



**HAL**  
open science

## Critères de corrélation pour le choix optimal d'éléments rayonnants dans les systèmes multi-antennes

Stéphane Avrillon, Franck Nivole, Christian Brousseau

### ► To cite this version:

Stéphane Avrillon, Franck Nivole, Christian Brousseau. Critères de corrélation pour le choix optimal d'éléments rayonnants dans les systèmes multi-antennes. 15ème Journées Nationales Micro-ondes, May 2007, Toulouse, France. hal-00152102v1

**HAL Id: hal-00152102**

**<https://hal.science/hal-00152102v1>**

Submitted on 6 Jun 2007 (v1), last revised 7 Jun 2007 (v2)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Critères de corrélation pour le choix optimal d'éléments rayonnants dans les systèmes multi- antennes

Stéphane Avrillon, Franck Nivole, Christian Brousseau

IETR, UMR CNRS 6164, Université de Rennes 1, Campus Beaulieu, 35042 RENNES Cedex

stephane.avrillon@univ-rennes1.fr

### Résumé

Ce papier pose les définitions de coefficients de corrélation entre deux antennes faisant intervenir leurs fonctions de rayonnement vectorielles sans considération sur le canal de propagation. Trois coefficients sont déterminés par des propriétés mathématiques sur les fonctions de rayonnement des antennes et sont associés à des diversités de polarisation, d'amplitude et de phase. Le produit de ces trois coefficients donne un coefficient global qui peut être aussi défini par des considérations sur les interactions de rayonnement entre deux antennes. Ces coefficients peuvent être utilisés pour analyser le choix d'un réseau d'antennes hétérogènes pour des applications MIMO (Multiple Input Multiple Output) par exemple. Ils donnent une information sur les directions et les diversités pour lesquelles les antennes sont efficaces (décorrélées). Une application sur un réseau d'antennes co-localisées et des conclusions sur les performances d'un tel réseau dans des environnements multi-trajets sont données.

### I. Introduction

Les systèmes multi-antennes sont de plus en plus utilisés dans les télécommunications sans fil. Ainsi, les techniques MIMO (Multiple Input - Multiple Output) semblent être une des voies de recherche les plus prometteuses pour augmenter les débits et la robustesse des communications. De même, l'amélioration des performances peut passer par la caractérisation des canaux de transmission qui nécessite, là aussi, l'utilisation de systèmes multi-capteurs (goniométrie...).

Dans ces applications, les performances sont directement liées à la corrélation entre les antennes. De nombreux travaux ont été menés sur l'étude de la corrélation en utilisant le coefficient de corrélation d'enveloppe  $\rho_e$ .

$$\rho_e = \frac{\left| \oint \mathbf{E}_1(\Omega) \mathbf{E}_2^*(\Omega) P(\Omega) d\Omega \right|}{\sqrt{\oint |\mathbf{E}_1(\Omega)|^2 P(\Omega) d\Omega} \sqrt{\oint |\mathbf{E}_2(\Omega)|^2 P(\Omega) d\Omega}} \quad (1)$$

avec  $P(\Omega)$  la distribution des directions d'arrivées et  $(.)^*$  le conjugué.  $\mathbf{E}_i(\Omega)$  correspond au champ électrique complexe rayonné en champ lointain quand l'antenne  $i$  est alimentée et l'autre antenne est chargée sur 50 $\Omega$ .

Ce coefficient donne des informations intéressantes sur la corrélation entre deux antennes dans un environnement connu. Par contre, il ne tient pas compte des polarisations des antennes et ne permet pas de différencier les directions pour lesquelles les antennes sont décorrélées.

Le but de ce papier est de définir différents coefficients permettant d'évaluer la corrélation entre deux antennes suivant la direction d'arrivée, la polarisation et le retard des différents trajets en tenant compte uniquement des réponses des antennes. Ainsi, chaque coefficient caractérise la corrélation liée à un type de diversité (polarisation, amplitude, phase ou espace) pour chaque direction  $\Omega$  de l'espace sans aucune information a priori sur le canal de propagation.

### II. Les coefficients de corrélation

Dans cette étude, les antennes sont modélisées par la fonction de rayonnement mesurée ou simulée  $F(\Omega)$  qui est liée au champ lointain rayonné par une antenne, par la relation :

$$\vec{\mathbf{E}}(r, \Omega) = -j 2 \eta_0 I G(r) \vec{\mathbf{F}}(\Omega)$$

avec  $\eta_0$ , l'impédance caractéristique du vide,  $I$ , le courant équivalent dans l'antenne et  $G(r)$ , la fonction de Green.

Ces fonctions de rayonnement peuvent tenir compte de la diversité d'espace en incluant le déphasage dû au décalage spatial du centre de phase de l'antenne.

L'étude des propriétés des fonctions de rayonnement normalisées par rapport au maximum de rayonnement  $F^N(\Omega)$  permet de définir les quatre coefficients de corrélation suivants. ( $\langle \vec{F}_1^N, \vec{F}_2^N \rangle$  est le produit scalaire et  $\|\vec{F}_1^N\|$  est la norme du vecteur).

$$\text{Polarisation : } \rho_{polar}(\Omega) = \frac{\langle \vec{F}_1^N, \vec{F}_2^N \rangle}{\|\vec{F}_1^N\| \|\vec{F}_2^N\|} \quad (2) \quad \text{Phase : } \rho_{phase}(\Omega) = \frac{|\Re(\langle \vec{F}_1^N, \vec{F}_2^N \rangle)|}{\langle \vec{F}_1^N, \vec{F}_2^N \rangle} \quad (4)$$

$$\text{Amplitude : } \rho_{mag}(\Omega) = \frac{2\|\vec{F}_1^N\| \|\vec{F}_2^N\|}{\|\vec{F}_1^N\|^2 + \|\vec{F}_2^N\|^2} \quad (3) \quad \text{Global : } \rho(\Omega) = \rho_{polar}(\Omega) \cdot \rho_{mag}(\Omega) \cdot \rho_{phase}(\Omega) \quad (5)$$

Dans le cas où ces coefficients sont proches de 0, les deux antennes sont peu corrélées et dans le cas où ils sont proches de 1, les deux antennes sont très corrélées. Ces coefficients sont obtenus par des propriétés vectorielles des fonctions de rayonnement normalisées. Quelques éléments de ces calculs sont donnés dans les paragraphes qui suivent.

#### Obtention du coefficient en polarisation

Le coefficient en polarisation est dérivé de l'inégalité de Cauchy-Schwartz (6) sur le produit scalaire  $\langle \vec{F}_1^N, \vec{F}_2^N \rangle$ . Si les deux facteurs d'antennes sont orthogonaux (respectivement colinéaires), le produit scalaire est nul (respectivement égal à un).

$$0 \leq \frac{|\langle \vec{F}_1^N, \vec{F}_2^N \rangle|}{\|\vec{F}_1^N\| \|\vec{F}_2^N\|} \leq 1 \quad (6)$$

#### Obtention du coefficient en amplitude

Le coefficient en amplitude est calculé uniquement à partir des modules des facteurs d'antenne. Pour que le coefficient soit nul dans une direction donnée, il faut qu'une antenne rayonne et que l'autre ne rayonne pas ( $\|\vec{F}_1^N\| = 0$  ou  $\|\vec{F}_2^N\| = 0$ ). Au contraire, le coefficient est maximum et égal à un si les deux antennes rayonnent de manière égale ( $\|\vec{F}_1^N\| = \|\vec{F}_2^N\|$ ). Ces deux conditions amènent à l'inégalité suivante qui définit la corrélation en amplitude (3).

$$0 \leq \frac{2\|\vec{F}_1^N\| \|\vec{F}_2^N\|}{\|\vec{F}_1^N\|^2 + \|\vec{F}_2^N\|^2} \leq 1 \quad (7)$$

#### Obtention du coefficient en phase

Afin de définir des corrélations en phase, il faut supposer que les antennes possèdent une polarisation linéaire. Ceci permet d'écrire les relations (8) sur les facteurs d'antenne.

$$\vec{F}_1^N = |F_1^N| e^{j\varphi_1} \vec{u}_1 \quad \text{et} \quad \vec{F}_2^N = |F_2^N| e^{j\varphi_2} \vec{u}_2 \quad (8)$$

avec  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  les phases et  $\vec{u}_1$  et  $\vec{u}_2$  les vecteurs directeurs des facteurs d'antenne.

Une manière simple d'obtenir une comparaison entre les phases est de déterminer la différence  $\varphi_1 - \varphi_2$ . Elle est égale à 0 si les phases sont égales, ce qui correspond à des antennes corrélées, et égale à  $\pi/2$  si les facteurs d'antenne sont en quadrature de phase, ce qui correspond à des antennes décorrélées. Afin de borner le coefficient à l'intervalle  $[0; 1]$ , on applique un cosinus sur cette différence de phase pour obtenir l'inégalité (8) donnant la corrélation en phase (4).

$$0 \leq |\cos(\varphi_2 - \varphi_1)| = \frac{|\Re(\langle \vec{F}_1^N, \vec{F}_2^N \rangle)|}{\langle \vec{F}_1^N, \vec{F}_2^N \rangle} \leq 1 \quad (9)$$

Dans le cas où les antennes ne sont pas à polarisation linéaire, le coefficient peut être utilisé mais n'est alors pas lié uniquement aux phases des antennes. Les amplitudes et la polarisation interviennent alors dans ce coefficient.

#### Obtention du coefficient global

La démarche d'obtention du coefficient de corrélation global est différente et permet de faire un lien avec des aspects de puissance de rayonnement. La puissance rayonnée en champ lointain par deux antennes est donnée par l'équation (10) et peut être décomposée en deux termes :  $P_{ii}$  dépendant du rayonnement propre de chaque antenne et  $P_{ij}$  dépendant de l'interaction d'une antenne sur l'autre.

$$P_R = \frac{1}{2} \Re \left[ (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) \wedge (\vec{H}_1 + \vec{H}_2)^* \right] = P_{ii} + P_{ij} \quad (10)$$

avec  $P_{ii} = \frac{1}{2} \Re \left[ \vec{E}_1 \wedge \vec{H}_1^* + \vec{E}_2 \wedge \vec{H}_2^* \right]$  et  $P_{ij} = \frac{1}{2} \Re \left[ \vec{E}_1 \wedge \vec{H}_2^* + \vec{E}_2 \wedge \vec{H}_1^* \right]$

Dire que les antennes sont décorréliées revient à dire que le rayonnement dépendant de l'interaction entre elles est nul, autrement dit  $P_{ij}=0$ . Au contraire, les antennes sont fortement corrélées si elles sont identiques et alors  $P_{ii}=P_{ij}$ . A partir de ces deux constats, en utilisant les liens entre E et H en champ lointain et en considérant que les puissances maximales rayonnées par les deux antennes sont identiques (normalisation), l'inégalité  $|P_{ij}/P_{ii}|$  (11) est posée et permet d'obtenir le coefficient de corrélation global.

$$0 \leq \left| \frac{P_{ij}}{P_{ii}} \right| = 2 \frac{\Re \left( \langle \vec{F}_1^N, \vec{F}_2^N \rangle \right)}{\|\vec{F}_1^N\|^2 + \|\vec{F}_2^N\|^2} \leq 1 \quad (11)$$

On peut alors remarquer que le produit des coefficients de corrélation en polarisation, en amplitude et en phase est égal au coefficient de corrélation global (5). Cette propriété est intéressante car elle montre que les diversités des antennes (polarisations, amplitudes et phases) influencent de manière indépendante la corrélation globale.

### III. Exemple de corrélation d'antennes : Antenne co-localisée pour le MIMO

Pour illustrer l'intérêt des coefficients de corrélation, un exemple d'antenne multi-capteurs co-localisés proposé par Konanur [1] pour une application MIMO est présenté. La figure 1 a) b) c) et d) donne le principe de cette antenne constituée de 3 dipôles orthogonaux et d'une boucle de courant « pie-shaped ». Le modèle utilisé pour simplifier l'étude est donné sur la figure 1 e) et est constitué de trois dipôles orthogonaux de longueur  $\lambda/2$  et d'une boucle de courant uniforme.

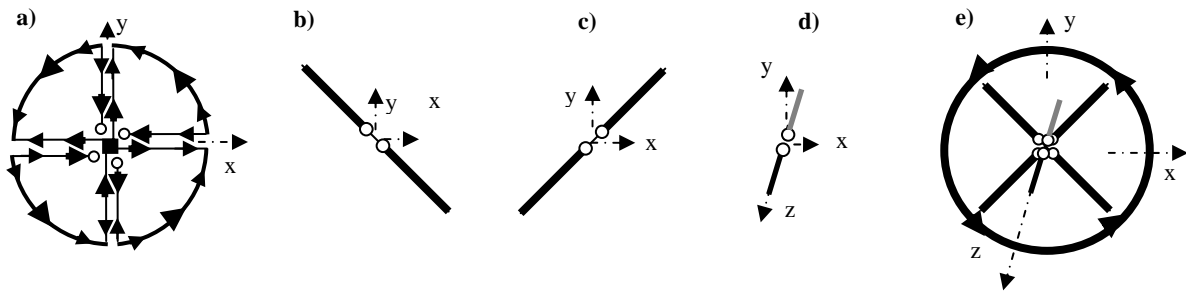


Figure 1. Représentation simplifiée de l'antenne co-localisée : a) la boucle de courant « pie-shaped », b) c) et d) les dipôles et e) l'antenne complète simplifiée.

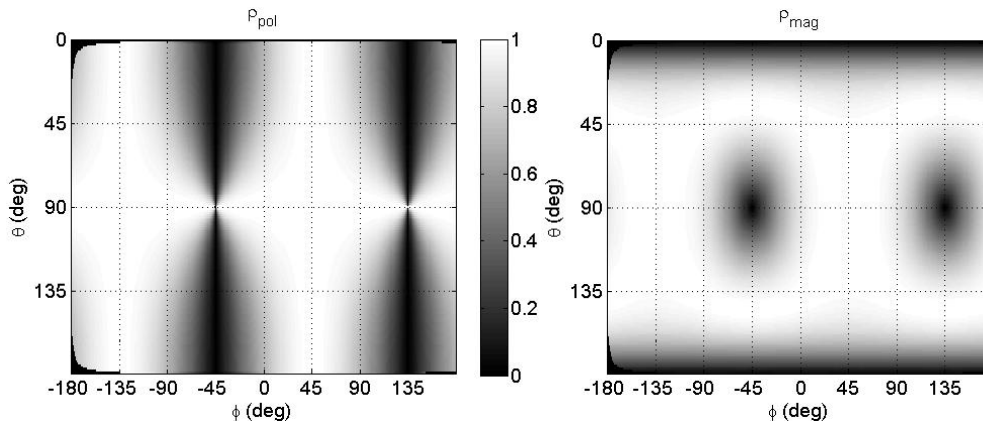
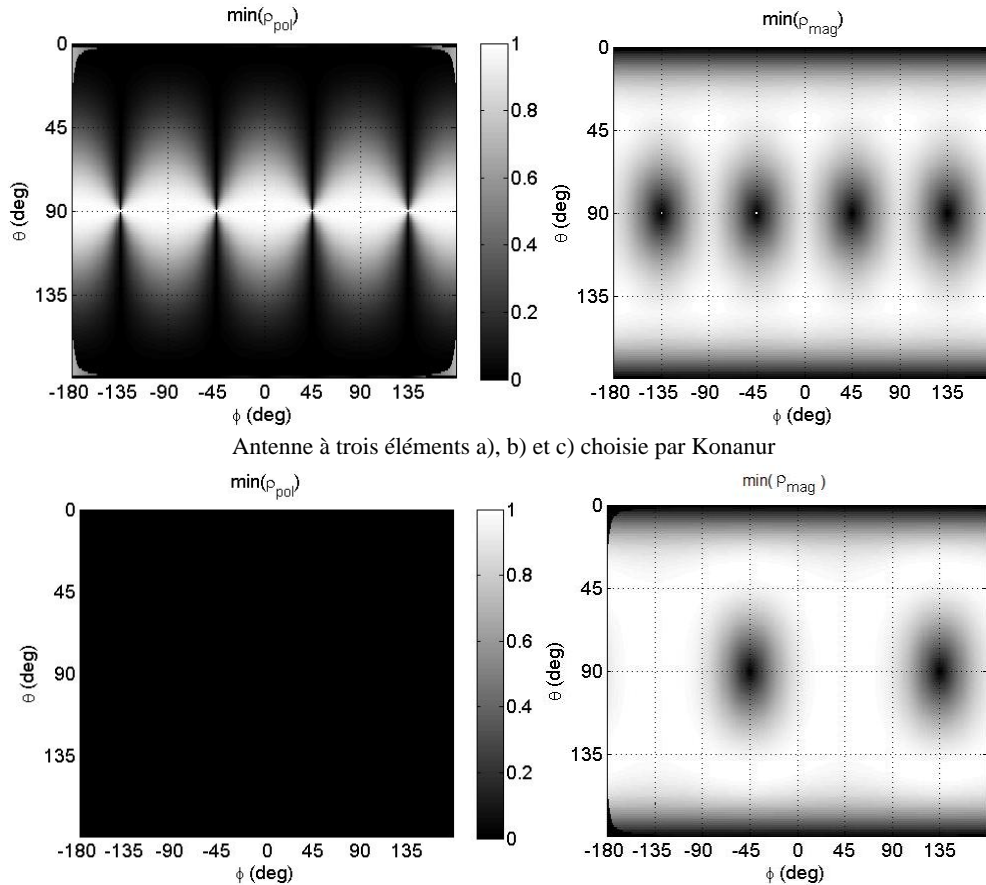


Figure 2. Corrélations en polarisation et en amplitude entre la boucle (Fig. 1a) et le dipôle (Fig. 1b).

En calculant les corrélations entre éléments deux à deux (exemple de la boucle a et du dipôle b présenté à la figure 2), on peut déterminer quel couple d'éléments permet d'obtenir une décorrélation optimale dans une ouverture angulaire donnée, pour une diversité donnée. Les graphiques donnent les valeurs de corrélation (le 0 représentant une décorrélation totale entre les antennes) en fonction des angles d'azimut  $\phi$  et zénithal  $\theta$ . La décorrélation en phase (et donc en diversité d'espace) est ici inexistante et n'est pas représentée.

Konanur réalise, dans son étude, une comparaison entre une antenne constituée des quatre éléments (figure 1e) et une antenne constituée des trois éléments a, b et c. Avec les critères de corrélation calculés précédemment, on peut

choisir trois éléments parmi les quatre qui permettent d'avoir, dans chaque direction et pour chaque diversité, deux éléments décorrélés. La décorrélation globale est alors obtenue en traçant le minimum des coefficients de corrélation entre deux éléments pour chaque direction. La configuration optimale obtenue ainsi est celle faisant intervenir la boucle de courant a), un des dipôles b) ou c) et le dipôle d). La figure 3 effectue la comparaison entre le choix de Konanur et le choix déduit de cette étude. On voit, grâce aux coefficients, que Konanur a privilégié la décorrélation en amplitude au détriment de la décorrélation en polarisation. Après mesure des performances de ses antennes, Konanur conclut, entre autre, que le passage d'une antenne de trois éléments à quatre éléments permet d'augmenter proportionnellement le débit maximum de son système MIMO. Ce résultat, au vu des calculs des coefficients de corrélation définis dans ce travail, doit être modulé : dans le cas où la diversité de polarisation est importante, le choix de Konanur n'est pas judicieux et le débit obtenu avec une antenne optimisée à trois éléments est sans doute beaucoup plus élevé.



Antenne à trois éléments a), b) et c) choisie par Konanur  
 Antenne à trois éléments a), b) et d) choisie avec les coefficients de corrélation  
 Figure 3. Comparaison des corrélations de deux antennes à trois éléments.

#### IV. Conclusion

Ce papier définit différents coefficients de corrélation entre antennes permettant de différencier les effets de polarisation, d'amplitude et de phase (en particulier d'espace). Ils permettent aussi de déterminer les directions pour lesquelles la décorrélation est maximale. Ces coefficients dépendent uniquement de la fonction de rayonnement des antennes qui peut être obtenue par simulation ou par mesure. Un exemple d'utilisation de ces coefficients pour le choix d'une antenne MIMO à trois éléments co-localisés est donné. Il permet de mettre en évidence les informations que l'on peut tirer d'une telle analyse en corrélation, en particulier dans le choix des antennes pour les systèmes MIMO ou les systèmes de goniométrie.

[1] A. S. Konanur, K. Gosalia, S. H. Krishnamurthy, B. Hugues, G. Lazzi, "Increasing wireless channel capacity through MIMO systems employing co-located antennas", IEEE Trans. On Microwave Theory and Techniques, Vol. 53, No6, June 2005, pp. 1837-1844