

État de l'art de la segmentation de maillage 3D par patchs surfaciques

S. DELEST, R. BONÉ & H. CARDOT

Université François Rabelais de Tours, Laboratoire Informatique
(sebastien.delest, romuald.bone, hubert.cardot)@univ-tours.fr

Résumé

La segmentation de maillage 3D est une composante essentielle de nombreuses applications. Elle se décline en deux familles : la segmentation en patchs surfaciques (régions du maillage présentant certaines caractéristiques géométriques) et la segmentation en parties significatives. Dans cet article, nous traitons principalement de la segmentation de maillages 3D en patchs surfaciques et en proposons un état de l'art. Nous positionnons le contexte de ce type de segmentation et discutons des contributions les plus pertinentes.

Mots-clés : État de l'art, Segmentation de maillage 3D, Patchs surfaciques

1 Introduction

La segmentation de maillage 3D est apparue comme une problématique importante du fait de sa complexité de mise en œuvre et de la multitude d'applications qui en sont dépendantes. Un maillage, et plus généralement une forme, peut être considéré d'un point de vue purement géométrique ou bien d'une manière plus orientée sémantique. La façon d'interpréter un maillage est liée à l'application visée et amène à une segmentation en patchs surfaciques ou bien en parties significatives. Dans le premier cas, le maillage est découpé en patchs caractéristiques qui peuvent respecter des contraintes de courbures aux frontières, de planéité, de convexité, etc. Dans le deuxième cas, l'objectif est de détecter des parties significatives de l'objet. Nous n'abordons pas la segmentation en partie significative dans cet article ; nous pourrions cependant retenir les fortes contributions de [Pag03, KLT05, Lie06] sur cette thématique.

La segmentation en patchs surfaciques est souvent utilisée dans les domaines suivants :

- **Le mappage de texture** [SSGH01][ZMT05]. La segmentation pourra isoler certaines parties de l'objet qui pourront être traitées avec des outils spécifiques d'application de texture.
- **La paramétrisation de maillage** [LPRM02][SWG⁺03][JKS05]. Paramétrer un maillage consiste à le décomposer en disques topologiques (c'est-à-dire en parties déplaçables sans recouvrement et sans trou) et à mettre ces parties en correspondance avec un plan (ou une autre forme).
- **Le remaillage et la simplification** [GWH01][ZTS02][She01][CSAD04]. Il s'agit de la reconstruction ou de la simplification d'un maillage dans le but d'obtenir un nouveau maillage, de complexité moins importante par exemple. La segmentation permettra de définir de petites régions qui pourront être transformées en de simples polygones.
- **La métamorphose** [STK02]. La métamorphose peut faire appel à des techniques de segmentation pour déterminer les principales surfaces de plusieurs objets qui pourront être mises en correspondance.
- **La compression de maillage** [KG00][LDB05]. De nombreuses applications y font appel, notamment pour des problématiques de transmission d'informations ou bien de limitations du support de visualisation. La compression de maillage pourra faire intervenir des algorithmes de simplification et de segmentation.
- **La détection de collisions** [GWH01][LTH01]. Les jeux vidéo et bien d'autres applications nécessitent de détecter les collisions entre les objets 3D. Les contraintes de temps réel impliquent une réaction très rapide et la comparaison de l'ensemble des faces des objets 3D représente un coût relativement élevé. Il est envisageable de détecter les collisions, non pas à partir des objets originaux, mais plutôt à partir de modèles simplifiés issus de la segmentation.

- **La reconnaissance de formes** [ZTS02]. La segmentation en patches surfaciques est un outil pour la reconnaissance des formes dans le sens où les caractéristiques des patches générés peuvent être confrontées à une banque de données pour relever les individus les plus proches selon la distance retenue.
- **La rétro-ingénierie** (reverse engineering) [MM04][BV04][AFS06]. A partir de la décomposition d'un objet 3D, il est possible de réaliser la hiérarchie des éléments qui le composent dans le but d'identifier des pièces conventionnelles d'ingénierie et les procédés qui ont contribué à sa réalisation.

Les maillages 3D font partie des outils de modélisation tridimensionnelle. Ils entrent dans la catégorie de modélisation surfacique qui offre une représentation plus ou moins complexe d'un objet et qui est très adaptée à la conception de formes. La modélisation filaire permet une description simple de la forme mais n'apporte pas d'information de surface. La modélisation volumique représente un objet comme un volume avec des informations sur l'intérieur de la forme. Les maillages 3D sont composés d'un ensemble de faces comprenant des sommets (vertex) ainsi que des arêtes. Le type de face est variable et les maillages triangulaires, quadrangulaires ou simplexes sont assez courants. Les maillages triangulaires sont cependant les plus répandus car ils représentent une solution privilégiée pour l'industrie de part leur simplicité et leur flexibilité. Il existe différents types de maillages :

- Le maillage **multi-résolution** offre plusieurs niveaux d'information et est un bon support pour des applications de progressivité d'affichage, de compression, de transmission de données, etc.
- Le maillage **régulier**, à l'inverse du maillage irrégulier, possède un nombre de voisins (valence) constant. Un maillage semi-irrégulier correspond à un maillage irrégulier où chacun des triangles le constituant possède un maillage régulier. Certaines applications de multi-résolution utilisent un maillage semi-irrégulier.
- Le maillage **conforme** a tous ses éléments géométriques d'aires non nulles et l'intersection de deux éléments géométriques de ce maillage est soit vide, soit réduite à un sommet ou soit correspond à l'intégralité d'une arête. La connexion du milieu d'une arête et d'un sommet sera par exemple interdite.
- Certains maillages triangulaires respectent le **critère de Delaunay** qui veut que les cercles circonscrits aux triangles formant le maillage ne contiennent aucun sommet.
- La plupart des maillages 3D sont généralement **2-manifold**, c'est-à-dire qu'ils disposent de faces simples et qu'ils respectent certaines propriétés comme le fait que chaque arête du maillage doit avoir exactement 2 faces adjacentes si c'est une arête intérieure au maillage et 1 seule si c'est une bordure du maillage.
- Le maillage est **orientable** lorsque la notion d'intérieur et d'extérieur peut exister. Les surfaces non-orientables les plus connues sont l'anneau de Möbius et la bouteille de Klein.
- Il est possible d'exprimer un **maillage dual** par rapport au maillage d'origine (primal) ; le dual pourra être utilisé dans le cadre de partition du maillage par exemple. Un nouveau sommet est placé au barycentre de chaque face et une connexion par une arête entre deux nouveaux sommets peut être établie si les faces associées sont adjacentes dans le maillage primal.

Les méthodes de segmentation sont sensibles au type de maillage utilisé. La plupart des méthodes que nous présentons utilisent un maillage mono-résolution, 2-manifold, conforme et orientable. Dans les sections suivantes, nous posons le problème de segmentation et présentons les différentes catégories de segmentation. Nous développons les techniques afférentes et discutons des critères de segmentation et d'évaluation.

2 Problématique de la segmentation de maillages 3D

Shamir [Sha04] a proposé une synthèse très pertinente de la segmentation de maillage 3D. Notre article se positionne comme une étude complémentaire.

Un maillage est une paire (P, K) telle que P représente un ensemble de n points $p_i = (x_i, y_i, z_i) \in \mathbb{R}^3$ avec $i \in \{1, \dots, n\}$ et K un complexe simplicial portant les informations topologiques. K peut se définir à partir d'un triplet $\{V, E, F\}$ où les vertex correspondent à $V = \{p_i | p_i \in \mathbb{R}^3, 1 < i < n\}$, les arêtes à $E = \{(p_i, p_j) | p_i, p_j \in V\}$ et les faces à $F = \{(p_i, p_j, p_k) | p_i, p_j, p_k \in V\}$ dans le cas de maillages

triangulaires.

Soit M un maillage 3D et S un élément du maillage qui correspond à V , E ou F . La segmentation Σ de M est un ensemble de sous-maillages $\Sigma = \{m_0, \dots, m_{k-1}\}$ induite par la partition de S en k sous-ensembles disjoints.

En utilisant un sous-ensemble $S' \subset S$, un sous-maillage $M' \subset M$ peut être créé en choisissant tous les sommets V' qui sont inclus dans S' et en définissant $M' = \{V', E', F'\}$ où $E' = \{(p_i, p_j) | p_i, p_j \in V'\}$ rassemble toutes les arêtes ayant leurs deux sommets dans V' et F' rassemble toutes les faces ayant leurs sommets dans V' . L'ensemble S peut intégrer des sommets, des arêtes ou des faces du maillage et le partitionnement de S induit une segmentation du maillage M . La plupart des algorithmes de segmentation de maillage réalisent le partitionnement par rapport aux faces du maillage ($S = F$), quelques-uns par rapport aux sommets ($S = V$) et par rapport aux arêtes ($S = E$). Le problème revient alors à décider de quelle manière réaliser le partitionnement de S et ce qui dépend fortement de l'application.

Certaines méthodes de segmentation font appel au graphe dual du maillage. En considérant S comme l'ensemble à partitionner dans le maillage M , on peut construire le graphe dual G de M en représentant chaque élément de S par un nœud dans G et en définissant les arcs dans G par la relation d'adjacence dans M entre les éléments de S . Si $S = F$ alors chaque nœud de G représentera une face dans M et chaque arc connectera des faces adjacentes.

A partir d'une telle représentation, le problème de la segmentation de maillage peut être considéré comme un problème de partitionnement de graphe sous contrainte. Par cette analogie, on peut conclure que le problème de segmentation de maillage est au moins NP-complet et souvent NP-difficile. En outre, si $card(\Sigma) = k$ et $card(S) = n$, alors l'énumération complète de toutes les solutions possibles est pratiquement irréalisable du fait que l'espace de recherche est d'ordre k^n . Il est donc primordial d'approximer la solution pour rester dans des temps de calcul raisonnables. De nombreux outils de partitionnement de graphe sont proposés dans le logiciel METIS [KK98] et leur application à des maillages 3D offrent des résultats intéressants.

Parmi les travaux apparus ces dernières années sur la segmentation de maillages 3D, les principales approches correspondent à la croissance de régions, la ligne de partage des eaux, le partitionnement hiérarchique, le partitionnement itératif et l'analyse spectrale.

3 Les techniques de segmentation

Pour chaque catégorie de segmentation, de nombreuses méthodes ont été développées. Nous discutons dans cette section des méthodes apparues récemment et qui bénéficient d'un rayonnement important dans la communauté.

3.1 La croissance de régions

La croissance de régions représente une des méthodes les plus intuitives pour segmenter un maillage. L'algorithme général de croissance de régions est initialisé à partir d'un élément germe et la croissance est réalisée sous la forme d'un sous-maillage selon un critère d'homogénéité.

La méthode de génération d'atlas de texture proposée dans [LPRM02] utilise un procédé de croissance de régions pour saisir l'intégralité des éléments composant les patches. En effet, l'algorithme s'attache à extraire dans un premier temps des contours caractéristiques puis à réaliser une série de croissances de régions dans chacun des patches potentiels. L'algorithme de segmentation fait intervenir les deux contraintes suivantes :

- les frontières des patches doivent être positionnées de telles sortes que les discontinuités entre les patches soient localisées dans des zones où ils ne causeront pas d'artéfact de texture.
- les patches doivent être homéomorphes à des disques et il doit être possible d'effectuer une paramétrisation sans introduire trop de déformation.

Une méthode qui segmente simultanément le maillage et en définit la paramétrisation est proposée dans

[SCOGL02]. Les germes sont choisis au hasard et la croissance de régions est réalisée en fonction de l'optimisation de différents critères. Lorsqu'une face est rencontrée, la distorsion par rapport à sa transformation en 2D est mesurée pour décider si elle sera à ajouter à la région.

Mitani et Susuki [MS04] proposent une méthode de segmentation de modèles 3D qui impose que chaque région doit être développable (dépliable). L'application correspond à la réalisation de schémas de découpe pour la conception d'objets en papier (papercraft). Leur algorithme est basé sur celui de [LPRM02] mais en considérant la génération de petits ensembles de triangles (clusters) dans un premier temps. La fusion des petits clusters s'opère à partir des étapes suivantes :

- sélection du cluster ayant le plus petit nombre de triangles,
- calcul du nombre d'arêtes partagées par les deux clusters adjacents,
- fusion de la paire de clusters ayant le nombre maximum d'arêtes en commun.

Ces trois étapes sont répétées tant qu'il existe un cluster ayant un nombre de faces inférieur à un seuil. Contrairement à l'approche de [LPRM02], il est possible d'obtenir des patches non-homéomorphes à un disque, ce qui n'est pas incompatible avec leur application. Chaque cluster est ensuite décomposé en régions représentatives des patches en papier et les lignes de coupe sont affinées.

La méthode de segmentation de [LDB05] est basée sur la classification de sommets par rapport à leur courbure, sur la croissance de régions et la rectification des frontières suivant les directions des tenseurs de courbure. La classification des courbures regroupe dans des clusters les sommets de courbures semblables même si leur position dans l'espace est très différente. Une face triangulaire pourra être considérée comme germe si ses trois sommets appartiennent au même cluster ou si deux de ses sommets appartiennent au même cluster et que le troisième forme un angle aigu ou enfin si un sommet appartient au cluster et que ses deux autres sommets sont aigus. La croissance de régions va traiter le premier triangle germe (il n'est pas encore labélisé) et lui associer une région. Dès lors que la croissance aura été stabilisée pour cette région, le processus se répète avec un nouveau triangle germe.

Mizoguchi *et al.* [MDKK06] ont récemment proposé une méthode de segmentation de maillages 3D scannés en surfaces analytiques à partir de l'estimation robuste de la courbure et de la croissance de régions. Ils mettent en œuvre une estimation de la courbure pour la détection d'arêtes vives et une croissance de régions non-itérative pour déterminer les patches surfaciques. Ce procédé permet d'associer aux surfaces analytiques extraites des informations de haut niveau telles que le processus d'assemblage, l'extrusion linéaire de surface et les surfaces de révolution. La croissance de régions est initialisée à partir de germes issus d'une classification des courbures principales. Chaque vertex est associé à un label *plan*, *cylindre*, *sphère*, *cône* ou *tore*. A chaque type de surface est affecté un seuil qui correspond au nombre maximum de vertex que pourra accepter la région germe. Une région germe est ensuite créée en considérant un ensemble de vertex connectés avec le même label et le seuil qui dépend du type de la surface.

La méthode de [VS05] repose sur un principe assez proche. Un label est attribué à chaque vertex à partir des courbures moyennes et gaussiennes filtrées, en fonction des huit types fondamentaux de surface (voir figure 1). La proximité de vertex labélisés de la même manière engendre des zones caractéristiques que l'algorithme va contracter pour déterminer des germes de la croissance de régions.

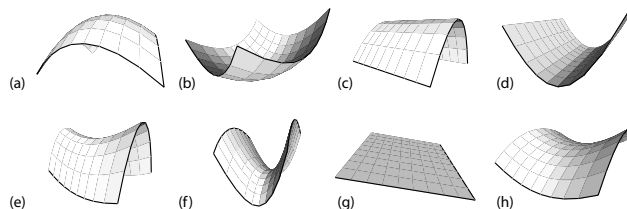


FIG. 1 – Les huit types fondamentaux de surface : (a) sommet, (b) trou, (c) crête, (d) vallée, (e) selle-crête, (f) selle-vallée, (g) plan et (h) minimale.

3.2 La ligne de partage des eaux

La ligne de partage des eaux (LPE) est une méthode de segmentation largement utilisée sur les images 2D. Elle se place dans un contexte où le graphe à partitionner est considéré comme un relief et les sommets sont positionnés à une certaine hauteur. Ce relief est plongé progressivement dans de l'eau et des inondations sont simulées à partir des minima (vertex ou plateaux n'ayant pas de voisin de niveau inférieur, voir figure 2). Des bassins d'eau se forment et lorsque deux bassins se rencontrent, une LPE est créée. Il existe une variante de cette méthode qui considère des marqueurs spécifiques comme source de l'inondation et non plus les minima.

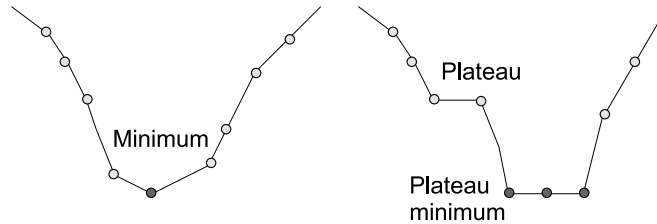


FIG. 2 – Minimum et plateaux.

La contribution de Mangan et Whitaker [MW99] sur la segmentation de maillage 3D par LPE a servie de base à de nombreux travaux ultérieurs. Ces deux auteurs ont généralisé le principe de la LPE aux maillages 3D et ont proposé deux stratégies pour appliquer la LPE (Figure 3), l'approche *ascendante*, qui consiste à inonder les minima jusqu'à ce que les bassins voisins se rencontrent et l'approche *descendante*, qui correspond au positionnement d'un jeton en un point et à son déplacement le long de la pente la plus forte pour atteindre un minimum. C'est la deuxième approche qui a été retenue car plutôt adaptée à la topologie irrégulière d'un maillage 3D. Pour caractériser la fonction de hauteur des vertex, la courbure calculée par la norme de la matrice de covariance est utilisée. Le résultat de la LPE souffre généralement de sur-segmentation. Il est possible de contrôler ce phénomène à l'aide de marqueurs, d'un seuillage des régions ou encore de la segmentation hiérarchique. Mangan et Whitaker ont proposé d'utiliser un seuil au niveau de la profondeur de la LPE. Pour caractériser la hauteur d'une frontière, c'est-à-dire le potentiel à rassembler deux régions ou à maintenir une séparation forte en elles, il est possible d'utiliser directement la courbure du point selle (ou point de crête), c'est-à-dire le point le plus bas de la frontière entre deux bassins. Il apparaît cependant que cette information est beaucoup trop locale ; la profondeur de la LPE fait intervenir une information supplémentaire qui correspond à la profondeur des bassins adjacents. Elle se définit comme la différence entre la courbure du point selle et la profondeur maximum entre ses deux bassins adjacents.

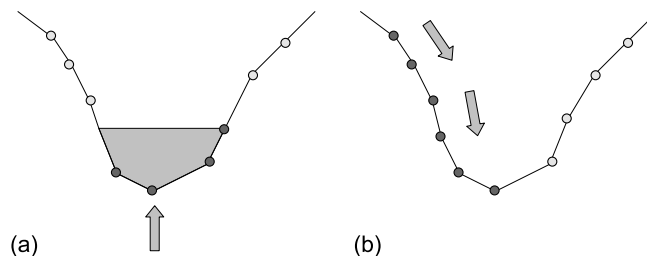


FIG. 3 – Les deux approches de la ligne de partage des eaux : (a) l'approche *ascendante* et (b) l'approche *descendante*.

Sun *et al.* [SPP⁺02] ont proposé un algorithme de détection de contours et ont discuté de ses applications pour la segmentation et le lissage de surface. La distance géodésique est utilisée pour caractériser le voisinage des vertex et calculer le niveau d'un contour. L'approche *descendante* de la LPE est ensuite employée pour réaliser la segmentation. La méthode détermine dans un premier temps les minima et attribue à chacun un label. Tous les vertex non labélisés effectuent une descente pour trouver une région

labélisée. La fusion des régions dont la profondeur de LPE est inférieure à un seuil est ensuite réalisée. Pour la détection des minima, l'algorithme d'inondation de [RM01] basé sur les files d'attente *FIFO* et concernant le parcours des vertex est appliqué. Pour le procédé de descente, l'algorithme à progression rapide (fast marching) [Set99] est utilisé.

Zuckerberger *et al.* [ZTS02] mettent en œuvre un algorithme de LPE (processus descendant) utilisant une fonction de hauteur par rapport aux arêtes du maillage. Le processus de la LPE évolue non plus sur les vertex mais sur les arêtes. Leur fonction de hauteur est définie par $h = (1 - \cos \alpha)$ où α est l'angle dièdre de l'arête (l'angle entre les deux faces adjacentes). La labellisation des faces associe à une face le label de son arête de hauteur la plus faible.

La méthode hybride présentée dans [RB03] utilise la LPE et l'information de courbure au niveau de l'angle dièdre des arêtes. Ces travaux se positionnent comme un complément de la méthode de Mangan et Whitaker en focalisant sur le problème des frontières des régions. Dans un premier temps, les arêtes dont l'angle dièdre est supérieur à un seuil sont déterminées. Tous les vertex appartenant à des arêtes de ce type sont labélisés. Les triangles dont les vertex sont tous labélisés vont être subdivisés selon certains critères. Le nouveau maillage peut enfin subir le procédé de LPE en affectant aux vertex labélisés une courbure maximale. Les arêtes qui contiennent ces vertex de courbure maximale garderont ainsi l'étiquette de contour de régions.

Page *et al.* [PKA03] proposent une méthode de segmentation qui fait intervenir un algorithme de LPE par *ascension de colline* [RM01], une carte directionnelle des hauteurs adaptée à la *règle des minima* [HR87] et un ensemble d'opérations morphologiques pour améliorer les marqueurs de la LPE. Cette méthode de segmentation suit la *règle des minima*, c'est-à-dire que le découpage des objets s'inspire du schéma de la perception humaine. La méthode se base sur les approches de progressions rapides de [KS98] pour définir les plus courts chemins géodésiques sur le maillage. L'inondation opérée par la LPE s'effectue ainsi de manière plus contrôlée. La LPE est initialisée avec de marqueurs définis à partir du filtrage des courbures principales positives et d'opérations morphologiques pour nettoyer les trous et les ouvertures.

Récemment, Chen et Georganas [CG06] ont proposé une méthode de segmentation par LPE en utilisant des méthodes de progressions rapides. La spécificité de leur méthode est de pouvoir segmenter des modèles de haute résolution en utilisant un voisinage étendu de multi-anneaux basée sur l'extraction de caractéristiques. Dans le cas d'un maillage basse résolution, le 1-voisinage est considéré. Pour les maillages haute résolution, ils peuvent étendre le degré du voisinage jusqu'à 5. Le maillage est simplifié en considérant des vertex reliés avec d'autres vertex du dernier anneau. L'approche ascendante pour la LPE est utilisée et les minima sont déterminés à partir de la courbure Gaussienne. Leur schéma de LPE correspond à l'érosion progressive des séparations entre les bassins. Pour éliminer les régions non significatives, deux critères sont utilisés : la taille des régions et la longueur des frontières.

Nos propres travaux portent principalement sur la segmentation de maillages 3D à partir de la LPE. Nous avons proposé dans [DBC06] un algorithme de segmentation hiérarchique issu de la LPE sans biais de Beucher [Beu04]. A partir des informations de profondeur de la LPE, les bassins qui pourront s'inonder mutuellement sont définis comme des régions-germes labélisées. La fusion s'opère ensuite en considérant les bassins adjacents non fusionnés qui peuvent se déverser dans les régions déjà formées. Lorsque la fusion a fait se rencontrer deux régions labélisées, un verrou est posé sur ces deux régions qui ne pourront plus fusionner à cette étape. Le procédé est alors réitéré en considérant de nouveaux germes



FIG. 4 – Segmentation de différents modèles par rapport à la courbure.

à partir des régions qui peuvent s'inonder mutuellement. Cette méthode permet de faire apparaître les niveaux les plus significatifs et de proposer, même dans le cas de maillage de haute résolution, un nombre relativement faible de niveaux à parcourir pour sélectionner la segmentation la mieux adaptée à l'application (voir figure 4).

3.3 Partitionnement hiérarchique

La recherche d'un optimum local peut conduire à un résultat global insatisfaisant. Le nombre de régions est fortement dépendant du nombre de germes pour la croissance de régions ou bien des minima et marqueurs pour la LPE. Il est possible de considérer la segmentation qu'offrent ces méthodes comme le premier niveau d'une hiérarchie de segmentation. Les différentes régions peuvent être fusionnées suivant certains critères jusqu'à la fusion de toutes les régions. A partir des différentes régions créées par une méthode de segmentation, les paires de régions adjacentes se voient attribuées d'un coût qui représente leur potentiel de fusion. Les régions sont alors fusionnées par ordre croissant des coûts.

Garland *et al.* [GWH01] utilisent la distance L^2 et la norme de l'orientation par rapport à des plans représentatifs. Ils font intervenir la mesure de la planéité, la métrique d'erreur quadratique et mettent en relief différents biais. Le fait de regrouper des vertex qui semblent appartenir au même plan n'assure pas obligatoirement la cohérence de l'orientation des normales (voir figure 5). Certaines applications comme la simplification nécessitent des clusters de formes simples et compactes. Pour garantir une certaine compacité, Garland *et al.* ont utilisé un critère d'irrégularité défini par :

$$\gamma = \frac{\rho^2}{4\pi w} \quad (1)$$

où ρ correspond au périmètre et w à l'aire. Pour décider si deux clusters C_1 et C_2 peuvent fusionner par rapport à la contrainte de forme, la pénalité suivante est appliquée :

$$E_{forme} = \frac{\gamma - \max(\gamma_1, \gamma_2)}{\gamma} \quad (2)$$

avec γ , l'irrégularité du nouveau cluster formé par les deux clusters qui peuvent fusionner et γ_1, γ_2 , l'irrégularité des clusters 1 et 2. L'erreur d'ajustement par rapport au plan, l'erreur d'orientation et l'erreur de forme sont considérées pour définir le coût de fusion de deux clusters :

$$E = E_{plan} + E_{orientation} + E_{forme} \quad (3)$$

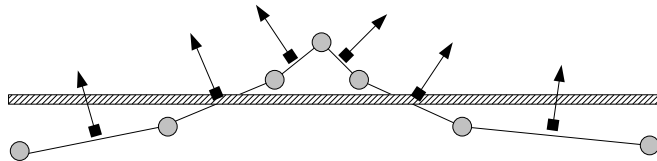


FIG. 5 – Biais d'orientation.

Sander *et al.* [SSGH01] utilisent un schéma de segmentation similaire à celui présenté précédemment. Ils assignent dans un premier temps un cluster à chaque face du maillage puis stockent dans une file d'attente les paires de régions candidates en fonction de leur coût. La fusion n'est pas autorisée s'il en résulte un cluster de moins de 3 coins. La fusion est également interdite si le cluster n'est pas homéomorphe à un disque, c'est-à-dire s'il n'existe pas au moins un vertex isolé entouré d'un chemin d'arêtes frontières. Une fois tous les clusters identifiés, la rectification des frontières est réalisée à l'aide d'un algorithme de recherche du plus court chemin.

Inoue *et al.* [IY⁺01] partitionnent hiérarchiquement le maillage en considérant le graphe dual du maillage, c'est-à-dire un ensemble de faces avec des liens d'adjacence. Les arêtes qui lient une paire de faces sont labélisées comme *interne* ou *frontière*. Chaque paire de faces non marquée est candidate pour la fusion. L'aire, la régularité des frontières et la planéité sont privilégiées comme caractéristiques

significatives d'une région. L'algorithme de fusion traite prioritairement les paires de régions qui ont le meilleur score de fusion. La fusion est réalisée en contractant l'arête d'adjacence qui relie deux régions (voir figure 6). Le procédé du choix de la meilleure paire de régions en fonction de son score de fusion et le procédé de contraction sont répétés tant qu'il existe des régions qui peuvent potentiellement fusionner.

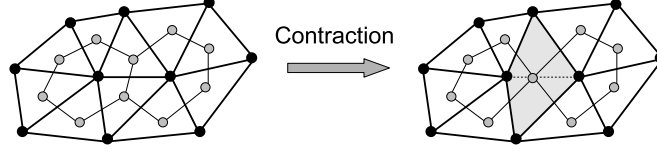


FIG. 6 – Contraction d'une arête du graphe dual du maillage.

L'algorithme de partitionnement proposé par [She01] repose sur le principe de contraction du graphe d'adjacence. Dans le cadre de la simplification de maillage 3D sur des modèles de CAO, la méthode utilise une mesure d'attraction directionnelle de cluster basée sur les indices suivants :

- arête non contractable : les maillages non manifold autorisent le partage d'arêtes par plus de deux faces. Ces arêtes sont considérées comme non contractables.
- préservation des frontières : les frontières de deux régions qui s'apprêtent à fusionner ne doivent pas être trop fortes. Les angles dièdres des arêtes de la frontière ne doivent pas être inférieurs à un certain seuil.
- taille des régions : l'attraction d'une petite région par une grande région est privilégiée. La cohérence de cette fusion est contrôlée par le rapport de l'aire de la petite région sur la longueur de la frontière séparant les deux régions.
- forme des frontières : cet indice favorise la création de régions simples, c'est-à-dire le regroupement de deux régions qui se partagent une longue frontière et qui ont un angle de contact obtus.
- planéité : les normales de chacune des faces d'un cluster sont analysées pour caractériser la planéité du cluster.

Kima *et al.* [KYL06] réalisent la segmentation en trois principales étapes. L'algorithme commence par calculer pour chaque paire de triangles adjacents un coût représenté par la différence entre les normales de chaque triangle et range les paires de triangles dans une liste en fonction du coût le plus faible. Les triangles des paires dont le coût est inférieur à un seuil sont fusionnés. Le procédé est réitéré en considérant cette fois-ci des paires de régions ainsi qu'un coût relatif à la différence des normales moyennes des régions. Le bruit des frontières des régions est ensuite éliminé.

La méthode proposée par [AFS06] est une variante de celle de [GWH01]. L'ajustement des patches n'est plus réalisé obligatoirement par rapport à un plan mais par rapport à plusieurs primitives. Les principales primitives correspondent à un plan, à une sphère et un cylindre. Le coût pour fusionner un ensemble de triangles dans un cluster représentatif correspond à l'erreur minimale d'ajustement par rapport aux différentes primitives. La structure de l'algorithme est semblable à celle proposée par [GWH01]. Chaque arc dual est retiré de la file d'attente puis est contracté; la file d'attente est ensuite mise à jour. La modification intervient au niveau du coût de chaque arc dual qui est influencé par l'erreur d'ajustement à la primitive la plus proche. Pour déterminer le plan représentatif d'un ensemble de triangles, la méthode classique d'analyse en composante principale [GWH01][CSAD04] est utilisée. L'erreur d'ajustement L^2 (pondérée) est définie par :

$$L^2 = \sum_{i=1}^k a(v_i) (n(v_i - \bar{v}))^2 \quad (4)$$

où $a(v)$ correspond à l'aire de Voronoï restreinte [MDSB03] autour du vertex v_i et \bar{v} au centre de gravité de l'ensemble des vertex du cluster. La normale n correspond au vecteur propre lié à la valeur propre minimum de la matrice de covariance des vertex du cluster. L'ajustement par rapport à la sphère est réalisé en déterminant les paramètres du centre et du rayon par la méthode des moindres carrés. Soit P , un ensemble de points (x_i, y_i, z_i) et $(x - c_x)^2 + (y - c_y)^2 + (z - c_z)^2 - r^2 = 0$, l'équation implicite de la sphère S de rayon r et centrée en $c = (c_x, c_y, c_z)$. La distance euclidienne d'un point p_i à la sphère correspond à :

$$d(p_i, S) = \sqrt{(x_i - c_x)^2 + (y_i - c_y)^2 + (z_i - c_z)^2} - r \quad (5)$$

Au sens des moindres carrés, l'ajustement à la sphère d'un ensemble de points P revient à déterminer le centre (c_x, c_y, c_z) et le rayon r qui minimise la somme de toutes les distances au carré :

$$\min \left(\sum_{i=1}^k d^2(p_i, S) \right) \quad (6)$$

A partir des paramètres c et r de la sphère, l'erreur d'ajustement L^2 peut alors s'exprimer sous la forme :

$$L^2 = \sum_{i=1}^k a(v_i) (\|v_i - c\|_2 - r)^2 \quad (7)$$

L'ajustement par rapport à un cylindre est réalisé à partir du rayon r , du vecteur unitaire n parallèle à l'axe et du centre c du cylindre. L'erreur d'ajustement L^2 correspond dans ce cas à :

$$L^2 = \sum_{i=1}^k a(v_i) (\|(v_i - c) \cdot n\|_2 - r)^2 \quad (8)$$

3.4 Partitionnement itératif

La recherche d'une segmentation optimale peut être approchée par la recherche itérative du meilleur partitionnement à partir d'un nombre de clusters fixé. Le support de base d'une telle approche correspond à l'algorithme des *k-means* (souvent associé à l'algorithme de quantification de Lloyd [Llo82]). Le procédé itératif commence avec k classes, chacune disposant d'un centroïde représentatif. Les éléments du maillage sont successivement associés aux classes qui leur correspondent le mieux. Chaque ajout d'élément dans une classe impliquera la mise à jour du centroïde de la classe. Le partitionnement est terminé lorsque les classes sont stabilisées.

Shlafman *et al.* [STK02] ont proposé une méthode de partitionnement de faces basée sur l'algorithme des *k-means*, destinée à une application de métamorphose. L'idée est de créer des segmentations compatibles pour les deux objets à transformer. Pour décider si deux faces adjacentes peuvent appartenir au même patch, ils utilisent une approximation de la distance géodésique et la distance angulaire. La distance entre la face F_1 et la face F_2 est ainsi mesurée :

$$Distance(F_1, F_2) = (1 - \delta)(1 - \cos^2(\alpha)) + \delta \cdot D_p(F_1, F_2) \quad (9)$$

avec α , l'angle dièdre entre les faces, δ , un coefficient qui favorise l'une des deux distances et D_p , une approximation de la distance géodésique qui correspond à la somme des distances entre les centres de gravité des deux faces et le point-milieu de l'arête commune. Ils étendent cette définition de distance à des faces non-adjacentes :

$$Distance(F_1, F_2) = \min_{F_3 \neq F_1, F_2} (Distance(F_3, F_1) + Distance(F_3, F_2)) \quad (10)$$

où F_1 et F_2 sont deux faces non-adjacentes et F_3 , une face adjacente ou non-adjacente à F_1 et F_2 qui entrainera le calcul récursif de la distance par rapport aux équations 9 et 10. L'algorithme réalise itérativement l'amélioration de la décomposition en transférant les faces d'un patch à un autre par rapport à cette distance. Après que les représentants des classes aient été choisis, chaque face est affectée au cluster ayant le représentant le plus proche. Les nouveaux représentants correspondent aux faces qui minimisent la somme des distances à toutes les autres faces dans le cluster.

Sander *et al.* [SWG⁺03] ont orienté leurs travaux par rapport à ceux de [STK02] pour segmenter des objets 3D dans le cadre d'applications de paramétrisation. Ils ont constaté que cette méthode, qui offrait de bons résultats lorsque le nombre de patches était élevé, devenait limitée pour traiter les frontières fortes pour un petit nombre de patches. Leur méthode de partitionnement itératif réalise la croissance simultanée des patches en utilisant l'algorithme de Dijkstra sur le graphe dual du maillage. A chaque arc du graphe dual est attribué un coût relatif à la planéité du patch et à la compacité des frontières. Le coût d'un arc qui relie la face F du cluster C à une face F' adjacente à F est représenté par la mesure de la distance géodésique entre les deux faces et par la différence entre la normale de F' et la normale représentative de C :

$$\text{coût}(F, F') = (\lambda - (N_C \cdot N_{F'})) \cdot (|P_{F'} - P_F|) \quad (11)$$

où $P_{F'}$ et P_F correspondent aux centres de gravité respectifs de F' et de F , N_C à la normale du cluster C (la moyenne de toutes les normales des faces contenues dans C) et $N_{F'}$ à la normale de F' . Le paramètre λ régule le poids du coût de la distance entre les normales par rapport au coût de la distance géodésique. La face qui représente le mieux le cluster correspond à celle située le plus à l'intérieur de celui-ci. La recherche de cette face est réalisée à partir de l'algorithme de Dijkstra en prenant comme point de départ toutes les faces adjacentes aux frontières du cluster. Les différentes recherches évoluent de façon parallèle et la dernière face visitée correspondra à celle le plus au centre. Le coût des arcs correspond à une approximation de la distance géodésique :

$$\text{coût}(F, F') = |P_{F'} - P_F| \quad (12)$$

Le procédé démarre avec un seul cluster qui est initialisé avec un germe choisi au hasard. La croissance est réalisée sur l'intégralité du maillage et la dernière face visitée servira de germe pour la croissance du second cluster, ce qui assure un éloignement maximal entre les clusters. Le procédé est réitéré tant que le nombre désiré de clusters n'est pas atteint.

Katz et Tal [KT03] ont proposé un algorithme hybride qui utilise le partitionnement itératif et la coupe de graphe. La première décomposition est réalisée à partir du partitionnement itératif en considérant les patches les plus significatifs. Les frontières exactes ne sont pas encore définies et une zone de floue (fuzzy) est laissée autour des frontières. Ce procédé peut s'apparenter à attribuer à chaque face une probabilité d'appartenir à chaque patch. Une décomposition floue est ensuite réalisée en ajustant les probabilités avec un schéma de partitionnement itératif. La décomposition floue est alors transformée en segmentation finale où des frontières exactes sont définies entre les composants. Leur schéma de décomposition se présente sous deux formes : la décomposition binaire, où le maillage peut être successivement subdivisé en deux sous-maillages et la décomposition « k-way », qui correspond à une généralisation de la décomposition binaire.

Cohen-Steiner *et al.* [CSAD04] ont mis en œuvre une méthode de segmentation sur un maillage triangulaire découpée en deux phases. Ils réalisent dans un premier temps le partitionnement géométrique en utilisant une croissance de régions contrôlée par la minimisation de l'erreur. Ils calculent ensuite, pour chaque région, un représentant local optimal. Ces représentants, qui minimisent l'erreur de distorsion pour une partition donnée, sont une extension des centroïdes de l'algorithme original de Lloyd. Le procédé d'initialisation peut correspondre au choix aléatoire de k triangles. Les plans représentatifs des triangles sont définis à partir du barycentre du triangle et de sa normale. A partir des triangles germes, la croissance de régions est lancée. Pour chaque triangle germe T_i , les triangles T_j adjacents par les arêtes sont insérés dans une file d'attente globale dont la priorité est relative à l'erreur de distorsion par rapport au plan représentatif i . Les triangles insérés sont étiquetés avec le label du plan i mais pas encore attribués. La file d'attente peut contenir plusieurs fois le même triangle mais avec un label différent. Le triangle ayant la plus faible erreur de distorsion sera le premier retiré de la file d'attente. Si un triangle est retiré de la file d'attente et qu'il est déjà attribué, il n'est pas traité ; s'il n'est pas encore attribué, il est associé au plan représentatif dont il partage le label et ses faces directement adjacentes sont insérées avec le même label. Une fois que l'assignation de tous les triangles a été réalisée, les plans représentatifs $P_i = (X_i, N_i)$ sont mis à jour pour mieux correspondre à leur région associée. Les auteurs ont comparé les deux métriques L^2 et $L^{2,1}$ et mettent en évidence les avantages de $L^{2,1}$ pour une meilleure capture de l'anisotropie de la surface et pour une recherche plus rapide et plus efficace qu'avec l'utilisation de L^2 .

Lai *et al.* [LZHM06] orientent leur segmentation par rapport à l'information de texture (non pas au sens d'images qui peuvent être plaquées sur le modèle mais au sens de motifs de forme). Ils utilisent un pré-traitement qui consiste à faire correspondre chaque point x de la surface à un point correspondant $x_f = (x, w \cdot n)$ dans \mathbb{R}^6 , où $n(x)$ est le vecteur normal unitaire correspondant à x et w une constante définie par l'utilisateur pour régler la sensibilité des caractéristiques [LZH⁺07]. On dispose ainsi d'une surface $\Phi \subset \mathbb{R}^3$ qui correspond au maillage 2-manifold $\Phi_f \subset \mathbb{R}^6$. Des invariants intégraux [MHYS04] sont localement utilisés pour estimer les propriétés locales de la surface qui apparaissent comme plus robustes que l'angle dièdre entre deux faces adjacentes ou la courbure discrète. L'estimation des normales est réalisée par rapport au 1-voisinage mais dans le cas de surfaces bruitées, les auteurs leur préfèrent la normale du plan ou bien de la surface quadratique estimée à partir d'un certain voisinage [LZH⁺07]. Leur schéma de segmentation consiste à déterminer la hiérarchie des caractéristiques du maillage puis à appliquer l'algorithme des k -means sur le maillage avec une certaine métrique puis à lisser les frontières. Le coût associé à chaque paire de triangles adjacents est lié à une métrique qui combine la distance

géodésique, la courbure et l'information de texture. Les germes peuvent être définis en choisissant un premier germe au hasard puis en ajoutant successivement des germes en fonction de l'éloignement maximum aux germes déjà existants jusqu'à atteindre le nombre de clusters désiré. Un triangle sera affecté à son plus proche cluster en fonction de son coût. La mise à jour du représentant du cluster est réalisée en considérant la face la plus à l'intérieur du cluster. Le procédé d'affectation et de mise à jour se réitère jusqu'à la stabilité du système.

3.5 Analyse spectrale

Parmi les outils de partitionnement de graphe, l'analyse spectrale tient une place importante. Elle place un contexte où le graphe G du maillage peut être représenté par une matrice d'adjacence. Cette matrice binaire $A(G)$ confronte tous les sommets du graphe et fournit $A_{ij} = 1$ s'il existe une arête reliant les sommets i et j . Le Laplacien L du graphe est une matrice associée qui correspond à $L = D - A$ où D est la matrice diagonale qui offre $D_{ii} = d_i$, la valence du i^{e} vertex. La théorie spectrale de graphes [Chu97] établie une relation entre les caractéristiques combinatoires et les propriétés algébriques de ce Laplacien [Got03]. Il y a par exemple une relation directe entre le spectre du Laplacien et le nombre isopérimétrique h_g (constante de Cheeger) du graphe qui permet de quantifier l'existence de coupes dans le graphe. Soient $\{\lambda_0 = 0, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}\}$, les valeurs propres de L dans l'ordre croissant. La relation entre la valeur propre λ_1 et le nombre isopérimétrique du graphe correspond à :

$$\frac{h_g}{2} < \lambda_1 \leq 2h_g \quad (13)$$

La seconde valeur propre du Laplacien $L(G)$ contient des informations sur les petites coupures du graphe G . Les vecteurs propres de $L(G)$ vont avoir un rôle important dans le partitionnement du graphe [AY95]. Soient $\{\xi_0, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n-1}\}$, les vecteurs propres du Laplacien associés aux valeurs propres $\{\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}\}$. Le graphe G peut être plongé dans un espace \mathbb{R}^d en utilisant les d premiers vecteurs propres. Un vertex v_i de G sera positionné à un point de coordonnées $\{\xi_0, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_d\} \in \mathbb{R}^d$. Ce changement d'espace permet d'évoluer d'une problématique de partitionnement combinatoire de graphe à une problématique de partitionnement d'espace géométrique. La figure 7 montre la projection spectrale du graphe dans un espace à deux dimensions ($d = 2$). La partition a été réalisée dans cet exemple en considérant la direction s du plus large écart entre les vertex dans \mathbb{R}^2 et la droite normale à s qui partitionne \mathbb{R}^2 en deux demi-espaces qui contiennent chacun une quantité équivalente de vertex.

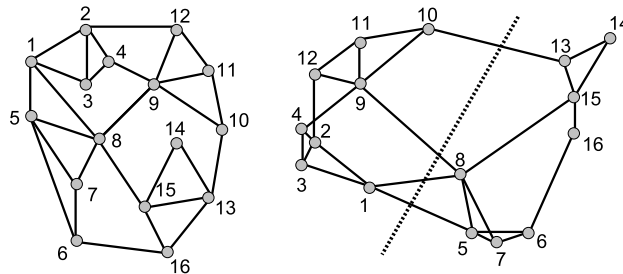


FIG. 7 – Un graphe et sa représentation spectrale en utilisant les deux premières valeurs propres de la matrice du Laplacien comme vecteur de coordonnées. Image inspirée de [Got03].

Une segmentation de maillage 3D à partir du partitionnement de l'espace spectral est mise en œuvre dans [LZ04]. Ils utilisent la matrice d'affinité et ses k premiers vecteurs propres pour réaliser un certain regroupement des faces du maillage. Ils réalisent le partitionnement avec l'algorithme des k -means par rapport aux nouvelles coordonnées des vertex dans l'espace spectral. [ZSGS04] mettent en avant l'efficacité de l'analyse spectrale de la matrice des distances géodésiques entre deux points de la surface pour résoudre les problèmes de partitionnement en patches et de paramétrisation. Les méthodes de segmentation de [ZL05][LJZ06] sont basées sur le découpage récursif spectral et sur la méthode de Nyström [FBCM04] pour éviter de calculer toutes les paires de distances entre les faces en approxi-

mant les vecteurs propres d'une matrice en sous-échantillonnant seulement un petit sous-ensemble de ses lignes.

3.6 Autres approches

Certaines méthodes de segmentation utilisent des concepts différents. Korošec *et al.* [KŠR04] proposent par exemple d'utiliser une colonie de fourmis pour trouver la partition du graphe du maillage. Certaines méthodes de segmentation utilisent le partitionnement non supervisé à partir du *mean shift* [CM02]. Shamir *et al.* [SSCO06] ont étendu l'analyse par *mean shift* aux maillages 3D en utilisant des paramétrisations locales. Boier-Martin [BM03] applique des méthodes de segmentation 2D aux maillages transformés en images. Des méthodes manuelles ou semi-manuelles ont été proposées dans [FKS⁺04] [LLS⁺04]. Récemment, Roudet *et al.* [RDB07] ont utilisé une approche par analyse d'ondelettes pour segmenter un maillage.

4 Évaluation de la segmentation

La segmentation de maillage 3D en patches surfaciques intervient dans de nombreuses applications. La comparaison des méthodes de segmentation n'est ainsi pas forcément évidente car chaque méthode est généralement guidée par les besoins d'une application spécifique. Attene *et al.* [AKM⁺06] ont offert récemment une étude comparative de quelques méthodes de segmentation et ont dégagé certains critères d'évaluations. Dans le cadre de segmentation en patches surfacique, on pourra retenir :

1. **Le type de segmentation** : il convient ici de définir l'objectif de la segmentation, c'est-à-dire le type de patches à générer et sous quelles contraintes (convexité, planéité, etc.).
2. **La création de régions et de frontières correctes** : concernant le cadre de création de patches spécifiques, les méthodes pourront être évaluées par rapport à l'erreur d'approximation à une forme et le respect de contraintes. Les frontières peuvent être évaluées par rapport à leur linéarité, leur longueur ou bien leur position par rapport aux caractéristiques concaves du maillage.
3. **La complexité** : certaines contraintes (temps réel, place mémoire, etc.) peuvent faire intervenir des exigences qui ne sont pas compatibles avec certaines méthodes de segmentation. Les temps de calcul des algorithmes sont souvent utilisés pour définir l'efficacité des méthodes ; ils nécessitent d'être accompagnés des informations concernant l'implémentation et la plateforme matérielle sur laquelle ils sont exécutés. La complexité d'un algorithme apparaît comme une information intéressante qui offre des indications sur le comportement de l'algorithme dans certaines situations (le pire des cas par exemple).
4. **Les paramètres de contrôle** : Le nombre et le type des paramètres de contrôle sont des indicateurs par rapports aux possibilités de réglages (interactifs ou non) et à la difficulté de prise en charge du module de segmentation sans interface simplificatrice

5 Conclusion

La segmentation de maillage 3D en patches surfaciques est une thématique qui intervient dans de nombreuses applications. Ces applications peuvent guider la segmentation par rapport à la création de patches sous certaines contraintes (courbure, convexité, planéité, etc.). Les récentes contributions font intervenir des méthodes basées sur la croissance de région, la ligne de partage des eaux, l'analyse spectrale, le partitionnement hiérarchique et le partitionnement itératif. Ces deux dernières approches bénéficient des contributions les plus importantes, notamment [KT03], [CSAD04], [AFS06] et [LZHM06]. Les lignes directrices de la segmentation en patches surfaciques s'orientent vers l'utilisation d'opérateurs de caractéristiques [LZH⁺07] (plutôt que l'utilisation de la courbure discrète ou l'angle dièdre) et la création de patches ajustés selon certaines formes (forme convexe, plan, sphère, cylindre, etc.) ou contraintes.

Références

- [AFS06] Marco Attene, Bianca Falcidieno, and Michela Spagnuolo. Hierarchical mesh segmentation based on fitting primitives. *The Visual Computer : International Journal of Computer Graphics*, 22(3) :181–193, 2006.
- [AKM⁺06] Marco Attene, Sagi Katz, Michela Mortara, Giuseppe Patané, Michela Spagnuolo, and Ayellet Tal. Mesh segmentation - a comparative study. In *SMI '06 : Proceedings of the IEEE International Conference on Shape Modeling and Applications*, pages 14–25, Washington, DC, USA, 2006. IEEE Computer Society.
- [AY95] Charles J. Alpert and So-Zen Yao. Spectral partitioning : the more eigenvectors, the better. In *DAC '95 : Proceedings of the 32nd ACM/IEEE Conference on Design Automation*, pages 195–200, New York, NY, USA, 1995. ACM Press.
- [Beu04] Serge Beucher. Algorithmes sans biais de ligne de partage des eaux. Technical report, Centre de Morphologie Mathématique de l'École des Mines de Paris, Avril 2004.
- [BM03] Ioana M. Boier-Martin. Domain decomposition for multiresolution analysis. In *SGP '03 : Proceedings of the 2003 Eurographics/ACM SIGGRAPH Symposium on Geometry Processing*, pages 31–40, Aire-la-Ville, Switzerland, Switzerland, 2003. Eurographics Association.
- [BV04] Pál Benkő and Tamás Várady. Segmentation methods for smooth point regions of conventional engineering objects. *Computer-Aided Design*, 36(6) :511–523, May 2004.
- [CG06] Lijun Chen and Nicolas D. Georganas. An efficient and robust algorithm for 3d mesh segmentation. *Multimedia Tools and Applications*, 29(2) :109–125, June 2006.
- [Chu97] Fan R. K. Chung. *Spectral Graph Theory*. Number 92 in CBMS Regional Conference Series in Mathematics. American Mathematical Society, 1997.
- [CM02] Dorin Comaniciu and Peter Meer. Mean shift : A robust approach toward feature space analysis. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 24(5) :603–619, May 2002.
- [CSAD04] David Cohen-Steiner, Pierre Alliez, and Mathieu Desbrun. Variational shape approximation. *ACM Transactions on Graphics*, 23(3) :905–914, 2004.
- [DBC06] Sébastien Delest, Romuald Boné, and Hubert Cardot. Fast segmentation of triangular meshes using waterfall. In *VIP '06 : International Conference on Visualisation, Imaging and Image Processing*, pages 308–312, Palma De Mallorca, Spain, August 2006.
- [FBCM04] Charless Fowlkes, Serge Belongie, Fan Chung, and Jitendra Malik. Spectral grouping using the nystrom method. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 26(2) :214–225, 2004.
- [FKS⁺04] Thomas Funkhouser, Michael Kazhdan, Philip Shilane, Patrick Min, William Kiefer, Ayellet Tal, Szymon Rusinkiewicz, and David P. Dobkin. Modeling by example. *ACM Transactions on Graphics*, 23(3) :652–663, 2004.
- [Got03] Craig Gotsman. On graph partitioning, spectral analysis, and digital mesh processing. In *SMI '03 : Proceedings of the Shape Modeling International*, page 165, Washington, DC, USA, 2003. IEEE Computer Society.
- [GWH01] Michael Garland, Andrew Willmott, and Paul S. Heckbert. Hierarchical face clustering on polygonal surfaces. In *SI3D '01 : Proceedings of the 2001 Symposium on Interactive 3D Graphics*, pages 49–58, New York, NY, USA, 2001. ACM Press.
- [HR87] D. D. Hoffman and W. A. Richards. Parts of recognition. pages 227–242, 1987.
- [IIY⁺01] Keisuke Inoue, Takayuki Itoh, Atsushi Yamada, Tomotake Furuhashi, and Kenji Shimada. Face clustering of a large-scale cad model for surface mesh generation. *Computer-Aided Design*, 33(3) :251–261, March 2001.
- [JKS05] Dan Julius, Vladislav Kraevoy, and Alla Sheffer. D-charts : Quasi-developable mesh segmentation. *Computer Graphics Forum, Proceedings of Eurographics 2005*, 24(3) :581–590, 2005.
- [KG00] Zachy Karni and Craig Gotsman. Spectral compression of mesh geometry. In *SIGGRAPH '00 : Proceedings of the 27th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, pages 279–286, New York, NY, USA, 2000. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co.
- [KK98] George Karypis and Vipin Kumar. *METIS : a Software Package for Partitioning Unstructured Graphs and Computing Fill-Reduced Orderings of Sparse Matrices*. University of Minnesota, Department of Computer Science / Army HPC Research Center, September 1998.
- [KLT05] Sagi Katz, George Leifman, and Ayellet Tal. Mesh segmentation using feature point and core extraction. *The Visual Computer*, 21(8-10) :649–658, 2005.

- [KS98] R. Kimmel and J. A. Sethian. Computing geodesic paths on manifolds. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 95(15) :8431–8435, 1998.
- [KŠR04] Peter Korošec, Jurij Šilc, and Borut Robič. Solving the mesh-partitioning problem with an ant-colony algorithm. *Parallel Computing*, 30(5-6) :785–801, 2004.
- [KT03] Sagi Katz and Ayellet Tal. Hierarchical mesh decomposition using fuzzy clustering and cuts. *ACM Transactions on Graphics*, 22(3) :954–961, July 2003.
- [KYL06] Dong Hwa Kima, Il Dong Yun, and Sang Uk Lee. Boundary-trimmed 3d triangular mesh segmentation based on iterative merging strategy. *Pattern Recognition*, 39(5) :827–838, May 2006.
- [LDB05] Guillaume Lavoué, Florent Dupont, and Atilla Baskurt. A new cad mesh segmentation method, based on curvature tensor analysis. *Computer-Aided Design*, 37(10) :975–987, September 2005.
- [Lie06] Jyh-Ming Lien. *Approximate Convex Decomposition and Its Applications*. PhD thesis, Department of Computer Science, Texas A& M University, dec 2006.
- [LJZ06] Rong Liu, Varun Jain, and Hao Zhang. Sub-sampling for efficient spectral mesh processing. In *CGI '06 : Computer Graphics International*, pages 172–184. Springer Berlin / Heidelberg, September 2006.
- [Llo82] Stuart P. Lloyd. Least squares quantization in pcm. *IEEE Transactions on Information Theory*, 28(2) :129–137, mar 1982.
- [LLS⁺04] Yunjin Lee, Seungyong Lee, Ariel Shamir, Daniel Cohen-Or, and Hans-Peter Seidel. Intelligent mesh scissoring using 3d snakes. In *PG '04 : Proceedings of the 12th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications*, pages 279–287, Washington, DC, USA, 2004. IEEE Computer Society.
- [LPRM02] Bruno Lévy, Sylvain Petitjean, Nicolas Ray, and Jérôme Maillot. Least squares conformal maps for automatic texture atlas generation. In *SIGGRAPH '02 : Proceedings of the 29th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, pages 362–371, New York, NY, USA, Jul 2002. ACM Press.
- [LTH01] Xuetao Li, Tong Wing Toon, and Zhiyong Huang. Decomposing polygon meshes for interactive applications. In *SI3D '01 : Proceedings of the 2001 Symposium on Interactive 3D Graphics*, pages 35–42. ACM Press, 2001.
- [LZ04] Rong Liu and Hao Zhang. Segmentation of 3d meshes through spectral clustering. In *PG '04 : Proceedings of the 12th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications*, pages 298–305, Washington, DC, USA, 2004. IEEE Computer Society.
- [LZH⁺07] Yu-Kun Lai, Qian-Yi Zhou, Shi-Min Hu, Johannes Wallner, and Helmut Pottmann. Robust feature classification and editing. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 13(1) :34–45, 2007.
- [LZHM06] Yu-Kun Lai, Qian-Yi Zhou, Shi-Min Hu, and Ralph R. Martin. Feature sensitive mesh segmentation. In *SPM '06 : Proceedings of the 2006 ACM Symposium on Solid and Physical Modeling*, pages 17–25. ACM Press, 2006.
- [MDKK06] Tomohiro Mizoguchi, Hiroaki Date, Satoshi Kanai, and Takeshi Kishinami. Segmentation of scanned mesh into analytic surfaces based on robust curvature estimation and region growing. In *GMP' 06 : Geometric Modeling and Processing*, pages 644–654, Pittsburgh, Pennsylvania, U.S.A., July 2006. Springer Berlin / Heidelberg.
- [MDSB03] Mark Meyer, Mathieu Desbrun, Peter Schröder, and Alan H. Barr. Discrete differential-geometry operators for triangulated 2-manifolds. In Hans-Christian Hege and Konrad Polthier, editors, *Visualization and Mathematics III*, pages 35–57. Springer-Verlag, Heidelberg, 2003.
- [MHYS04] Siddharth Manay, Byung-Woo Hong, Anthony J. Yezzi, and Stefano Soatto. Integral invariant signatures. In *ECCV '04 : Proceedings of the 8th European Conference on Computer Vision*, Prague, may 2004.
- [MM04] André Meyer and Philippe Marin. Segmentation of 3d triangulated data points using edges constructed with a c1 discontinuous surface fitting. *Computer-Aided Design*, 36(13) :1327–1336, November 2004.
- [MS04] Jun Mitani and Hiromasa Suzuki. Making papercraft toys from meshes using strip-based approximate unfolding. *ACM Transactions on Graphics*, 23(3) :259–263, 2004.
- [MW99] Alan P. Mangan and Ross T. Whitaker. Partitioning 3d surface meshes using watershed segmentation. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 5(4) :308–321, October-December 1999.
- [Pag03] David Lon Page. *Part decomposition of 3d surfaces*. PhD thesis, University of Tennessee, Knoxville, May 2003.

- [PKA03] David Lon Page, Andreas Koschan, and Mongi A. Abidi. Perception-based 3d triangle mesh segmentation using fast marching watersheds. In *CVPR '03 : Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, volume 2, pages 27–32, June 2003.
- [RB03] Anshuman Razdan and MyungSoo Bae. A hybrid approach to feature segmentation of triangle meshes. *Computer-Aided Design*, 35(9) :783–789, 2003.
- [RDB07] Celine Roudet, Florent Dupont, and Atilla Baskurt. Multiresolution mesh segmentation based on surface roughness and wavelet analysis. In *SPIE Visual Communications and Image Processing (VCIP'2007)*, feb 2007.
- [RM01] J. Roerdink and A. Meijster. The watershed transform : Definitions, algorithms and parallelization techniques. *Fundamenta Informaticae*, 41(1-2) :187–228, January 2001.
- [SCOGL02] Olga Sorkine, Daniel Cohen-Or, Rony Goldenthal, and Dani Lischinski. Bounded-distortion piecewise mesh parameterization. In *VIS '02 : Proceedings of the Conference on Visualization*, pages 355–362, Washington, DC, USA, 2002. IEEE Computer Society.
- [Set99] J. A. Sethian. *Level Set Methods and Fast Marching Methods : Evolving Interfaces in Computational Geometry, Fluid Mechanics, Computer Vision, and Materials Science*. Cambridge University Press, 1999.
- [Sha04] Ariel Shamir. A formulation of boundary mesh segmentation. In *3DPVT '04 : Proceedings of the second IEEE International Symposium on 3D Data Processing, Visualization and Transmission*, pages 82–89, Thessaloniki, Greece, September 2004.
- [She01] Alla Sheffer. Model simplification for meshing using face clustering. *Computer-Aided Design*, 33(13) :925–934, 2001.
- [SPP⁺02] Yiyong Sun, David Lon Page, Joon Ki Paik, Andreas Koschan, and Mongi A. Abidi. Triangle mesh-based edge detection and its application to surface segmentation and adaptive surface smoothing. In *ICIP '02 : Proceedings of the International Conference on Image Processing*, volume 3, pages 825–828, Rochester, NY, September 2002.
- [SSCO06] Ariel Shamir, Lior Shapira, and Daniel Cohen-Or. Mesh analysis using geodesic mean-shift. *The Visual Computer : International Journal of Computer Graphics*, 22(2) :99–108, 2006.
- [SSGH01] Pedro V. Sander, John Snyder, Steven J. Gortler, and Hugues Hoppe. Texture mapping progressive meshes. In *SIGGRAPH '01 : Proceedings of the 28th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, pages 409–416, New York, NY, USA, 2001. ACM Press.
- [STK02] Shymon Shlafman, Ayellet Tal, and Sagi Katz. Metamorphosis of polyhedral surfaces using decomposition. *Computer Graphics Forum*, 21(3) :219–228, September 2002.
- [SWG⁺03] Pedro V. Sander, Zoë J. Wood, Steven J. Gortler, John Snyder, and Hugues Hoppe. Multi-chart geometry images. In *SGP '03 : Symposium on Geometry Processing*, pages 146–155, 2003.
- [VS05] Miguel Vieira and Kenji Shimada. Surface mesh segmentation and smooth surface extraction through region growing. *Computer Aided Geometric Design*, 22(8) :771–792, 2005.
- [ZL05] Hao Zhang and Rong Liu. Mesh segmentation via recursive and visually salient spectral cuts. In *VMV '05 : Vision, Modeling and Visualization*, Erlangen, Germany, November 2005.
- [ZMT05] Eugene Zhang, Konstantin Mischaikow, and Greg Turk. Feature-based surface parameterization and texture mapping. *ACM Transactions on Graphics*, 24(1) :1–27, 2005.
- [ZSGS04] Kun Zhou, John Snyder, Baining Guo, and Heung-Yeung Shum. Iso-charts : stretch-driven mesh parameterization using spectral analysis. In *SGP '04 : Proceedings of the second Eurographics/ACM SIGGRAPH Symposium on Geometry Processing*, pages 45–54, New York, NY, USA, 2004. ACM Press.
- [ZTS02] Emanoil Zuckerberger, Ayellet Tal, and Shymon Shlafman. Polyhedral surface decomposition with applications. *Computers and Graphics*, 26(5) :733–743, 2002.