



**HAL**  
open science

# Influence des conditions thermiques pariétales sur le comportement d'un écoulement de fluide compressible dans une tuyère

Said Abboudi, Jing Deng, Michel Imbert

► **To cite this version:**

Said Abboudi, Jing Deng, Michel Imbert. Influence des conditions thermiques pariétales sur le comportement d'un écoulement de fluide compressible dans une tuyère. JITH 2007, Aug 2007, Albi, France. 5p. hal-00154376

**HAL Id: hal-00154376**

**<https://hal.science/hal-00154376>**

Submitted on 29 Aug 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# INFLUENCE DES CONDITIONS THERMIQUES PARIÉTALES SUR LE COMPORTEMENT D'UN ÉCOULEMENT DE FLUIDE COMPRESSIBLE DANS UNE TUYÈRE

Said ABBOUDI, Jing DENG, Michel IMBERT

*FEMTO-ST, UMR 6174 CNRS, Département CREST, UTBM,  
site de Sévenans, 90010 Belfort, France  
Email : [said.abboudi@utbm.fr](mailto:said.abboudi@utbm.fr)*

**Résumé :** On analyse numériquement l'influence des conditions thermiques pariétales sur le comportement dynamique et thermique, d'un écoulement de fluide visqueux, laminaire, compressible dans une tuyère axisymétrique. A partir d'une approche instationnaire, on résout les équations complètes de Naviers-Stokes avec une méthode aux différences finies explicite de type MacCormack. L'opérateur de passage bidimensionnel est décomposé en une séquence symétrique d'opérateurs monodimensionnels suivant les deux directions spatiales. La paroi de la tuyère est soumise à une condition d'échange par convection avec le milieu extérieur, pouvant simuler des situations de refroidissement ou d'isolation. Les résultats obtenus montrent l'influence de ces conditions pariétales sur la structure de l'écoulement, en particulier dans les zones où les effets visqueux sont significatifs.

**Mots clés :** Compressible, MacCormack, numérique, visqueux, laminaire, tuyère, conditions thermiques.

## 1. INTRODUCTION

Il existe de très nombreuses études concernant les écoulements de convection forcée ou naturelle dans des géométries de type conduite. Depuis quelques années, les transferts de chaleur, stationnaires ou instationnaires, entre l'écoulement et la paroi ont été étudiés mais le plus souvent dans le cadre d'écoulements incompressibles ou pseudo-incompressibles [1-3]. L'objectif de cette étude est de s'affranchir de l'hypothèse d'incompressibilité et d'étudier les phénomènes de transfert et de transport entre une paroi sollicitée thermiquement et un écoulement compressible [4-7]. Nous présentons dans ce travail, une étude de l'écoulement dans une tuyère axisymétrique effectuée à partir des équations de Navier-Stokes bidimensionnelles, instationnaires, compressibles. La méthode numérique utilisée repose sur un schéma aux différences explicite de type MacCormack avec décomposition de l'opérateur de passage.

Les résultats obtenus sont présentés pour un écoulement en tuyère subsonique-supersonique. Les différents tests numériques présentés dans cette étude concernent l'influence des conditions thermiques génératrices et des conditions d'échange par convection à la paroi de la tuyère sur les grandeurs caractéristiques de l'écoulement.

## 2. MODELE PHYSIQUE

Les équations de bilans de masse, de quantité de mouvement et d'énergie pour des écoulements laminaires axisymétriques de fluides compressibles visqueux, peuvent s'écrire sous la forme conservative vectorielle suivante [4, 5] :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial r} + \frac{1}{r}H = 0 \quad (1)$$

Le gaz utilisé est supposé parfait.

Le domaine d'intégration est rendu adimensionnel et rectangulaire par la transformation suivante :

$$D(x, r) \xrightarrow{T} D(\xi, \eta)$$

avec :

$$\xi(x) = \frac{x}{r_p^*} \text{ et } \eta(x, r) = 1 - \frac{r}{r_p(x)} \quad (2)$$

$r_p^*$  et  $r_p$  sont respectivement le rayon du col et l'ordonnée de la paroi.

L'équation (1) garde alors la forme conservative :

$$\frac{\partial U_1}{\partial t} + \frac{\partial F_1}{\partial \xi} + \frac{\partial G_1}{\partial \eta} + \frac{H_1}{r} = 0 \quad (3)$$

avec :

$$U_1 = \frac{U}{J}, \quad F_1 = \frac{1}{J}(\xi_x F + \xi_r G), \quad G_1 = \frac{1}{J}(\eta_x F + \eta_r G), \quad H_1 = \frac{H}{J}$$

où  $J = \frac{\partial(\xi, \eta)}{\partial(x, r)}$  est le Jacobien de la transformation et la notation  $(\gamma_s)$  représente la dérivée de  $\gamma$  ( $=\xi$  ou  $\eta$ ) par rapport à  $s$  ( $=x$  ou  $r$ ).

Pour des raisons évidentes de symétrie, le domaine d'intégration est limité par l'axe de la tuyère  $\eta = 1$ , sa paroi  $\eta = 0$  et deux frontières amont  $\xi = 0$  et aval  $\xi = \xi_{max}$  constituées de deux droites perpendiculaires à l'axe.

Dans la direction axiale, les pas  $\Delta \xi$  sont supposés constants. Dans la direction transversale, pour prendre en compte les effets visqueux, la distribution des pas  $\Delta \eta$  est variable entre 0 et  $\eta_f$  puis constante sur le reste du domaine. L'axe de la tuyère est situé à mi-distance entre deux lignes du maillage.

### Conditions limites :

- Au niveau de l'axe de la tuyère  $\eta = 1$ , les conditions de symétrie imposent  $\partial \phi / \partial \eta = 0$  (avec  $\phi = u, T, P$ ) et  $v = 0$ .
- Au niveau de la paroi  $\eta = 0$ , les conditions de non glissement impliquent  $u = v = 0$  et la condition d'échange par convection s'écrit :  $\partial T / \partial n = h(T - T_a)$ . La valeur de  $P$  est obtenue à partir de l'équation de quantité de mouvement par rapport à  $\eta$ .
- Au niveau de la frontière amont, la valeur de la vitesse est déterminée par extrapolation à partir des sections voisines. La température est alors obtenue en écrivant la conservation de l'enthalpie totale et la masse volumique, en supposant une évolution isentropique entre le réservoir et la section d'entrée.
- Au niveau de la frontière aval, l'écoulement étant supersonique, toutes les grandeurs de l'écoulement sont obtenues par extrapolation linéaire à partir de celles calculées dans les sections voisines.

## 3. METHODE DE RESOLUTION

L'équation vectorielle (3) a été résolue en utilisant un schéma explicite de type MacCormack :

$$U_{i,j}^{n+1} = L(\Delta t)U_{i,j}^n \quad (4)$$

et une technique de décomposition de l'opérateur de passage bidimensionnel (time splitting) en une séquence d'opérateurs monodimensionnels dans les deux directions  $\xi$  et  $\eta$ .

Pour conserver la précision d'ordre 2 du schéma en espace et en temps l'opérateur de passage doit être décomposé en une séquence symétrique d'opérateurs monodimensionnels [4, 5].

Compte tenu du problème étudié, nous avons adopté la séquence suivante :

$$U_{i,j}^{n+1} = L_\eta(\Delta t_\eta) L_\xi(\Delta t_\xi) L_\eta(\Delta t_\eta) U_{i,j}^n \quad (5)$$

Les opérateurs  $L_\xi$  et  $L_\eta$  sont respectivement appliqués aux équations suivantes :

$$\frac{\partial U_I}{\partial t} + \frac{\partial F_I}{\partial \xi} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial U_I}{\partial t} + \frac{\partial G_I}{\partial \eta} + \frac{H_I}{r} = 0 \quad (7)$$

Compte tenu de la séquence choisie et du critère de stabilité [4], le pas de temps utilisé dans nos simulations est tel que :  $\Delta t = 0,9 \min(\Delta t_\xi, 2\Delta t_\eta)$

#### 4. RESULTATS NUMERIQUES

Les caractéristiques géométriques de la tuyère étudiée, figure 1, sont :

- Demi angle du convergent :  $45^\circ$ .
- Demi angle du divergent :  $10^\circ$ .
- Rayon du col :  $0,03 \text{ cm}$ .
- Le convergent et le divergent sont raccordés par un arc de cercle.

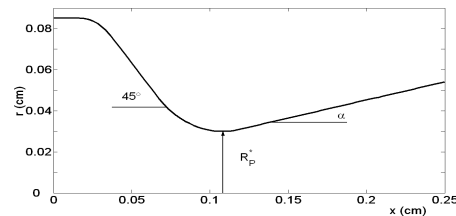


Figure 1. Géométrie de la tuyère

Les résultats numériques sont présentés dans le domaine physique, pour deux valeurs du coefficient d'échange  $h=0 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$  (cas adiabatique) et  $h=1000 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$  (cas refroidissement) et pour deux valeurs de la température d'entrée du fluide  $T_0=1500 \text{ K}$  et  $T_0=500 \text{ K}$  ; la pression d'entrée est maintenue constante  $P_0=1,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .

Nous avons limité notre présentation aux isothermes figures 2a-b et aux profils de température, figures 3a-b, aux isoMachs, figures 4a-b et aux profils de Mach, figures 5a-b.

Pour  $T_0=1500 \text{ K}$ , l'analyse des isothermes, figures 2a-b, met en évidence l'importance de la couche limite thermique dans le convergent pour  $h=1000 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$  alors que cette épaisseur est quasi nulle dans le cas adiabatique ( $h=0 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$ ). Dans le divergent, ces épaisseurs sont tout à fait comparables mais l'allure des isothermes est notablement influencée par la condition d'échange.

L'analyse des profils de températures en sortie de la tuyère, figures 3a-b, montre l'importance du gradient de température dans la couche visqueuse dans le cas adiabatique. Dans le cas du refroidissement, ces profils sont évidemment complètement modifiés et présentent des maximums dans la couche visqueuse qui s'éloignent de plus en plus de la paroi lorsque  $h$  augmente, figure 3b.

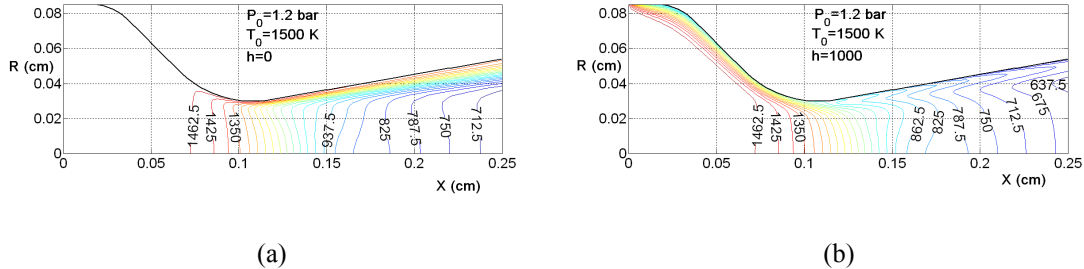


Figure 2. Isothermes,  $P_0=1,2 \text{ bar}$ ,  $T_0=1500 \text{ K}$ , (a) :  $h=0$ , (b) :  $h=1000 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ .

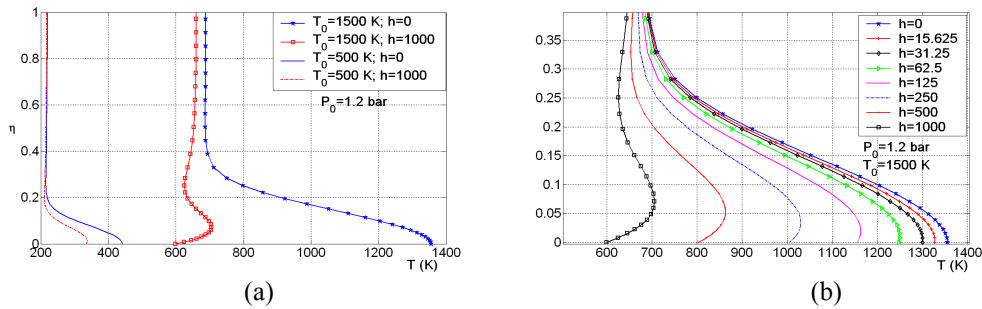


Figure 3. Comparaison des profils de température en sortie de tuyère  
(a) :  $T_0=500 \text{ K}$  et  $T_0=1500 \text{ K}$ , (b) :  $0 < h < 1000 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ .

L'observation des isoMachs, figures 4a-b, montre l'importance des effets dissipatifs dans le divergent où l'épaisseur de la couche limite dynamique en sortie est de l'ordre de 30% du rayon de la tuyère. Dans le cas du refroidissement, cette épaisseur diminue légèrement entraînant une augmentation du nombre de Mach en sortie de tuyère ( $M \approx 2,5$ ) par rapport à celui obtenu dans le cas adiabatique ( $M \approx 2,4$ ), figure 5a. Ces effets sont évidemment liés aux conditions génératrices et s'atténuent lorsque  $T_0$ , figure 5b.

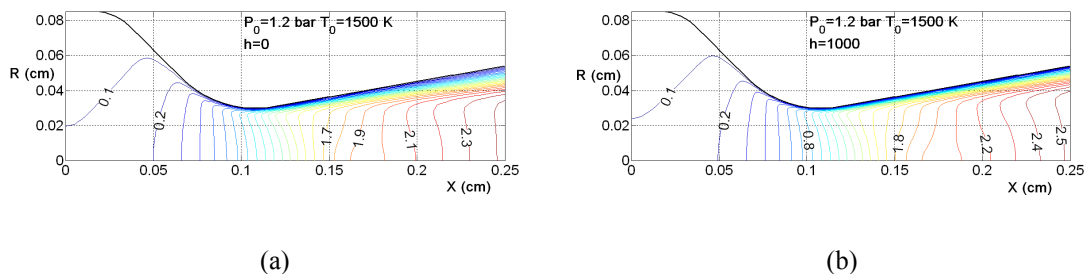


Figure 4. Contours de Mach,  $P_0=1,2 \text{ bar}$ ,  $T_0=1500 \text{ K}$ , (a) :  $h=0$ , (b) :  $h=1000 \text{ W/(m}^2\text{K)}$

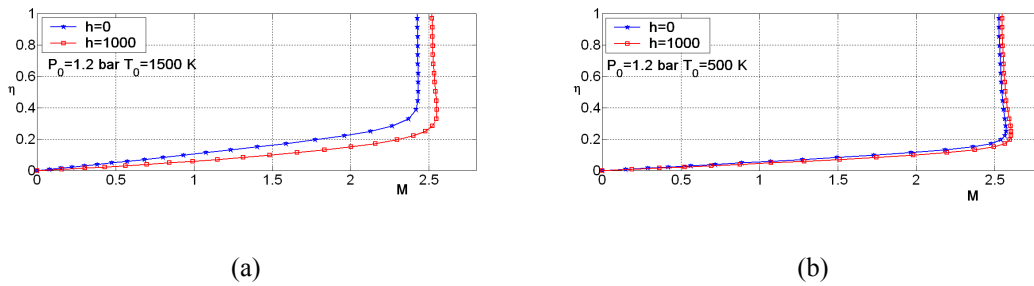


Figure 5. Comparaison des profils de Mach en sortie pour  $h=0$  et  $h=1000$   $W/(m^2K)$ ,  $P_0=1,2$  bar, (a) :  $T_0=1500$  K, (b) :  $T_0=500$  K.

## 5. CONCLUSION

Dans ce travail, nous avons étudié l'écoulement d'un fluide compressible visqueux, laminaire et axisymétrique dans une tuyère soumise à diverses conditions aux limites thermiques. L'algorithme numérique développée est basé sur un schéma aux différences explicite de type MacCormack avec décomposition de l'opérateur bidimensionnel. Les résultats obtenus montrent l'influence des conditions thermiques pariétales sur la structure de l'écoulement que ce soit dans le convergent sur les épaisseurs de la couche limite thermique ou dans le divergent. Dans cette dernière zone, les conditions thermiques influent d'une manière significative sur les profils de température dans les zones où les effets visqueux sont importants.

### Nomenclature

$h$  coefficient d'échange,  $W/(m^2.K)$   
 $k$  conductivité thermique du fluide,  $W/(m.K)$   
 $M$  nombre de Mach  
 $P_0$  pression à l'entrée de la tuyère,  $Pa$   
 $x, r$  coordonnée axiale, radiale,  $m$   
 $r_p$  rayon au col de la tuyère,  $m$   
 $T_0$  température à l'entrée de la tuyère,  $K$

$T_a$  température ambiante,  $K$   
 $u, v$  vitesse radiale, axiale,  $m/s$   
 Symboles grecs  
 $\eta, \xi$  coordonnées adimensionnelles  
 $\Delta\eta, \Delta\xi$  pas d'espace adimensionnels  
 $\Delta t$  : pas de temps

### Références

- [1] J. H. Ferziger, M. Peric, *Computational Methods for Fluid Dynamics*, Springer-Verlag, 1997.
- [2] D. A. Anderson, J. C. Tannehill, R. H. Pletcher, *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, Hemisphere Publishing, Corporation 1984.
- [3] P. Chassaing. *Mécanique des Fluides*, Cépadués Edition, 2000.
- [4] M. Imbert et D. Zeitoun. Etude numérique d'un écoulement à nombre de Reynolds modéré dans une tuyère. *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée*, Vol.1, N°4, pp. 595 à 609, 1982.
- [5] R. W. Mac Cormack and B. S. Baldwin, A numerical method for solving the Navier-Stokes equations with application to shock-boundary layer interactions. *AIAA 13<sup>th</sup> Aerospace Sciences Meeting*, Pasadena, Calif. January 20-22, 1975.
- [6] J. L. Steger and R.F. Warming, Flux vector splitting of the inviscid gasdynamic equations with application to finite difference methods. *Journal of Computational Physics*, Vol.40, pp. 263-293, 1981.
- [7] B. Van Leer, W. K. Anderson and J. L. Thomas. Comparison of volume flux vector splitting for the Euler equations. *AIAA Journal*, Vol.24, N°9, September 1986.