



HAL
open science

L'algorithme de Bruss comme contribution à une maintenance préventive opportuniste.

Edouard Thomas, Eric Levrat, Benoît Iung

► To cite this version:

Edouard Thomas, Eric Levrat, Benoît Iung. L'algorithme de Bruss comme contribution à une maintenance préventive opportuniste.. e-STA Sciences et Technologies de l'Automatique, 2007, 4 (3), pp.13-18. hal-00149994

HAL Id: hal-00149994

<https://hal.science/hal-00149994>

Submitted on 18 Dec 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



L'algorithme de Bruss comme contribution à une maintenance préventive opportuniste.

EDOUARD THOMAS, ERIC LEVRAT, BENOIT IUNG

Université Henri Poincaré
Centre de Recherche en Automatique de Nancy (CRAN, UMR 7039)
Nancy Université, CNRS
Faculté des sciences
BP 239
54506 Vandoeuvre-lès-Nancy cedex

{edouard.thomas, eric.levrat, benoit.iung}@cran.uhp-nancy.fr

Résumé — La planification d'actions de maintenance préventive opportuniste permet de minimiser le nombre d'arrêts de production superflus, et les décisions de maintenance doivent être synchronisées avec les exigences de la production, afin d'améliorer le plus possible la productivité et conserver la finalité attendue du produit manufacturé. Pour cela, une nouvelle approche basée sur l'algorithme de Bruss est proposée. L'objectif est de sélectionner, parmi les arrêts de production déjà prévus, une liste de ceux qui permettront de réaliser une action de maintenance donnée. La phase d'optimisation intègre notamment la durée des arrêts, la fiabilité et la maintenabilité du composant considéré.

Mots clés — algorithme de Bruss (ou algorithme des 'odds'), maintenance préventive opportuniste, aide à la décision de maintenance, arrêts de production.

I. INTRODUCTION

Le rôle de la maintenance tout au long du cycle de vie d'un produit s'accroît de nos jours avec l'augmentation des exigences de productivité, de disponibilité et de sécurité des systèmes de production, ainsi que de qualité des produits manufacturés [1]. En effet, le processus de maintenance a un impact simultané sur les performances de l'outil de production et sur la qualité des produits [2 ; 3]. Aussi le processus de maintenance industrielle doit-il maintenant être pensé non seulement selon un point de vue local (action de maintenance sur un composant), mais aussi selon un point de vue global (le processus de maintenance est un levier pour augmenter la durée de vie et les performances du système, tout au long de son cycle de vie). Cette vue globale nécessite d'avoir une approche système et de considérer l'équipement au sein d'un environnement. En particulier, dans la phase de production, les décisions de maintenance doivent être prises en synchronisation avec les exigences du processus de production afin d'améliorer les performances globales du système. Cependant il est difficile de contrôler les performances globales du système de production puisque son environnement est constamment changeant, son mode de fonctionnement dépend des flux de produits, et le vieillissement de ses composants en modifie continuellement les caractéristiques. Aussi, actuellement, les stratégies de maintenance classiques

ne sont-elles pas bien adaptées à ces exigences, car elles sont la plupart du temps purement correctives (réparation ou remplacement d'un équipement après une panne de celui-ci) ou préprogrammées dans le temps [4]. Par exemple, la maintenance calendaire est aveugle car l'équipement peut être en parfait état de fonctionnement lorsqu'il est changé. « L'impact des plans de maintenance préventive dynamique sur les performances du système reste un problème ouvert » [5]. Pour certains équipements à risque, il est maintenant nécessaire d'évoluer vers une maintenance conditionnelle (effectuée seulement lorsqu'un certain niveau de détérioration apparaît sur un équipement) ou prévisionnelle (anticipant l'apparition d'une défaillance) [6]. Cela conduit à une diminution des coûts directs de maintenance tout au long du cycle de vie du système, tout en améliorant les performances globales du système [7].

Cela signifie qu'il faut avoir à disposition non seulement des informations de nature historique et statistique sur le système, mais également de l'information *juste à temps* (comme l'état de dégradation du système) afin d'anticiper les défaillances. Il devient alors possible de prendre en compte la dynamique de l'évolution de l'état du système de production dans le choix de l'action de maintenance prévisionnelle.

La maintenance proactive repose sur trois processus (processus de surveillance et diagnostic, processus de pronostic et processus d'aide à la décision) dont les principales tâches sont respectivement les suivantes [8] :

- évaluer l'état courant et la performance du système,
- estimer l'état futur du système à partir de son état présent, des lois de dégradation qui le gouvernent, des conditions d'exploitation et des actions de maintenance prévues ; cette estimation est caractérisée par une région de confiance,
- sélectionner, à partir du résultat de l'évaluation des différentes situations futures possibles, l'action la plus efficace qui garantit, dans l'avenir, les performances attendues pour le système, en termes de sécurité, de qualité et de productivité.

L'association de ces trois processus au sein d'une unique entité aboutit à la définition du Système Intégré de Maintenance Prévisionnelle, comme proposé par [9] (voir Figure 1).

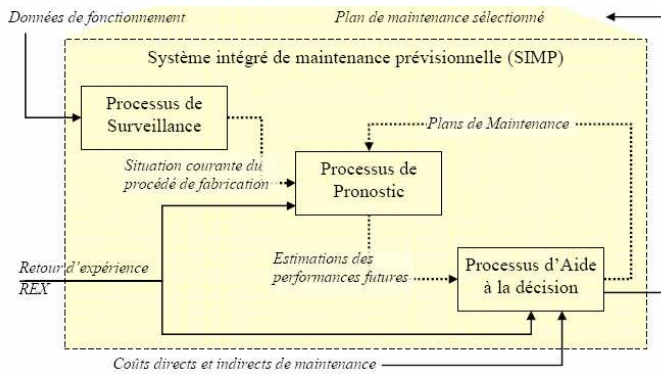


Fig. 1 : Système Intégré de Maintenance Prévisionnelle

Par exemple, le pronostic de la durée de vie résiduelle de l'équipement (du composant au système), dans le cas où aucune action de maintenance n'est effectuée, peut être obtenu (voir Figure 2) [10 ; 11]. Un éventuel seuil d'avertissement, les conditions opérationnelles et environnementales changeantes, la disponibilité attendue des pièces de rechange et des agents sont pris en compte pour obtenir cette durée de vie résiduelle (cf. ISO 13381 et [20]). Avec cette information, le principal défi est de planifier l'action de maintenance synchronisée avec le processus de production et permettant d'atteindre un compromis entre coûts, risque d'apparition d'une défaillance, sécurité, impact sur la qualité des produits et disponibilité de l'outil de production.

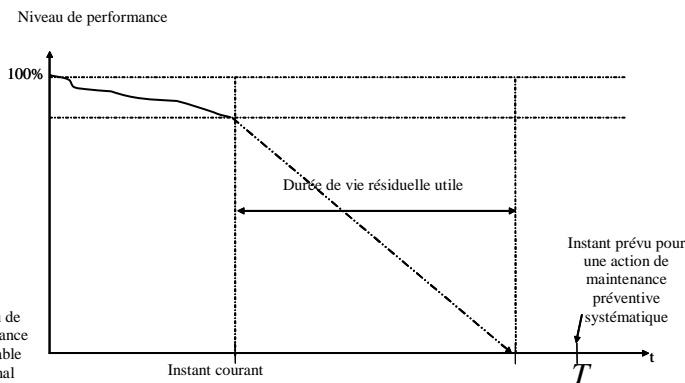


Fig. 2 : Durée de vie résiduelle utile d'un composant, évaluée par le processus de pronostic (aucune action de maintenance n'est effectuée)

Ainsi la problématique abordée ici peut être formulée de cette façon : sachant qu'un composant donné possède une durée de vie résiduelle finie (évaluée par le processus de pronostic et continuellement sujette à modifications), les arrêts de production prévus permettent-ils d'effectuer une action de maintenance proactive garantissant un compromis entre qualité des produits, sécurité et risque d'apparition d'une défaillance ? Si c'est le cas, peut-on classer ces arrêts de production par ordre décroissant de pertinence ? Des travaux académiques antérieurs abordent cette question de trois manières différentes. En effet, certains auteurs proposent d'effectuer de l'ordonnancement conjoint ou de la planification conjointe maintenance-production [12], mais n'étudient pas le cas où les arrêts de production sont imposés. Ensuite, de nombreux travaux sont orientés coûts (minimisation des coûts totaux de maintenance préventive) [13 ; 14], et non basés sur les caractéristiques de l'outil de production et du produit. Enfin, une autre approche issue de la recherche opérationnelle

consiste à optimiser la périodicité des dates de maintenance préventive calendaire [22], mais cette vision n'intègre pas la planification de la production. Une étude minutieuse de l'impact d'une action de maintenance sur le taux de défaillance d'un composant peut en outre être trouvée dans [15] et pourrait prolonger les travaux présentés dans cet article.

Dans l'approche développée ici, le déclenchement de l'action de maintenance dépend de l'état futur du système, connu grâce au processus de pronostic [5 ; 21]. L'originalité de notre démarche est de réaliser des actions de maintenance opportuniste, en utilisant les arrêts de production. En outre, elle se base sur les caractéristiques de l'outil de production. Enfin l'algorithme proposé est dynamique et prouvé optimal. Des caractéristiques telles que la maintenabilité et la fiabilité sont utilisées. Afin de ne pas rendre le modèle exposé trop complexe, l'aspect coûts n'est pas pris en compte, de même que l'impact de la stratégie proposée sur les performances globales du système.

La suite du papier est organisée de la façon suivante : la deuxième section formalise le problème lié aux arrêts de production puis décrit l'« algorithme des 'odds' » (ou « algorithme de Bruss »). Cet algorithme permet entre autres de sélectionner l'arrêt de production optimal. La troisième section présente les résultats de l'implémentation de l'algorithme sur un exemple numérique. Enfin la dernière section apporte une conclusion et des perspectives pour un travail futur.

II. MODÉLISATION DES ARRÊTS DE PRODUCTION

Afin de résoudre le problème posé, un résultat mathématique, issu des travaux de Thomas Bruss et basé sur la théorie du temps d'arrêt optimal, est utilisé. Une introduction à cette théorie est proposée dans [16]. Le but de ces outils est d'indiquer le comportement optimal dans des situations pour lesquelles le futur est incertain, notamment de savoir si une opportunité doit être saisie ou s'il est préférable d'attendre une opportunité future.

A. Formalisation des arrêts de production

Le contexte de l'étude est la phase opérationnelle (en particulier la production et la maintenance) d'un système industriel. Un horizon d'observation étant donné, l'expert a à sa disposition le calendrier prévisionnel de tous les arrêts de production prévus sur cet horizon (voir Figure 3).

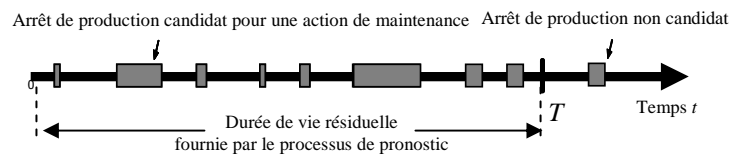


Figure 3 : Arrêts de production prévus

Précisons le problème : soit S un système de production. Le processus de pronostic fournit une durée de vie résiduelle de T unités de temps pour S , ce qui définit un horizon d'observation incertain $[0; T]$.

L'expert a à sa disposition, avant la date T , les arrêts de production. Ceux-ci sont définis à l'aide d'« instants de début » (une suite finie $(a_i)_{1 \leq i \leq n}$ où $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, telle que

$\forall i \in \llbracket 1; n \rrbracket, a_i \in [0; T]$ et de ‘durées’ respectives $(d_i)_{1 \leq i \leq n}$, avec $\min_{1 \leq i \leq n} d_i > 0$ et $\sum_{i=1}^n d_i < T$.

Une action de maintenance étant donnée, quel est l’arrêt de production le plus approprié (s’il en existe) qui permette d’effectuer cette action avant la date T ?

Un arrêt de production A est ainsi un couple $(a; d)$, où a est le début de l’arrêt et d sa durée. On en déduit que la fin de l’arrêt de production A se situe précisément à l’instant $a+d$. Parmi ces arrêts de production, certains permettront de réaliser une action de maintenance préventive, car (a) le système sera survivant à l’instant a et maintenable durant cet arrêt de production, (b) les pièces détachées et la main d’œuvre qualifiée seront disponibles. Ces arrêts privilégiés seront appelés ‘succès’ dans la suite. Il s’ensuit que le problème peut être reformulé de cette façon :

Déterminer l’instant $a_{k_0}, 1 \leq k_0 \leq n$, pour lequel une action de maintenance sera effectuée afin de rétablir le système (ou l’un de ses composants) dans un état nominal. Remarquons que cet instant est nécessairement le début d’un succès.

B. Les résultats de Thomas Bruss

La littérature propose plusieurs façons de répondre à la question posée ci-dessus. Par exemple, le problème peut être reformulé en termes de chaînes d’arrêt de Markov ou de problème de Robbins. Ces derniers sont des concepts plus globaux qui permettent d’énoncer des problèmes plus généraux que celui abordé ici. Cependant, utiliser de tels outils n’est pas très efficace pour notre étude, car certaines hypothèses que nous serons amenés à faire (l’hypothèse d’indépendance notamment) sont difficiles à exploiter. En particulier, il est très difficile dans ces théories d’utiliser la nature spécifique d’un problème donné. Il existe également d’autres approches, comme l’heuristique poissonnienne d’Aldou, mais celles-ci sont asymptotiques (et donc non exactes). Enfin, l’approche retenue ici permet de formuler et de résoudre le problème d’une façon simple [16].

Aussi le théorème de Bruss est-il décrit et utilisé ci-après.

Soient $(I_i)_{1 \leq i \leq n}, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ indicatrices d’événements aléatoires indépendants $(A_i)_{1 \leq i \leq n}$ définis sur un même espace probabilisé

$(\Omega; G; P)$. Nous observons I_1, I_2, \dots de façon séquentielle, et sommes susceptibles d’arrêter cette suite lors de toute observation (par exemple lors de $I_j, 1 \leq j \leq n$), sans être obligés de nous rappeler des observations précédentes $(I_k)_{1 \leq k \leq j-1}$. Un ‘succès’ est défini comme étant une observation

égale à 1 (l’indicatrice vaut 1). Soient B_k la tribu engendrée

par $(I_i)_{1 \leq i \leq k}$ et Υ la classe de toutes les règles τ telles que l’événement $\{\tau = k\}$ soit B_k -mesurable, pour $k \in \llbracket 1; n \rrbracket$.

L’objectif est de trouver une ‘règle optimale’, c’est-à-dire une règle d’arrêt $\tau_n \in \Upsilon$ qui maximise la quantité $P(I_\tau = 1; I_j = 0, \tau + 1 \leq j \leq n)$ sur chaque valeur de $\tau \in \Upsilon$.

Ce critère à maximiser n’est autre que la probabilité de stopper l’observation précisément à l’apparition du dernier succès de la suite. C’est au sens de la maximisation de ce critère que nous nous référerons lorsque nous évoquerons un arrêt (de production) ‘optimal’ ou une stratégie ‘optimale’.

Les conventions suivantes seront faites dans la suite de l’article : une somme vide est égale à zéro, le suprémum de l’ensemble vide est $-\infty$.

Avec ces notations, le résultat principal est le ‘théorème des ‘odds’’, ou ‘théorème de Bruss’. Le résultat, les hypothèses techniques, les développements complets et les preuves se trouvent dans les articles [17] et [18].

Considérons donc la suite $(I_i)_{1 \leq i \leq n}$ des fonctions indicatrices indépendantes. Les quantités suivantes seront utilisées :

$$p_j := E(I_j) = P(A_j), \quad q_j := 1 - p_j, \quad r_j := \frac{p_j}{q_j}, \quad 1 \leq j \leq n.$$

Les quantités $r_j, 1 \leq j \leq n$, sont traditionnellement appelées les ‘odds’ dans la littérature anglo-saxonne mais ne possèdent pas d’appellation particulière équivalente dans la littérature francophone.

Théorème (Bruss, 2000) : une règle optimale τ_n pour trouver le dernier succès existe, et cette règle est de s’arrêter sur le premier succès (s’il y en a un) k avec $I_k = 1$ et $k \geq s$, où

$$s := \sup \left\{ 1; \sup \left\{ k \in \llbracket 1; n \rrbracket \mid \sum_{j=k}^n r_j \geq 1 \right\} \right\}.$$

La récompense optimale est donnée par $\left(\prod_{j=s}^n q_j \right) \cdot \left(\sum_{j=s}^n r_j \right)$.

Ce théorème peut également s’énoncer de la façon suivante : pour rechercher le dernier succès de la suite finie, la stratégie d’arrêt optimale consiste à laisser passer les $s - 1$ premières variables aléatoires, puis à s’arrêter sur le premier succès à partir de la variable aléatoire numéro s (inclus). Cet indice s est explicitement donné, de même qu’est donnée la probabilité que cette stratégie soit optimale.

C. Application

Basé sur le théorème ci-dessus, l’algorithme des ‘odds’ est un outil d’aide à la décision pertinent pour répondre à la question du meilleur choix, parmi les arrêts de production, pour effectuer une action de maintenance. Afin d’appliquer le résultat de Bruss, certaines variables doivent être spécialisées.

Dans la suite, l’hypothèse est faite que les arrêts de production sont des réalisations de variables aléatoires indépendantes. En particulier, les dates de début des arrêts et les durées respectives de ces arrêts sont indépendantes. Cette hypothèse, qui est cruciale pour l’application du théorème de Bruss, peut être motivée de la façon suivante : les arrêts de production du système sont sujets à de nombreuses contraintes, allant de la production (exigences sur la quantité de produits à manufacturer) à la gestion (exigences quant à l’utilisation du système), en passant par les recommandations des normes (respect des standards de sécurité). Cette multiplicité des facteurs, tout autant que la part d’incertitude qu’ils véhiculent, justifie cette hypothèse.

Les n variables aléatoires indépendantes A_i (avec $1 \leq i \leq n$) modélisent l’apparition d’un succès sur le i -ème arrêt de production. Pour appliquer le théorème, il est maintenant nécessaire de calculer les probabilités que ces arrêts soient des succès. Une première façon de faire est de solliciter un expert ainsi que des données issues du retour d’expérience pour évaluer ces probabilités. Une deuxième approche consiste à attribuer arbitrairement une distribution de probabilité de succès sur chacun de ces arrêts (par exemple en proposant une loi de distribution uniforme, qui ne privilégie aucun de ces

arrêts). Cependant aucune caractéristique propre à l'outil de production ou au produit manufacturé n'est utilisée dans ces approches. C'est pourquoi un troisième développement est exposé ici. Celui-ci fait intervenir la fiabilité et la maintenabilité du système, qui sont deux éléments majeurs à réunir pour effectuer toute action de maintenance.

La probabilité qu'un arrêt de production ($a; d$) permette d'effectuer une action de maintenance sera, pour cette étude, le produit de la probabilité que le système soit survivant à l'instant a par la probabilité que l'action de maintenance puisse être effectuée pendant l'intervalle $[a; a + d]$. Comme, par hypothèse, les dates de début et les durées respectives des arrêts de production sont des événements indépendants, il en est de même de la fiabilité du système à l'instant a et de sa maintenabilité pendant d unités de temps. Les distributions de fiabilité et de maintenabilité, qui peuvent être connues en pratique, fournissent ces probabilités.

Il est à noter que, à cette étape, l'expert peut intervenir sur les valeurs de ces quantités. Il peut par exemple le faire en corrigeant les probabilités ou en les multipliant par une distribution *a priori* qui pourrait représenter sa propre connaissance, son savoir-faire ou son expérience quant à estimer si un arrêt de production est un succès potentiel.

L'étape finale est de calculer l'indice s du théorème. Pour cela, la formule qui définit s sera utilisée, puis le premier succès (s'il existe) après l'arrêt A_s sera déterminé. La récompense optimale (associée au calcul de l'indice s) sera fournie.

Ainsi, l'objectif de la section qui suit est déjà de déterminer le dernier succès. Ensuite la faisabilité et l'intérêt de cette approche seront montrés sur un exemple concret, pour lequel une distribution de fiabilité et une distribution de maintenabilité sont données.

III. IMPLÉMENTATION DE L'ALGORITHME

L'algorithme de Bruss est naturel et simple d'utilisation. Dans un premier temps, l'indice à partir duquel il est optimal de chercher le premier succès est calculé. Puis les résultats obtenus sur un exemple numérique seront présentés et discutés.

A. Comment déterminer s avec l'algorithme des 'odds'

Il est aisé de déterminer l'indice s du théorème à partir de sa définition. Il suffit d'écrire successivement et dans cet ordre les quantités p_k, q_k, r_k de la façon suivante (en commençant par la dernière valeur, à savoir pour $k = n$) :

$$\begin{aligned} p_n, p_{n-1}, p_{n-2} \dots p_1, \\ q_n, q_{n-1}, q_{n-2} \dots q_1, \\ r_n, r_{n-1}, r_{n-2} \dots r_1. \end{aligned}$$

Il est utile de rappeler ici les propriétés suivantes, valables pour chaque indice $k \in \llbracket 1; n \rrbracket$:

$$p_k \in]0; 1[, \quad p_k + q_k = 1, \quad r_k = p_k / q_k > 0.$$

Les nombres r_k sont ensuite additionnés les uns aux autres, de la gauche (r_n) vers la droite (r_1), jusqu'à ce que cette somme cumulée soit supérieure ou égale à 1. Ainsi il s'agit de calculer les quantités $r_n + r_{n-1} + \dots + r_s = R_s$, pour s allant de n à 1,

jusqu'à ce que la valeur de R_s dépasse 1. La première valeur de s pour laquelle la somme cumulée dépasse 1 est la valeur de l'indice s cherché. Mais si la valeur 1 n'est jamais atteinte, alors l'indice s est posé égal à 1. C'est exactement le sens de la formule qui définit l'indice s . s est l'indice à partir duquel le premier succès est recherché. Le cas ' $s = 1$ ' signifie que le premier succès qui apparaît (s'il y en a un) doit être immédiatement mis à profit pour effectuer l'action de maintenance.

Le produit $Q_s := q_n q_{n-1} \dots q_s$ est ensuite calculé. La stratégie optimale est donc la suivante : attendre l'arrêt de production numéro s . Effectuer ensuite l'action de maintenance dès qu'un succès apparaît (s'il en apparaît un). La probabilité de gain de cette stratégie (la récompense optimale) est alors égale à $Q_s R_s$.

Dans l'application développée ici, la probabilité de succès p est définie par le produit de la probabilité que le système soit survivant à l'instant a par la probabilité que l'action de maintenance puisse être effectuée en d unités de temps, en accord avec la section précédente. Chaque événement A_i de la suite finie $(A_i)_{1 \leq i \leq n}$ est ainsi caractérisé par un couple $(a_i; d_i)$, et l'on a : $p_i = R(a_i) \cdot M(d_i)$, $q_i = 1 - R(a_i) \cdot M(d_i)$ avec $R(a_i)$ la fiabilité du composant à l'instant a_i et $M(d_i)$ la maintenabilité du composant pendant d_i unités de temps. Les 'odds' s 'expriment donc de la manière suivante :

$$r_i = R(a_i) \cdot M(d_i) / (1 - R(a_i) \cdot M(d_i)).$$

Calculer les 'odds' correspondant à chaque arrêt de production et, comme il a été vu dans le cas général, faire la somme cumulée des 'odds' à partir du dernier jusqu'à ce que cette somme atteigne 1 (à l'indice s). À partir de l'arrêt numéro s , le premier arrêt de production qui est un succès est l'arrêt optimal pour effectuer l'action de maintenance. La probabilité V_s que cet arrêt de production particulier soit optimal est donnée par :

$$v_s = \left(\prod_{j=s}^n (1 - R(a_j) \cdot M(d_j)) \right) \left(\sum_{j=s}^n \frac{R(a_j) \cdot M(d_j)}{1 - R(a_j) \cdot M(d_j)} \right).$$

Cette probabilité V_s associée à l'optimalité de la stratégie (choix d'un arrêt de production) n'est pas égale à la probabilité que ledit arrêt de production soit un succès. Par ailleurs, nous proposons ici d'interpréter la définition d'un 'odd' afin de fournir à l'utilisateur l'arrêt de production, après l'arrêt numéro s , qui est le plus susceptible d'être le succès recherché. Par définition, un 'odd' est le ratio adimensionnel entre une probabilité de succès et son complémentaire à 1. Nous suggérons donc comme arrêt de production optimal pour effectuer l'action de maintenance considérée l'arrêt de production dont le 'odd' r est maximal après l'arrêt numéro s (ce qui correspond également à l'arrêt de production possédant la probabilité p de succès la plus forte, car r est une fonction strictement croissante de p).

En particulier, dans le cas où la somme finale cumulée des 'odds' reste strictement inférieure à 1 (et alors $s = 1$), il est possible de proposer à l'expert une décision dégradée ; cette décision correspond à choisir l'arrêt de production dont le 'odd' est le plus grand. Cela dit, si la somme totale cumulée des 'odds' n'a pas atteint la valeur 1, il est peu probable que la liste des arrêts contienne un potentiel succès, et donc toute solution dégradée devrait être exclue par l'expert.

B. Résultats numériques pour un cas d'application

Dans cette partie sont présentés des résultats qui ont été obtenus en utilisant l'algorithme des 'odds' sur un exemple réaliste bien qu'académique. Un exemple complet d'utilisation directe de l'algorithme des 'odds' est traité dans [19].

L'exemple pris ici fait intervenir deux composants indépendants A et B d'un même système S , ceci afin de mettre en évidence une autre possibilité offerte par l'algorithme des 'odds' en termes d'outil d'aide à la décision. L'expert peut en effet souhaiter avoir à sa disposition non seulement le choix optimal proposé par l'algorithme des 'odds', mais également des choix de repli, ou encore la possibilité de choisir un arrêt de production sous-optimal mais par lui privilégié.

Les données considérées pour l'exemple proposé sont les suivantes : 1500 heures pour l'horizon d'observation et 18 arrêts de production, distribués comme indiqué dans le Tableau 1. L'exécution de l'algorithme est immédiate.

Numéro de l'arrêt de production	Début (100 heures)	Durée (heures)
1	0.8	3
2	1.4	2
3	2	4
4	3.1	2
5	4	1
6	5.6	4
7	6.2	4
8	6.9	2
9	7.3	1
10	8	7
11	9.1	3
12	9.8	14
13	10.5	8
14	11	4
15	12.5	3
16	13.6	4
17	13.8	4
18	14	5

Tableau 1 : Caractéristiques des 18 arrêts de production

Pour le composant A (respectivement B), la fiabilité est supposée suivre une loi de Weibull de paramètres 1.5 (respectivement 2) pour le paramètre de forme β , 500h (respectivement 400h) pour le paramètre d'échelle η , et 0 pour le paramètre de localisation. La maintenabilité est supposée distribuée selon une loi exponentielle de paramètre $\mu = 0.3 h^{-1}$ (respectivement $0.8 h^{-1}$). Ces lois sont fournies dans le seul but de démontrer l'applicabilité de l'algorithme. À titre d'exemple, la probabilité de succès du premier arrêt, pour le composant A , est égale à $R(80).M(3)$, soit $e^{-(80/500)^{1.5}} \cdot (1 - e^{-0.3})$, environ 0.243, et son 'odd' environ 0.321 avec les valeurs considérées dans cette application.

On procède de la même façon pour l'ensemble des arrêts de production, pour chacun des deux composants.

Il est à noter par ailleurs que si, en moyenne, un arrêt de production est jugé 'trop court' pour permettre la réalisation de l'action de maintenance considérée, alors il sera pénalisé par la quantité $M(d)$. Les durées des arrêts de production sont donc explicitement prises en compte dans la détermination des succès.

L'algorithme des 'odds' fournit alors les résultats suivants : pour le composant A (respectivement B), l'indice s vaut 6 (respectivement 4), la stratégie optimale est d'attendre le sixième (respectivement quatrième) arrêt. La probabilité de succès associée à cette stratégie est de 39.69% (respectivement 44.24%). Ces pourcentages peuvent sembler faibles, mais en fait ils constituent d'excellents résultats pour un algorithme général d'aide à la décision. En effet, la récompense optimale fournie par l'algorithme des 'odds' est très souvent supérieure à 40%, et en tout cas supérieure à e^{-1} (et donc à 36.78%) dès que la somme cumulée des 'odds' a atteint la valeur 1 [18]. De plus, l'expert peut maintenant disposer du classement des arrêts de production, en fonction du composant, par ordre décroissant de pertinence (cf. Tableau 2) :

Choix	Numéro de l'arrêt		Récompense optimale		Décision optimale, sous optimale ou dégradée (A et B)
	A	B	A	B	
1	6	4	0.40	0.44	optimale
2	4	3	0.39	0.50	sous-optimale
3	3	2	0.40	0.49	sous-optimale
4	2	1	0.40	0.52	sous-optimale
5	1	5	0.40	0.36	sous-opt (A), dégradée (B)
6	7	6	0.39	0.27	dégradée
7	5	7	0.36	0.18	dégradée
8	10	8	0.33	0.10	dégradée
9	8	9	0.28	0.06	dégradée
10	12	10	0.24	0.04	dégradée
11	11	11	0.20	0.01	dégradée
12	13	12	0.16	0.01	dégradée
13	9	13	0.12	0.00	dégradée
14	14	14	0.08	0.00	dégradée
15	15	15	0.04	0.00	dégradée
16	16	16	0.03	0.00	dégradée
17	18	17	0.02	0.00	dégradée
18	17	18	0.01	0.00	dégradée

Tableau 2 : Résultats complets

Dans le Tableau 2, seul le premier arrêt peut être qualifié d'optimal : c'est celui qui est préconisé par l'algorithme des 'odds' pour le problème originel. Pour les autres arrêts, la décision est nécessairement sous-optimale. L'adjectif 'dégradé' signale que la somme cumulée totale des 'odds' n'a pas atteint la valeur 1. Enfin, les valeurs des différents indices s calculés ne sont pas représentées dans ce tableau.

Interprétons pour plus de compréhension une ligne du Tableau 2 : pour le composant A (respectivement B), en cinquième choix (c'est-à-dire si les quatre premiers arrêts préconisés sont inexistants), l'algorithme des 'odds' propose de considérer l'arrêt de production numéro 1 (respectivement 5) pour effectuer une action de maintenance préventive, et cette stratégie est optimale avec probabilité 0.40 (respectivement 0.36) ; cette décision est sous-optimale (respectivement dégradée).

Après examen du tableau 2, l'expert peut décider d'effectuer une action de maintenance sur le composant B pendant le quatrième arrêt de production, puis une autre action de maintenance sur le composant A pendant le sixième arrêt. Ceci correspond à une décision optimale pour chacun des composants. Ou alors, si cela s'avère plus pertinent (en termes de coûts, d'accessibilité, de disponibilité des personnes ou des pièces, par exemple), il peut décider de regrouper ces deux actions de maintenance lors du quatrième arrêt de production ;

ainsi, il effectue une action de maintenance opportuniste. Cette décision est optimale pour l'un des composants, et sous-optimale pour l'autre, mais au final c'est l'expert seul qui prendra cette décision.

IV. CONCLUSION

Le problème du choix du dernier arrêt de production susceptible de permettre la réalisation d'une action de maintenance préventive donnée a été posé. Une méthode dynamique, utilisant l'algorithme de Bruss, a été proposée pour résoudre ce problème. Cette méthode est mathématiquement prouvée optimale quant au critère qui est de sélectionner précisément le dernier arrêt de production potentiellement convenable. Un exemple numérique a été présenté afin de montrer la faisabilité de l'approche ainsi que la facilité d'utilisation de l'algorithme. Les paramètres fondamentaux de la sûreté de fonctionnement, qui sont la fiabilité et la maintenabilité, ont été exploités.

C'est non seulement une décision localement optimale (au niveau du composant) qui est proposée, mais également une liste de décisions dégradées qui est présentée. Pour la suite, au niveau global des performances du système de production, il s'agit de trouver un compromis parmi un ensemble de décisions localement optimales. Des critères tels que le coût de l'intervention ou la sécurité doivent être intégrés à ce niveau.

Un aspect opportuniste de la décision de maintenance, qui appartient *in fine* à l'expert, a été mis en avant *via* le regroupement potentiel d'actions de maintenance pendant un même arrêt de production. Cependant le but ultime de ces travaux est de maîtriser les performances globales du système de production, notamment en proposant au processus de pronostic des plans de maintenance afin d'évaluer l'état futur du système. Cette contribution concernant l'aide à la décision de maintenance peut être vue comme une étape vers ce but. Une première application industrielle vise à montrer la faisabilité et la pertinence de cette approche au sein du projet européen DYNAMITE (IP DYNAMITE FP6-IST-NMP-2-017498).

V. REFERENCES

- [1] Basim Al-Najjar et Imad Alsyof. Improving effectiveness of manufacturing systems using total quality maintenance. *Integrated Manufacturing Systems*, **11**, pp. 267-276, 2000.
- [2] Geert Waeyenbergh et Liliane Pintelon. Maintenance concept development: a case study. *International Journal of Production Economics*, **89**, pp. 395-405, 2004.
- [3] Kemal Kutucuoglu, Jamil Hamali, Zahir Irani et J.M. Sharp. A framework for managing maintenance using performance measurement systems. *International Journal of Operations & Production Management*, **21**, pp. 173-195, 2001.
- [4] Hongzhou Wang. A survey of maintenance policies of deteriorating systems. *European Journal of Operational Research*, **139**, pp. 469-489, 2002.
- [5] D. Gupta, Y. Günalay et M. Srinivasan. The relationship between preventive maintenance and manufacturing system performance. *European Journal of Operational Research*, **132**, pp. 146-162, 2001.
- [6] D. Djurdjanovic, J. Lee et J. Ni. Watchdog Agent -- an infotronics-based prognostics approach for product performance degradation assessment and prediction. *Advanced Engineering Informatics*, **17**, pp. 109-125, 2003.
- [7] D. Swanson. A general prognostic tracking algorithm for predictive maintenance. *IEEE International Conference on Aerospace*, **6**, pp. 2971-2977, 2001.
- [8] Benoît Iung, Michel Veron, Marie-Christine Suhner et Alexandre Muller. Integration of maintenance strategies into prognosis process to decision-making aid on system operation. *Annals of CIRP*, **1**, pp. 5-8, 2005.
- [9] Jean-Baptiste Léger et Gérard Morel. Integration of maintenance in the enterprise: towards an enterprise modelling-based framework. *Production Planning and Control*, **12**, pp. 176-187, 2001.
- [10] Alexandre Muller, Marie-Christine Suhner et Benoît Iung. Probabilistic vs. dynamical prognosis process-based e-maintenance system. *IFAC-INCOM'04 - Information Control in Manufacturing*, Salvador, Brazil, 2004.
- [11] P. Wang et G. Vachtsevanos. Fault prognosis using dynamic wavelet neural networks. In: *Maintenance and Reliability Conference (MARCON 99)*, Gatlinburg, USA, 1999.
- [12] F. Kianfar. A numerical method to approximate optimal production and maintenance plan in a flexible manufacturing system. *Applied Mathematics and Computation*, **170**, pp. 924-940, 2005.
- [13] T. Rosqvist. Stopping time optimisation in condition monitoring. *Reliability Engineering and System Safety*, **76**, pp. 319-325, 2002.
- [14] Gharbi et J.-P. Kenné. Maintenance scheduling and production control of multiple-machine manufacturing systems. *Computers and Industrial Engineering*, **48**, pp. 693-707, 2005.
- [15] Laurent Doyen et Olivier Gaudoin. Class of imperfect repair models based on reduction of failure intensity or virtual age. *Reliability Engineering and System Safety*, **84**, pp. 45-56, 2004.
- [16] Y. S. Chow, H. Robbins et D. Siegmund. *The theory of optimal stopping*. Dover, New York, 1991.
- [17] Thomas F. Bruss. Sum the odds to one and stop. *Annals of Probability*, **28**, pp. 1384-1391, 2000.
- [18] Thomas F. Bruss. A note on bounds for the odds-theorem of optimal stopping. *Annals of Probability*, **31**, pp. 1859-1861, 2003.
- [19] Edouard Thomas, Eric Levrat, Benoît Iung et Maxime Monnin. 'Odds algorithm'-based opportunity-triggered preventive maintenance with production policy. *6th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, Safeprocess'06*, Chine, pp. 835-840, 2006.
- [20] Alexandre Muller. Contribution à la maintenance prévisionnelle des systèmes de production par la formalisation d'un processus de pronostic. Thèse de Doctorat de l'Université Henri Poincaré, 2005.
- [21] A. Grall, C. Bérenguer et L. Dieulle. A condition-based maintenance policy for stochastically deteriorating systems. *Reliability Engineering and System Safety*, **76**, pp. 167-180, 2002.
- [22] H. Wang et H. Pham. Some maintenance models and availability with imperfect maintenance in production systems. *Annals of Operations Research*, **91**, pp. 305-318, 1999.