



HAL
open science

Analyse du chauffage périodique dans un cylindre poreux vertical

Djamel Eddine Ameziani, Khedidja Bouhadeuf, Rachid Bennacer

► **To cite this version:**

Djamel Eddine Ameziani, Khedidja Bouhadeuf, Rachid Bennacer. Analyse du chauffage périodique dans un cylindre poreux vertical. JITH 2007, Aug 2007, Albi, France. 5p. hal-00154397

HAL Id: hal-00154397

<https://hal.science/hal-00154397>

Submitted on 29 Aug 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ANALYSE DU CHAUFFAGE PERIODIQUE DANS UN CYLINDRE POREUX VERTICAL

Djamel Eddine AMEZIANI^{1,2}, Khedidja BOUHADEF¹, Rachid BENNACER²

¹Faculté de Génie Mécanique et Génie des Procédés. USTHB. ALGERIA.

² Laboratoire LEEVAM. Université de Cergy Pontoise. FRANCE.

Djamel-Eddine.Ameziani@U-Cergy.fr, KhedBouh@yahoo.fr, Rachid.Bennacer@u-cergy.fr

Résumé : L'étude consiste en la modélisation numérique du transfert de chaleur par convection naturelle à travers un cylindre de stockage de grains disposé verticalement, ouvert à ses extrémités, et rempli d'un milieu poreux. La paroi du cylindre est portée à une température imposée variant d'une manière sinusoïdale dans le temps alors que le fluide est aspiré par le bas avec une température constante. Le modèle d'écoulement de Darcy, sans établissement à la sortie de cylindre, a été employé pour modéliser notre problème. Dans le cas de température de paroi constante, deux types d'écoulements, avec et sans le recirculation, ont été obtenus selon les nombres de Rayleigh (Ra), le rapport de forme et la propriété thermophysique du milieu poreux (Bi). La comparaison entre température sinusoïdale et constante montre qu'il y a une similitude pour les faibles valeurs de Ra et XA.

Mots clés : Convection naturelle, chauffage périodique, cylindre, poreux.

1. INTRODUCTION

Il existe une imposante littérature relative aux phénomènes thermoconvectifs instationnaires résultants de conditions de chauffage constantes ou variables. La revue de ces travaux indique clairement que la plupart des études dans ce domaine portent sur des écoulements convectifs avec des conditions de chauffage permanentes, ce qui n'est le cas de la plupart des applications pratiques.

Pour le cas de la convection naturelle transitoire induite par des conditions de chauffage variant dans le temps, il existe relativement peu de travaux dans la littérature. Parmi les contributions, On peut citer deux catégories :

4. Celles qui considèrent des variations linéaires ou des conditions brusques du chauffage.
5. Celles qui s'intéressent aux conditions de chauffage périodiques, en milieux fluides ou en milieux Poreux.

La revue de la bibliographie a montré que peu de travaux se sont intéressés au chauffage périodique dans un milieu poreux et aucun travail ne s'est intéressé à la simulation des défilements des journées ou des années dans les silos de stockage.

2. FORMULATION MATHÉMATIQUE

On se propose dans notre travail d'étudier le transfert de chaleur instationnaire dû à des gradients périodiques de chaleur dans un silo de stockage granulaire (Figure 1). L'étude consiste en la modélisation du transfert de chaleur par convection naturelle à travers un cylindre de stockage de grains, de hauteur H et de rayon R, disposé verticalement, ouvert à ses deux extrémités, et rempli d'un milieu poreux. La paroi du cylindre est portée à une température imposée variant d'une manière sinusoïdale dans le temps (T_p) (Figure 2), alors que le fluide est aspiré par le bas avec une température constante (T_0).

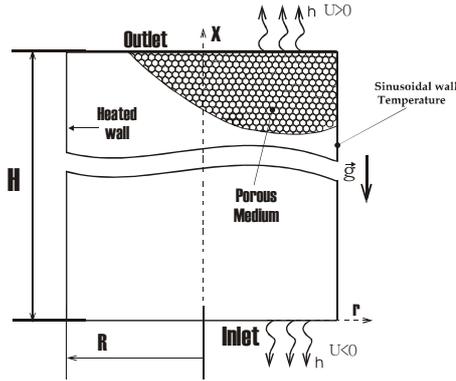


Figure 1 : Domaine d'étude

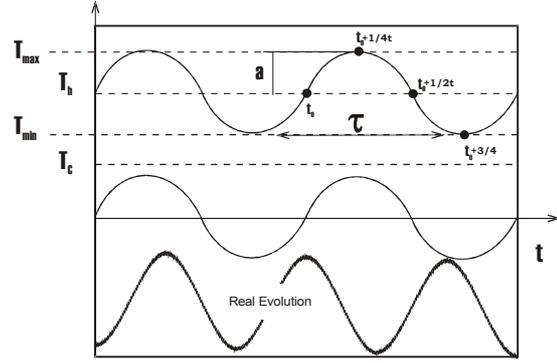


Figure 2: Excitation de la paroi chaude

L'analyse est faite en termes de paramètres adimensionnels qui traduisent d'une manière convenable et avec succès l'ensemble des effets influençant les transports. À cet effet, l'adimensionnement des équations régissant les transferts est effectué sur la base des définitions suivantes (équation 1) introduisant les variables adimensionnelles (équation 2):

$$L_{ref} = H ; \Delta T_{ref} = T_h - T_c ; P_{ref} = \left(\frac{\mu \cdot \alpha_f}{K} \right) ; t_{ref} = \left(\frac{H^2}{\alpha_f} \right) \quad (1)$$

$$x, r = \frac{x, r}{L_{ref}} ; U, V = \frac{U, V}{U_{ref}} ; T = \frac{T - T_c}{\Delta T_{ref}} ; P = \frac{P - P_{amb}}{P_{ref}} ; t = \frac{t}{t_{ref}} \quad (2)$$

Les équations de transport, respectivement de continuité, de mouvement et d'énergie, s'écrivent comme suit:

2.1 Equations de conservation

$$\left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \right) = Ra \frac{\partial T}{\partial x} ; \quad (3)$$

$$U = Ra \cdot T - \frac{\partial P}{\partial x} \quad V = - \frac{\partial P}{\partial r} \quad (4 \text{ a,b})$$

$$\sigma \frac{\partial T}{\partial t} + \left(U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial r} \right) = R_k \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right) \quad (5)$$

Où Ra représente le nombre de Rayleigh de filtration (parfois appelé nombre de Rayleigh-Darcy) défini comme $\frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T_{ref} \cdot K \cdot H}{v \cdot \alpha_f}$, Rk et σ sont respectivement les rapports de conductivités et des capacités calorifiques.

2.2 Conditions initiales et aux frontières (Champs dynamique & thermique)

Initialement (à $t \leq 0$), On assume que la pression et la température dans le cylindre sont uniformes, égales à la pression et température ambiantes.

$$\text{à } t \leq 0 \quad P(x, r, 0) = 0 \quad T(x, r, 0) = 0 \quad (6)$$

à $t > 0$, le fluide entre et sort du cylindre à la même pression (pression ambiante). Par conséquent, à $x=0$ et $x=1$:

$$\begin{cases} P(0, r, t) = 0 \\ P(1, r, t) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

En raison de la symétrie à l'axe ($r = 0$) et de la surface latérale imperméable du cylindre, il en résulte:

$$\left. \frac{\partial P}{\partial r} \right|_{(x,0,t)} = 0 \quad ; \quad \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{(x,0,t)} = 0 \quad (8)$$

où A étant le rapport de forme $A = \frac{R}{H}$.

La variation sinusoïdale de la température et l'imperméabilité de la paroi sont écrites :

$$\left. \frac{\partial P}{\partial r} \right|_{(x,A,t)} = 0 \quad T(x,A,t) = 1 + XA \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\tau} \cdot t\right) \quad (9)$$

Où XA et τ sont respectivement l'amplitude adimensionnelle $\frac{a}{\Delta T_{ref}}$ et la période de la variation sinusoïdale de la température de paroi $a = (T_{max} - T_{min})/2$ (Fig.2).

Pour considérer l'interaction des transferts à la sortie du cylindre, on introduit la condition suivante:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{(1,r,t)} &= -Bi \cdot T(1,r,t) && \text{Si } U > 0 \text{ (fluide entrant)} \\ \text{et } T(1,r,t) &= 0 && \text{Si } U < 0 \text{ (fluide sortant)} \\ \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{(0,r,t)} &= +Bi \cdot T(0,r,t) && \text{Si } U < 0 \text{ (fluide entrant)} \\ \text{et } T(0,r,t) &= 0 && \text{Si } U > 0 \text{ (fluide sortant)} \end{aligned} \quad (10)$$

Où $Bi = \frac{h \cdot H}{k_{eff}}$: représente le nombre de Biot relative au milieu poreux.

2.3 Coefficients du transfert de chaleur

Le transfert de chaleur est représenté en termes du nombre de Nusselt local défini;

$$Nu = Nu(x) = - \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=A} \quad (11)$$

Le nombre de Nusselt moyen le long du cylindre et sur la période considérée comme:

$$Nu_m = \overline{Nu}(t) = \int_0^1 Nu(x,t) \cdot dx \quad NU_T = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \overline{Nu}(t) \cdot dt \quad (12, 13)$$

3. RESULTATS

Nous avons présenté les résultats des simulations numériques en termes de champs de vitesses, de pression et de température. Des courbes montrant l'évolution des nombres de Nusselt moyennés pour les deux cas de la variation constante et sinusoïdale de la température de la paroi sont également présentées. Dans ce travail, tous les calculs ont été exécutés pour une période adimensionnelle $\tau_{day} = 0,012$. $Rk=1$.

La figure 3 illustre les champs de la température et de vitesses pour différents nombres de Rayleigh-Darcy, et pour un nombre de Biot et un rapport de forme respectivement $Bi=0.01$, $A=1$. L'évolution des isothermes montre une similitude avec le cas du chauffage d'une plaque plane dans un milieu poreux semi-infini. Les isothermes indiquent que la température est propagée de la paroi chauffée vers le centre du cylindre, créant des gradients thermiques significatifs dans la direction verticale. Le module de la vitesse longitudinale diminue en se déplaçant de la paroi chauffée vers le centre, où les forces thermiques de flottabilité sont faibles. Les illustrations du champ de vecteurs de vitesses montrent que pour des valeurs faibles du nombre de Rayleigh, l'écoulement est ascendant dans la totalité du domaine. L'approvisionnement en fluide du cylindre est complètement fait par l'entrée ($Ra=1,50$). Lorsque le nombre de Rayleigh augmente, la couche limite se resserre, produisant une réduction de gradients thermiques au cœur du cylindre poreux. Dans ce cas-ci, les valeurs de la vitesse près des parois augmentent, le flux de fluide dans le cylindre est alimenté à partir de l'entrée et partiellement à partir de la surface supérieure du cylindre poreux. Ceci peut être

expliqué, par le fait que quand le nombre de Rayleigh augmente, l'écoulement pariétal est accentué, le fluide au cœur du cylindre thermiquement au repos ($Ra=1000$), alimente l'écoulement croissant près de la paroi chauffée conduit par le gradient de pression. Notez que les résultats sont en bon accord avec ceux de Bennisrallah *et al.* [1], qui ont étudié la validité de l'équilibre thermique dans un cylindre poreux soumis à un flux constant.

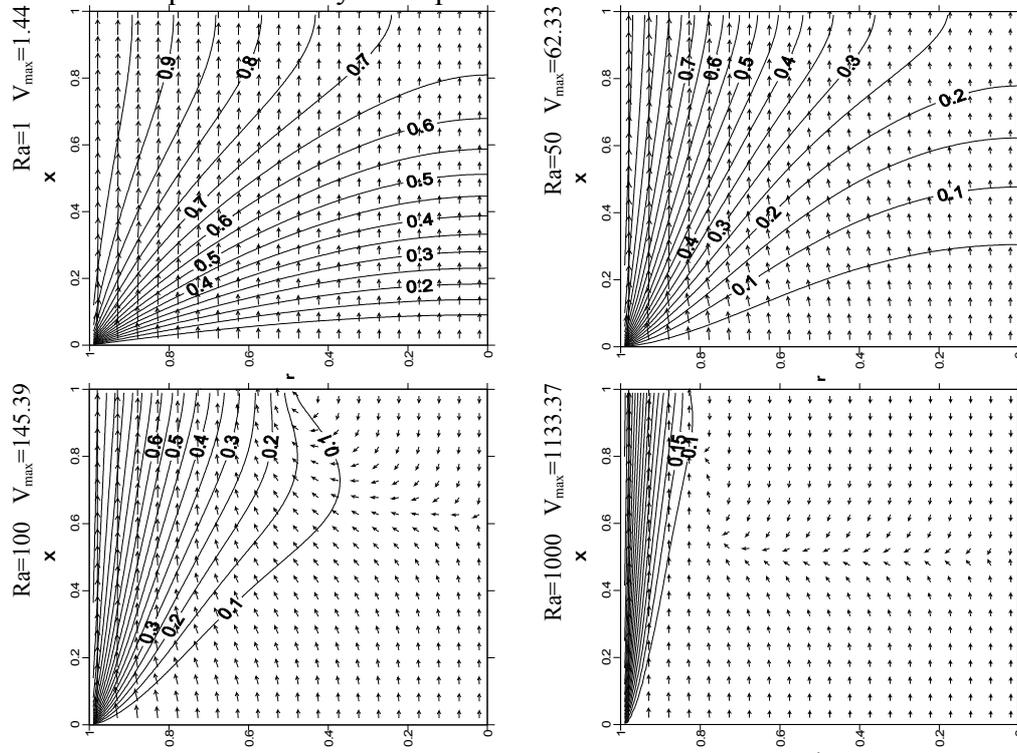


Figure 3: Champs de Température et de vitesses pour différents nombres de Rayleigh, $Bi=0,01$, $A=1$, $XA=0$.

L'aspiration du fluide supérieur est fortement dépendante à la croissance de la couche limite. L'épaisseur de la couche limite sur la paroi chauffée augmente avec la diminution du rapport de forme et du nombre de Rayleigh. Quand cette épaisseur à la sortie atteint le rayon du cylindre, l'approvisionnement du fluide ne peut pas pénétrer le poreux. La figure 4 donne une limite linéaire de l'aspiration supérieure pour les faibles valeurs du nombre de Biot.

Pour obtenir les caractéristiques du transfert thermique instationnaire de l'écoulement, on représente la variation du transfert de chaleur instationnaire normalisé à la valeur du transfert de chaleur dans le cas à une température constante ($Nu_T - Nu_m / Nu_m$) sur la figure 6 pour les nombres d'un Biot ($Bi=0,01$). D'abord, le nombre de Nusselt moyen (Nu_m), est illustré sur la figure 5 fonction des nombres de Rayleigh et de Biot. Cette évolution indique clairement l'augmentation du coefficient de transfert thermique avec le nombre de Rayleigh, probablement due à l'accentuation des gradients thermiques près de la paroi chauffée pour les valeurs élevées de Rayleigh. Notez que le transfert thermique augmente avec le nombre de Biot seulement pour des valeurs réduites du nombre de Rayleigh. Tandis que, cette dépendance disparaît pour des nombres élevés de Rayleigh. A noter que la courbe est en bon accord avec la limite de l'analyse aux ordres de grandeurs qui donne $Nu \sim Ra^{1/2}$. ($Nu=0,595 \cdot Ra^{1/2}$, dans notre problème). (Voir Bennacer *et al.* [2]).

La figure 6 démontre l'effet de l'amplitude sans dimensions sur le facteur d'augmentation des transferts thermiques ($Nu_T - Nu_m / Nu_m$), pour différentes valeurs des nombres de Rayleigh et pour un nombre de Biot $Bi=0,01$ et une amplitude adimensionnelle $\tau_{day}=0,012$. Pour des valeurs élevées du nombre de Rayleigh, le facteur d'augmentation des transferts thermique va de la valeur limite unitaire à un gain maximum (19,5%) quand

l'amplitude adimensionnelle est égale à 0,99. Pour de basses amplitudes adimensionnelles, ($XA < 0,5$), même les nombres de Rayleigh élevés donnent la similitude entre la température de chauffage constante et le chauffage dépendant de temps (moins de 5 % de différence).

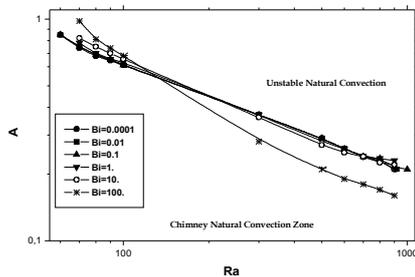


Figure 4: Effet du rapport de forme sur l'apparence de l'aspiration supérieure.

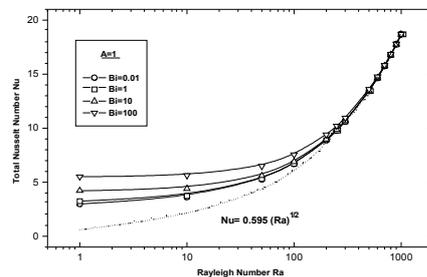


Figure 5: Evolution du nombre de Nusselt moyen fonction du nombre de Rayleigh.

CONCLUSION

Le problème instationnaire du transfert de chaleur par la convection naturelle dans un cylindre vertical ouvert à ses deux extrémités, rempli d'un milieu poreux saturé, et chauffé avec une température latérale dépendante du temps, était l'objet de ce travail. Les résultats dynamiques montrent deux types d'écoulements, avec et sans recirculation du fluide, qui dépendent du nombre de Rayleigh de filtration, du nombre de Biot et du rapport de forme du cylindre. Les résultats numériques montrent également que le nombre de Nusselt moyen dépend du paramètre de Biot, seulement pour des faibles valeurs des nombres de Rayleigh. Pour des valeurs élevées des nombres de Rayleigh l'effet du nombre de Biot sur le transfert thermique devient insignifiant. La comparaison entre les simulations obtenues avec la formulation à température constante, et la variation temporelle sinusoïdale de celle-ci, démontre une grande équivalence pour le cas des basses amplitudes adimensionnelles ($XA < 0,5$) où la différence est inférieure à 5%.

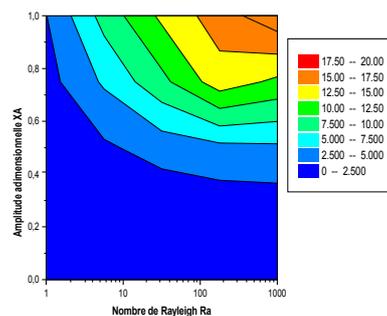


Figure 6: Influence de l'amplitude des oscillations sur l'augmentation de l'échange de chaleur.

Références

- [1] Bennasrallah, S., Amara, T., Du Peuty, M.A, "Convection naturelle instationnaire dans un cylindre rempli de grains ouvert à ses extrémités et dont la paroi est chauffée par un flux de chaleur constant: validité de l'hypothèse de l'équilibre thermique local", 1997, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 40, pp. 1115-1168.
- [2] Bennacer R., Tobbal A., Beji H., Vasseur P., Double diffusive convection in a vertical enclosure filled with anisotropic porous media, 2001, Int. J. Therm. Sci. 40, 30–41.