delta p}{L} x \quad (8)$$

Avec  $\Delta p = p_{in} - p_{out}$ ,  $p_{in}$  et  $p_{out}$  les valeurs de la pression (masse volumique) maintenue respectivement à l'entrée et à la sortie du domaine. La cavité considérée est de rapport de forme 4 et de taille du réseau de  $200 \times 50$  pixels. Le critère de convergence est donné par la condition :

$$\frac{\sum_{i,j} |u_{ij}^{(n+1)} - u_{ij}^{(n)}|}{\sum_{i,j} |u_{ij}^{(n+1)}|} \leq 10^{-6} \quad (9)$$

La figure 4 montre un bon accord entre les résultats numériques et la solution analytique et montre alors l'aptitude du modèle présenté à simuler avec une précision acceptable l'écoulement dans un milieu poreux.

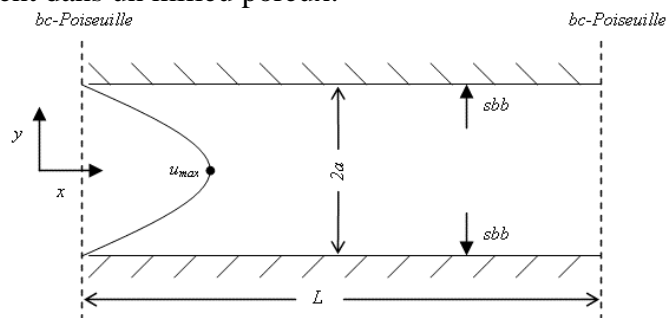


Figure 3 : Ecoulement de Poiseuille et conditions aux limites.

Dans la suite un milieu poreux est considéré [11]. Une image en coupe de matériau, obtenue en MEB, est obtenue puis traitée de manière à distinguer les zones fluides des zones solides (figure 5). Par la suite est imposé un gradient de pression avec  $\rho_{in} > \rho_{out}$ . Le milieu poreux est caractérisé par sa perméabilité évaluée à partir de la loi de Darcy (Eq. 7).

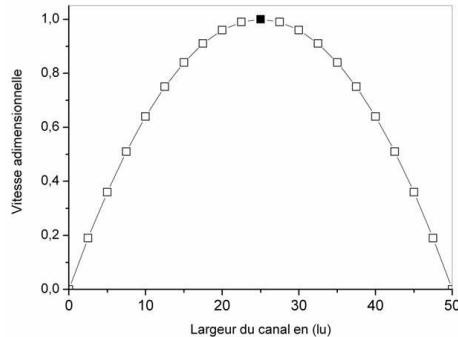


Figure 4 : Profils numérique et analytique de la vitesse horizontale dans un écoulement de Poiseuille (Fig. 3)

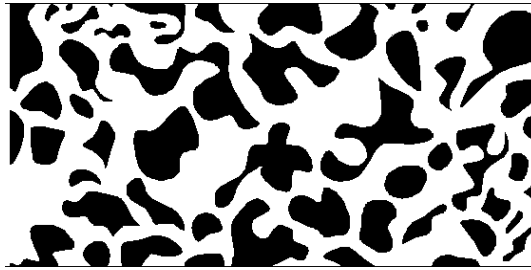


Figure 5 : Image traitée d'un milieu poreux

Dans la simulation la valeur adimensionnelle de la perméabilité est donnée par :

$$k = \frac{\rho u^2}{\text{Re} \Delta p} \quad (10)$$

avec la vitesse adimensionnelle  $u$ , le nombre de Reynolds et la différence de pression sont définis par :  $u = \frac{\Delta t}{\Delta x} u'$ ,  $\text{Re} = \frac{uN}{\nu}$  et  $\Delta p = (\rho_{in} - \rho_{out})/3$

Dans notre cas nous avons tracé la variation de la perméabilité en fonction du gradient de pression dans la figure 6. Il est remarqué que la perméabilité varie autour d'une valeur moyenne qui peut être considérée comme valeur approchée de la perméabilité. Cette valeur doit être indépendante de la valeur de la viscosité et des valeurs numériques liées au réseau BR. La figure 7 montre que l'effet de la viscosité sur la variation de la perméabilité devient négligeable pour un écoulement visqueux.

## CONCLUSION

Un code numérique, fondé sur la technique Boltzmann sur Réseau, pour l'estimation de certaines propriétés physiques des matériaux poreux, est présenté. Il permet d'étudier l'écoulement dans ces matériaux à partir d'images en coupe, obtenues en microscopie électronique à balayage (MEB). Les premiers résultats de cette technique testée sur des configurations bidimensionnelles montrent l'aptitude de la méthode à simuler avec une bonne précision les phénomènes de transfert de chaleur et de masse. L'étude numérique est étendue à l'estimation des paramètres physiques caractéristiques des matériaux poreux comme la perméabilité. Les résultats thermiques seraient présentés prochainement.

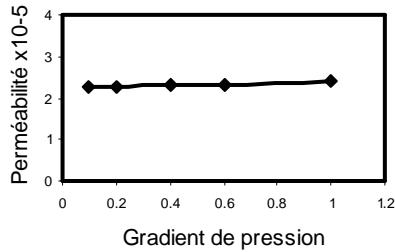


Figure 6 : Variation de la perméabilité adimensionnelle en fonction du gradient de pression

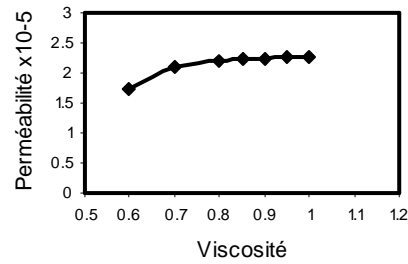


Figure 7 : Variation de la perméabilité adimensionnelle en fonction de la viscosité

### Nomenclature

$u$	vitesse macroscopique $m.s^{-1}$
$T$	température $K$
$p$	pression adimensionnelle
$f$	fonction de la distribution
$f^{eq}$	fonction de distribution à l'équilibre
$t$	temps $s$
$D$	dimension du modèle
$c_s$	vitesse de son en réseau
$e_\alpha$	vitesse cartésienne en réseau
$k$	perméabilité $m^2$

### Symboles grecs

$\tau$	temps de relaxation
$w$	poids nodal
$\delta x$	constante du réseau
$\nu$	viscosité cinématique $m^2.s^{-1}$
$\delta t$	pas de temps
$\rho$	masse volumique $kg.m^{-3}$
$\alpha$	indice du réseau
'	variable dimensionné

### Références

- [1] S. Succi, The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond, *Oxford Science Publications*, 2001.
- [2] M. C. Sukop et D. T. Thorne, Lattice Boltzmann Modeling: An Introduction for Geoscientists and Engineers, *Springer*, 2006.
- [3] S. Chen et G. D. Doolen, Lattice Boltzmann method for fluid flows, *Ann. Rev. Fluid Mech.* 30, pp. 329-364, 1998.
- [4] R. Peyret, et T.D. Taylor, Computational Methods for Fluid Flow, *Springer-Verlag*, New York, 1983.
- [5] O. Dardi et J. McCloskey, Lattice Boltzmann scheme with real numbered solid density for the simulation of flow in porous media, *Phys. Rev. E*, vol57, pp 4834-4837, 1998.
- [6] G. Jin, T. W. Ptazek et D. B. Silin, Direct Prediction of the Absolute Permeability of Unconsolidated and Consolidated Reservoir Rock, *SPE* 90084, 2004
- [7] A. Dupuis, From a lattice Boltzmann model to a parallel and reusable implementation of a virtual river, *Thèse soutenue à Genève en Suisse* 2002
- [8] X. He et Li-Shi Luo, Theory of the lattice Boltzmann method: From the Boltzmann equation to the lattice Boltzmann equation, *Phys. Rev. E*, vol56, pp 6811-6817, 1997.
- [9] X. He et Li-Shi Luo, A priori derivation of the lattice Boltzmann equation, *Phys. Rev. E*, vol55, pp R6333-R6336, 1997.
- [10] A. Evgrafov, G. Pingen et K. Matue, Topology optimization of fluid problems by the Lattice Boltzmann method, *University of Colorado USA*, 2006.
- [11] *Comsol Multiphysics 3.2 Package. Earth Science Module. Model Library.*