



**HAL**  
open science

# Procédé multiéchelle pour la reconstruction des courbes d'émission acoustique révélatrices des ruptures de fibres au sein d'un composite unidirectionnel

Sébastien Blassiau, Anthony R. Bunsell, Alain Thionnet

## ► To cite this version:

Sébastien Blassiau, Anthony R. Bunsell, Alain Thionnet. Procédé multiéchelle pour la reconstruction des courbes d'émission acoustique révélatrices des ruptures de fibres au sein d'un composite unidirectionnel. Matériaux 2006, 2006, Dijon, France. 11 p. hal-00144368

**HAL Id: hal-00144368**

**<https://hal.science/hal-00144368>**

Submitted on 3 May 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Procédé multiéchelle pour la reconstruction des courbes d'émission acoustique révélatrices des ruptures de fibres au sein d'un composite unidirectionnel

*S.Blassiau<sup>(1,2)</sup>, A.Bunsell<sup>(1)</sup>, A.Thionnet<sup>(1,3)</sup>*

*(1) - Centre des Matériaux Mines Paris, Paristech, CNRS UMR 7633, BP 87, 91003 Evry cedex, France*

*(2) - Gaz de France - Direction de la Recherche, 361, avenue du Président Wilson, BP 33, 93211 Saint-Denis La Plaine cedex, France*

*(3) - Université de Bourgogne, Mirande, BP 47870, 21078 Dijon, France*

---

**RESUME** - Dans cette étude, la première partie du travail consiste en une analyse fine, par éléments finis, des mécanismes de report de charge entre les fibres rompues et intactes d'un composite unidirectionnel. On considère différentes configurations d'endommagement du composite et deux types de comportement matriciel (élastique et viscoélastique) avec ou sans décohésion à l'interface fibre rompue/matrice. En raison de ces différents aspects, les limites habituelles des approches faites jusqu'à présent sont repoussées et notamment celles des modèles analytiques. La seconde partie du travail consiste en la mise en place d'un procédé multiéchelles qui synthétise les phénomènes microscopiques précédents (rupture de fibres, surcharge locale des fibres voisines de celle rompue, décohésion et viscoélasticité de la matrice) afin de prévoir la rupture macroscopique d'une structure en composite unidirectionnel. Ce processus permet également d'accéder au nombre de ruptures de fibres au cours du temps, au sein de la structure. Une application a été réalisée sur une éprouvette de composite unidirectionnelle soumise à un effort de traction uniaxiale soit quasi-statique soit de fluage. La confrontation des résultats de calcul et de résultats expérimentaux (notamment obtenus par émission acoustique) donnant le nombre de ruptures de fibres en fonction du temps au sein de l'éprouvette montrent la bonne cohérence du modèle notamment en exhibant le fait qu'il est capable de rendre compte remarquablement bien de la dispersion expérimentale importante constatée sur les essais de fluage.

**MOTS CLES** - Endommagement, Composites, Procédés multiéchelles.

---

## 1 Introduction

Les composites à matrice polymère renforcés par des fibres de carbone sont de plus en plus utilisés comme matériaux constitutifs de structures industrielles. Or, la rupture finale de ces composites est un phénomène difficile à appréhender. Il est apparu, au travers de nombreux travaux, que la clé d'une évaluation réaliste de la contrainte de rupture macroscopique d'un composite fibres/résine est la bonne appréciation des transferts de charge sur les fibres voisines d'une fibre rompue et de la longueur sur laquelle agit cette surcontrainte et ceci afin d'estimer correctement l'évolution de la probabilité de rupture des fibres intactes voisines.

Notre démarche a été d'abord d'analyser et d'explicitier les phénomènes microscopiques prépondérants qui sont à l'origine de la rupture macroscopique du composite en faisant le choix d'une analyse par la méthode des éléments finis et qui distingue les fibres de la matrice : reports de charge dus à la rupture des fibres et aux décohésions, viscosité de la matrice, pour différents états d'endommagement (différentes densités de rupture de fibres). L'originalité de cette partie du travail ne provient pas seulement de l'utilisation de la méthode des éléments finis, mais de trois autres aspects remarquables. Le premier est le choix et le nombre des microstructures étudiées. En effet, si beaucoup d'études se limitent le plus souvent à une microstructure modélisant une fibre isolée dans de la matrice, ou un matériau équivalent, ici, plusieurs états d'endommagement ont été

étudiés, allant de peu à beaucoup de fibres rompues, modélisés par l'intermédiaire de plusieurs cellules élémentaires périodiques caractéristiques du Volume Élémentaire Représentatif (VER) de ces états. Le second point original de notre travail est d'apprécier l'influence d'un début de décohé- sion à l'interface fibre/matrice au lieu de la rupture de la fibre. Enfin, le troisième point original est de coupler les deux premiers et un comportement de la matrice d'abord élastique linéaire puis viscoélastique linéaire.

La seconde partie de notre travail a consisté à synthétiser tous ces résultats dans un procédé multiéchelles afin de dépasser la limitation des études réalisées jusqu'à présent et de prévoir la rupture macroscopique d'une structure en composite unidirectionnel puis d'accéder au nombre de ruptures de fibres au cours du temps, au sein de la structure. En effet, si la simulation par éléments finis, à l'échelle des constituants du composite semble une bonne approche, en revanche, la discrétisation des problèmes avec une finesse suffisante pour discerner les fibres de la matrice, conduit à un nombre de degrés de libertés ingérable par les calculateurs actuels. En conséquence, une approche multiéchelle est incontournable. C'est la raison pour laquelle nous avons choisi une procédure multiéchelle tridimensionnelle pour modéliser la ruine d'une structure en composite unidirectionnel.

Une application a été réalisée sur une éprouvette de composite unidirectionnelle soumise à un effort de traction uniaxiale soit quasi-statique soit de fluage. Des essais expérimentaux ont été réalisés. Notamment, des courbes obtenues par la technique de l'émission acoustique donnent le nombre d'évènements (les ruptures de fibres) en fonction de la sollicitation ou du temps. La confrontation de ces résultats expérimentaux avec ceux obtenus par calcul montrent la bonne cohérence du modèle notamment en exhibant le fait qu'il est capable de rendre compte remarquablement bien de la dispersion expérimentale importante constatée sur les essais de fluage.

## 2 Modélisation du phénomène de rupture de fibre, de ses causes et de ses conséquences à l'échelle microscopique

On cherche dans cette première partie à modéliser le phénomène de rupture de fibre au sein d'un composite unidirectionnel ainsi que ses causes et ses conséquences sur les fibres voisines intactes. Il s'agit donc ici de réaliser une étude à l'échelle des constituants (échelle microscopique) ([4], [5], [6]). L'outil utilisé pour cela est la méthode des éléments finis. Ces calculs sont réalisés au sein même du VER du matériau, vu ici, comme une structure. Les calculs doivent nous renseigner sur l'état de contrainte quasi-axial dans les fibres voisines de la fibre rompue lorsque la matrice a un comportement soit élastique linéaire soit viscoélastique linéaire, et en présence d'une longueur variable de décohé- sion due à cette rupture de fibre.

### 2.1 Synthèse bibliographique

La clé d'une évaluation réaliste de la contrainte de rupture macroscopique d'un composite fibres/résine est la bonne appréciation des transferts de charge sur les fibres voisines d'une fibre rompue et de la longueur sur laquelle agit cette surcontrainte et ceci afin d'estimer correctement l'évolution de la probabilité de rupture des fibres intactes voisines.

De nombreuses études ont eu cette thématique pour objet et s'inspirent généralement des études menées par Rosen [26] et Zweben [31]. Toutefois, il est important de signaler que ces études (Hedgepeth et al. [18], Landis et al. [22], Phoenix et al. [25]) sont souvent analytiques. Elles ont permis de passer du modèle originel de Cox [7], modélisant une fibre enrobée dans une gaine de matrice, à une modélisation tridimensionnelle du milieu environnant pour aboutir à des modèles plus fins mais ne pouvant fournir au demeurant qu'une approximation du report de charge du fait même de la nature analytique des calculs. Aussi, on peut estimer que les analyses tridimensionnelles par éléments finis (Nedele et al. [24], VanDenHeuvel et al. [10]), plus rarement utilisées donnent accès à une précision accrue de la modélisation de ces phénomènes.

## 2.2 Modélisation de différents états d'endommagement. Définition du VER

Des études concernant l'influence d'une unique fibre rompue sur son voisinage ont pu montrer que la perturbation engendrée se limitait aux premières fibres voisines ([7], [18], [27], [24], [23]) : les fibres intactes entourant la fibre rompue jouent en fait un rôle d'écran. Ainsi, au-delà de la troisième plus proche fibre intacte, ces études estiment que la rupture n'a quasiment plus d'effet sur le champ de contraintes. Pour cette raison, et afin de confirmer ces conclusions (un des points qui permettra de valider notre approche), on considère 5 états d'endommagements du matériau représentés chacun par un VER différent. Ces états sont notés E-N ( $N = 2, 4, 8, 16, 32$ ) et décrivent un état d'endommagement où 1 fibre sur  $N$  est rompue. Si on suppose que la microstructure du matériau est périodique, chacun de ces états d'endommagement est représenté par sa cellule élémentaire notée C-N. On considère également un état noté E- $\infty$  correspondant à une unique fibre rompue au sein du matériau. La cellule correspondant à l'état E- $\infty$  est notée C- $\infty$ . Elle reprend la modélisation de Nedele et Wisnom [24] qui consiste à ajouter autour des deux fibres modélisées (l'une rompue, l'autre non rompue) les propriétés d'un composite homogénéisé pour tenir compte de l'influence du reste du composite (méthode selfconsistent). Cette cellule est pour nous un élément de validation de nos calculs.

## 2.3 Modélisation du comportement de la résine

Nous avons choisi de réaliser nos investigations dans deux cas distincts. Le premier, le plus simple, suppose que la matrice est élastique linéaire et homogène isotrope. Le second suppose que la matrice présente un caractère visqueux. Nous avons choisi un modèle viscoélastique linéaire écrit  $\dot{\sigma} + \gamma\sigma = C_0\dot{\varepsilon} + \gamma C_\infty\varepsilon$ , où  $C_0$  est le tenseur de rigidité du matériau sain,  $C_\infty$  est le tenseur de rigidité "à l'infini" et  $\gamma$  est le tenseur de relaxation. La matrice étant supposée isotrope, chacun de ces tenseurs est isotrope.

## 2.4 Modélisation de la décohésion

La décohésion entre la fibre rompue et la matrice est modélisée à partir du plan de la section droite de rupture de la fibre, jusqu'à une longueur  $d$  donnée en dédoublant les noeuds du maillage sur la longueur  $d$ . Au-delà, l'adhérence fibre/matrice est supposée parfaite.

## 2.5 La grandeur calculée : le coefficient de transfert de charge

Le but de ces calculs est de simuler une rupture de fibre et d'observer l'évolution de la contrainte axiale dans les fibres voisines en fonction de l'état d'endommagement, du temps, de la distance par rapport au plan de rupture et en fonction d'un état de décohésion plus ou moins important. On définit pour cela, pour un état d'endommagement E représenté par sa cellule C, pour une longueur de décohésion  $d$ , un coefficient  $k_r$ , appelé coefficient de transfert de charge, obtenu par la moyenne de la contrainte axiale dans la fibre considérée, calculée entre deux sections droites consécutives du maillage, rapportée à la même valeur prise dans la configuration du matériau sain.

Ce coefficient va être évalué dans les différentes configurations suivantes :

- configuration 1 : la cellule C- $\infty$  prise avec des constituants élastiques linéaires homogènes isotropes où l'on fait évoluer la longueur de décohésion entre une longueur nulle et une longueur donnée ;
- configuration 2 : les différentes cellules modélisant un endommagement croissant du composite (C-32, . . . , C-2) prises avec des constituants élastiques linéaires homogènes isotropes où l'on fait évoluer la longueur de décohésion entre une longueur nulle et une longueur donnée ;
- configuration 3 : les deux configurations précédentes sont reprises avec une matrice viscoélastique linéaire homogène isotrope.

Le taux de fibres est fixé à 40 %.

## 2.6 Résultats et discussion

### 2.6.1 Configuration 1

Cette configuration est en fait utilisée pour être un des points de validation de notre démarche. Le paramètre d'analyse ( $k_r$ ) est comparé aux résultats d'autres études reconnues ([24], [23], [10], [11]). Les calculs, réalisés dans le cas de la rupture sans décohésion à l'interface fibre/matrice, nous ont permis de nous recaler sur les résultats de la littérature et de démontrer la validité de notre démarche ([4], [5], [6]). Les calculs, modélisant la rupture avec décohésion à l'interface fibre rompue/matrice ont montré conformément à ce qui est rencontré dans la littérature :

- la décroissance de  $k_r$  avec l'augmentation de la longueur de décohésion ;
- une reprise de charge de la fibre rompue identique à celle observée sans décohésion mais translatée de la longueur de décohésion introduite par rapport au plan de rupture ;
- la présence d'une augmentation du transfert de charge localisé dans la zone de reprise de l'adhésion parfaite fibre rompue/matrice.

Toutefois, ils ont révélé une différence fondamentale avec ces mêmes études lorsque cette longueur de décohésion est faible : le coefficient de transfert de charge est supérieur à celui obtenu sans décohésion. Comme conséquence, les études cherchant à évaluer la rupture uniaxiale d'un composite unidirectionnel en utilisant le concept de transfert de charge vers les fibres intactes voisines d'une fibre rompue, en utilisant cette approche, en sous évaluent la probabilité de rupture. En fait ce résultat est dû à une finesse de maillage accrue par rapport à celle utilisée dans les précédentes études : un maillage moins fin masque ce phénomène.

### 2.6.2 Configuration 2

Les calculs menés sur les cellules périodiques C-2, . . . , C-32 modélisant différents états d'endommagement du composite, nous ont permis de quantifier l'influence du taux de fibres rompues sur le transfert de charge (au travers de  $k_r$ ). A ce titre, cette modélisation ([4], [5], [6]) a confirmé l'hypothèse de localisation de l'endommagement par la démonstration de l'existence d'un état d'endommagement minimum (celui représenté par la cellule C-32) pour lequel l'endommagement d'une cellule n'affecte plus significativement ses voisines. Par ailleurs, l'adjonction du phénomène de décohésion entraîne effectivement une modification notable du transfert de charge mais surtout met en évidence, avec l'accroissement de l'état d'endommagement (passage de C-32 vers C-2) et la possibilité d'une propagation de la décohésion à l'interface fibre rompue/matrice, le passage progressif d'un effet local à un effet global de la rupture des fibres. Cet effet est celui qui engendre la ruine de la structure à l'échelle macroscopique.

### 2.6.3 Configuration 3

Le paramètre d'analyse est toujours  $k_r$  et est évalué maintenant en fonction du temps. Il est comparé à celui obtenu dans le cas élastique pour une même configuration d'endommagement. Le fait d'introduire une matrice visqueuse conduit évidemment à l'apparition d'une dépendance de  $k_r$  avec le temps ([4], [5], [6]). Couplé aux différents états d'endommagements modélisés ceci entraîne, sans toutefois modifier les effets identifiés lorsque le comportement de la matrice est élastique linéaire, une augmentation de la charge supportée par les fibres intactes due à l'écoulement de la matrice que ce soit avec ou sans décohésion à l'interface fibre rompue/matrice.

## 3 Modélisation de la rupture macroscopique d'une structure en composite unidirectionnel

### 3.1 Synthèse bibliographique

La rupture des composites unidirectionnels sollicités en traction uniaxiale suivant l'axe des fibres a fait l'objet de nombreux travaux. Ces travaux ont montré que la résistance du composite est très étroitement liée aux propriétés intrinsèques de ses constituants ([26], [31], [17], [18], [13], [14], [15], [16], [28], [29] [20], [1], [2], [30], [24], [23], [3], [12], [22], [21], ([8], [9], [25]).

De ces travaux, il est apparu que toutes hypothèses réductrices nuisaient à l'estimation du comportement à rupture des composites unidirectionnels. Pour cette raison, une modélisation tridimensionnelle par la méthode des éléments finis semble être la plus adaptée dans la mesure où elle permet une approximation précise des champs complexes de contraintes et de déformations, développés au cours de l'accumulation de ruptures de fibres. Cependant, la simulation par éléments finis, à l'échelle du composite avec une finesse suffisante pour discerner les fibres de la matrice, conduirait à un nombre de degrés de libertés ingérable par les calculateurs actuels. En conséquence, une approche multiéchelle est incontournable.

### 3.2 Procédé multiéchelles. Généralités

D'une manière générale, un procédé multiéchelle est un moyen de faire le lien entre l'échelle d'une hétérogénéité identifiée et l'échelle de la structure. Un calcul de structure utilisant une procédure multiéchelle s'organise en plusieurs étapes formant un algorithme itératif :

- Etape 1 - Calcul à l'échelle macroscopique : le calcul de structure est réalisé à l'échelle macroscopique. La géométrie et les conditions aux limites sont données. Le matériau utilisé est celui homogène équivalent. On accède ainsi aux champs de contraintes et de déformations macroscopiques (entre autres) nécessaires au processus de localisation. Ce calcul peut être réalisé analytiquement ou numériquement. En ce qui nous concerne le calcul sera fait par éléments finis, donc numériquement. Le calcul est arrêté lorsque la structure est rompue, par exemple lorsqu'il apparaît une instabilité numérique (divergence) ;
- Etape 2 - Localisation : en chaque point de l'échelle macroscopique, on sollicite alors le VER "structure" par le champ macroscopique (de contraintes ou de déformations). On accède ainsi aux grandeurs microscopiques. En ce qui nous concerne, le calcul permettant d'accéder aux champs macroscopiques étant réalisé par éléments finis, la localisation sera faite en chaque point de Gauss. Là encore, s'offre le choix pour cette opération de localisation, d'avoir recours soit à un calcul analytique, soit à un calcul numérique. Nous opterons pour la première solution pour des considérations de simplicité et de coût de temps de calcul. Plus précisément, nous allons opérer un lissage des résultats de calculs réalisés sur les cellules représentatives du milieu ([4], [5], [6]). Connaissant les champs macroscopiques nous accéderons ainsi rapidement aux grandeurs microscopiques les plus importantes (report de charges entre fibres...) qui nous permettront de faire progresser l'endommagement (le nombre de ruptures de fibres) ;
- Etape 3 - Homogénéisation : l'opération de localisation ayant fourni les nouvelles valeurs des grandeurs locales, on calcule leur impact sur le comportement macroscopique. Le nouveau comportement macroscopique est alors utilisé de nouveau à l'étape 1. En ce qui nous concerne, nous verrons qu'en première approximation le comportement macroscopique de notre composite unidirectionnel peu se limiter à un comportement élastique linéaire dont une seule composante du tenseur de rigidité évolue. De nouveau, nous opterons pour un calcul analytique pour assurer cette étape d'homogénéisation. Connaissant le nombre de fibres rompues, on calculera par une opération d'homogénéisation de type loi des mélanges le comportement macroscopique.

### 3.3 Procédé multiéchelles. Détails

Notre étude est réalisée de manière tridimensionnelle. Elle vise à simuler la rupture d'une structure en composite unidirectionnel en utilisant un procédé multiéchelle dont les échelles sont les suivantes :

- l'échelle macroscopique représente le composite unidirectionnel vu comme un matériau homogène ;
- l'échelle microscopique voit le VER comme une structure volumique à deux constituants homogènes : la fibre de carbone et la matrice.

#### 3.3.1 Définition du Volume Élémentaire Représentatif

Le VER bidimensionnel mis en évidence par Baxevanakis [3] garantissant une contrainte de rupture constante en moyenne, correspond à 6 fibres parallèles. Par extension, le matériau étant isotrope transverse, on peut estimer que le VER tridimensionnel qui en découle contient 6 x 6

fibres intactes. Pour notre part, nous avons vu que la cellule C-32 est celle qui n'induit aucun impact significatif sur ses voisines, due à la rupture d'une fibre. En conséquence, on peut considérer que le Volume Élémentaire Représentatif tridimensionnel que nous avons mis en évidence est un volume contenant 32 fibres saines. Nous le noterons CS-32. Il est donc en accord avec les résultats de Baxevanakis. Dans la direction axiale des fibres, les travaux de Baxevanakis [3] ont montré qu'une longueur de 8 mm permet d'obtenir une contrainte de rupture quasiment constante pour le composite. Ces résultats sont confirmés par les travaux de Hitchon et Phillips [19] qui montre expérimentalement que la probabilité de rupture d'une fibre est quasiment constante sur des longueurs de fibres comprises entre 0.2 mm et 5 mm. Pour notre part, on observe que l'effet des surcontraintes se limite à une distance d'au maximum 0.2 mm. La longueur que nous adoptons pour être celle des différents VER est de 8 mm. Une étude de convergence des calculs (Blassiau, [4]) a montré qu'une longueur de 10 mm ne modifiait pas significativement les résultats.

### 3.3.2 Description de l'étape de localisation

Le comportement à rupture de composites unidirectionnels est contrôlé par la rupture aléatoire des fibres. Cependant, la prise en compte de ce mécanisme seul ne permet pas une modélisation fine. Il apparaît que les mécanismes de transfert de charge autour d'une fibre rompue qui englobent le comportement de la matrice et celui de l'interface fibre rompue/matrice jouent un rôle primordial dans l'estimation de la contrainte à rupture du composite unidirectionnel. Après la mise en évidence du VER, désormais, l'originalité de notre processus multiéchelle par rapport à toutes les études déjà réalisées est de raffiner le comportement mécanique local afin d'obtenir une estimation fine des mécanismes de transfert de charge. En d'autres termes, il convient de réaliser finement le passage de l'échelle macroscopique à celle microscopique, c'est-à-dire l'étape de localisation. Pour cela, il suffit de faire l'exploitation et la synthèse des investigations du phénomène de rupture de fibre ([4], [5], [6]) faites à l'échelle microscopique, de manière à les utiliser dans le processus multiéchelle. Plus précisément, et parce que c'est notre choix de procéder ainsi, nous allons réaliser le lissage des valeurs maximales du coefficient de transfert de charge qui s'opèrent sur les fibres voisines d'une fibre rompue. Ce lissage ([4], [5], [6], voir Annexe) formera une base de données qui réalisera la localisation de notre calcul multiéchelle et permettra de faire progresser le nombre de rupture de fibres au sein du matériau. On a également réalisé le lissage des valeurs moyennes du coefficient de transfert de charge. Les résultats de calculs entre ces deux lissages sont peu différents.

### 3.3.3 Critère et statistique de rupture des fibres. Evolution de l'endommagement

Tous les lissages précédents constituent l'étape de localisation de notre calcul de structure multiéchelle. Ils assurent ainsi le passage de l'échelle macroscopique à l'échelle microscopique et permettent de faire progresser le phénomène d'endommagement (le nombre de rupture de fibres). Ainsi, une fibre va rompre dès lors que sa valeur à rupture longitudinale est atteinte, selon le critère :  $\sigma_{zz}^{fibre} = K_r \sigma_{zz}^{element} \leq \sigma_{zz}^{fibrerupture}$  avec  $\sigma_{zz}^{fibre} = E_{fibre} \varepsilon_{zz}^{fibre}$ . Compte tenu du caractère aléatoire associé à ce phénomène de rupture, et puisque nous avons fait le choix à l'échelle microscopique, de considérer 5 états d'endommagement du composite représentés par 5 cellules élémentaires périodiques, on associe au VER caractéristique de 32 fibres (correspondant à la cellule CS-32), cinq contraintes de rupture distinctes générées avec des fonctions de probabilité. Ces cinq valeurs à rupture représentent les cinq étapes de rupture nécessaires pour passer du VER sain au VER rompu. Ici, la contrainte de rupture de la fibre est donnée selon deux fonctions distinctes : soit la fonction de Weibull à deux paramètres identifiée à partir des essais de traction sur fibres unitaires, soit la fonction sigmoïdale proposée par Baxevanakis [3] identifiée à partir d'essais de multifragmentation. Pour l'identification des différents paramètres de ces lois, on utilise les travaux de Baxevanakis [3] et de Hitchon et Phillips [19]. Ces deux fonctions qui lissent la même statistique de rupture pour une longueur de fibre donnée doivent évidemment conduire au même résultat final, c'est-à-dire, par exemple, à la même contrainte de rupture s'il s'agit de la traction uniaxiale du composite unidirectionnel. C'est ce que nous constatons effectivement. Dans la suite, nous ne préciserons donc plus quelle loi est utilisée dans les calculs.

### 3.3.4 Description de l'étape d'homogénéisation

Rappelons qu'au sein du matériau, les fibres élastiques linéaires se rompent, des reports de charge s'opèrent et la matrice est viscoélastique. Ceci sous-entend, qu'a priori, il est nécessaire, à l'échelle macroscopique, de traduire les ruptures de fibres et l'effet visqueux. Toutefois, le caractère viscoélastique de la matrice, n'est pas appréciable (constatation expérimentale) sur la réponse longitudinale macroscopique du composite. Nous supposons donc que le milieu homogène équivalent macroscopique est élastique linéaire. Les ruptures de fibres vont être traduites (en première approximation) par la dégradation du module de rigidité longitudinal du matériau homogène équivalent. L'étape d'homogénéisation de notre procédé multiéchelle se limite donc à déterminer cette loi de dégradation des propriétés du milieu homogène équivalent. Là encore, on a recours à un calcul analytique. L'homogénéisation est faite selon le principe d'une loi des mélanges. En un point de Gauss où le VER est caractérisé par un état  $E$  d'endommagement, donc une cellule  $C$ , on a :  $Q_{11} = Q_{11}^0 \left(1 - \frac{1}{N_{FC}}\right)$  où :  $Q_{11}$  est le module de rigidité longitudinale du composite endommagé,  $Q_{11}^0$  sa valeur lorsque le matériau est vierge d'endommagement et  $N_{FC}$  le nombre de fibres saines contenues dans la cellule considérée.

## 4 Traction uniaxiale d'une éprouvette de composite unidirectionnel et comparaison avec les courbes d'émission acoustique

Pour la confrontation des résultats numériques aux résultats expérimentaux, nous avons fait le choix d'une taille d'éléments finis de 0.15 x 0.15 x 10 mm. Ce choix permet un temps de calcul raisonnable et correspond à 8 VER (8 cellules CS-32). Ce choix a été validé par une étude de convergence [4].

A titre de comparaison, les calculs ont été réalisés avec trois niveaux croissants de prise en compte de la rupture des fibres, désignés par :

- le niveau 1 qui correspond à la dégradation de la rigidité longitudinale due à la rupture des fibres ;
- le niveau 2 qui correspond à l'adjonction du transfert de charge au niveau 1 ;
- le niveau 3 qui correspond à l'adjonction de la décohésion au niveau 2.

Les lissages utilisés ici pour l'étape de localisation sont ceux de la valeur maximale du coefficient  $k_r$ . Des calculs ont été également réalisés avec des lissages de sa valeur moyenne. Les résultats entre les deux ne sont pas significativement différents.

### 4.1 Cas d'une sollicitation quasi-statique

Compte tenu du fait que la durée de ses essais est courte, on estime que l'effet de viscosité de la matrice est négligeable : ici, il n'a donc pas été pris en compte. Pour chacun des calculs réalisés, on calcule la courbe de traction jusqu'à rupture (Fig. 1) que l'on confronte à celle expérimentale et on construit la courbe donnant le nombre de rupture de fibres en fonction de la valeur de la sollicitation. Cette dernière courbe est comparée à la même courbe obtenue expérimentalement par la technique de l'émission acoustique (Fig. 2). Egalement, on donne, pour les trois niveaux de prise en compte de l'endommagement, la cartographie des ruptures de fibres au sein de l'éprouvette : un carré blanc indique l'absence de rupture de fibres, un carré noir indique un élément de volume totalement rompu. On constate (Fig. 3) que le niveau 1 tend à uniformiser les dégradations (peu de carrés noirs et une tendance à une couleur grise en moyenne), alors que le niveau 3 localise nettement le phénomène de rupture de fibres, le niveau 2 donnant des résultats intermédiaires entre les niveaux 1 et 3.

### 4.2 Cas d'une sollicitation de fluage

Nous simulons un essai de fluage sous traction uniaxiale sur une éprouvette de composite unidirectionnel. Dans ce cas, la viscosité de la matrice est prise en compte dans l'étape de la localisation. L'objectif est alors de démontrer la possibilité d'accumuler de ruptures de fibres supplémentaires



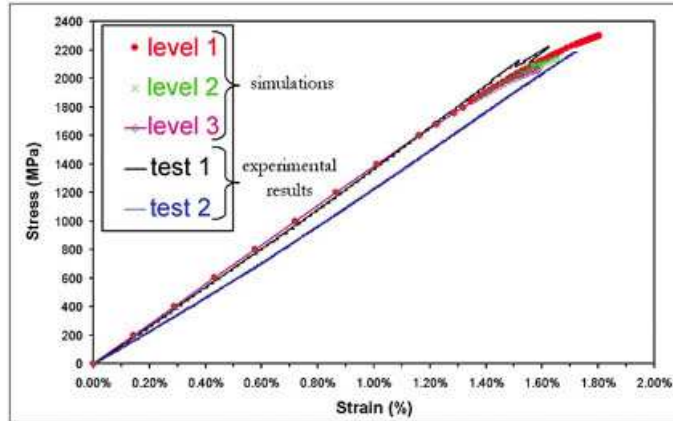


FIG. 1 – Courbe de traction uniaxiale quasi-statique. Résultat pour les trois niveaux de prise en compte de l’endommagement.

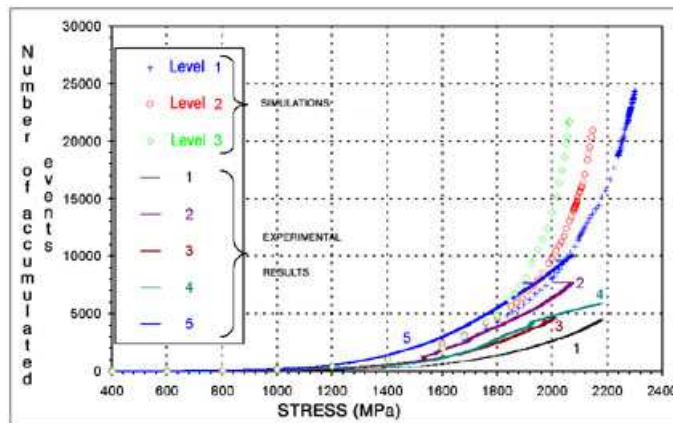


FIG. 2 – Nombre cumulé de rupture de fibres en fonction de la sollicitation. Comparaison entre les calculs et les données expérimentales obtenues par émission acoustique.

dues à la relaxation de la matrice et donc de vérifier que l’activité acoustique enregistrée sous chargement statique est due à l’accumulation de ruptures de fibres. Pour chacun des trois niveaux de prise en compte de l’endommagement, nous avons réalisé des séries de 15 simulations pour des états de contraintes constants correspondant respectivement à 75, 80, 85 et 90 % de la charge. Pour chacun des calculs réalisés, on construit la courbe donnant le nombre de rupture de fibres en fonction du temps que l’on compare avec la même courbe obtenue expérimentalement par la technique de l’émission acoustique (résultats pour 85 %, Fig. 4). Le premier point à noter est qu’indépendamment du niveau de la loi d’endommagement, nous constatons une accumulation effective de rupture de fibres au sein du composite unidirectionnel par le seul mécanisme de relaxation des contraintes de cisaillement de la matrice. Le second point important est la restitution de la dispersion expérimentale induite par le couplage entre la statistique de rupture de la fibre et l’évolution du transfert de charge en fonction du temps. Le dernier point à noter est que nous obtenons un profil de courbes d’accumulation de rupture de fibres simulée semblable à celles obtenues par émission acoustique et ceci indépendamment du niveau de la loi d’endommagement. L’ensemble de ces points renforce l’hypothèse selon laquelle le composite unidirectionnel soumis à un chargement uniaxial constant continue de s’endommager par l’accumulation de ruptures de fibres. Cette accumulation de rupture de fibres est rendue possible par la combinaison des mécanismes de transfert de charge, les propriétés viscoélastiques de la matrice et la distribution de la résistance à rupture de la fibre.

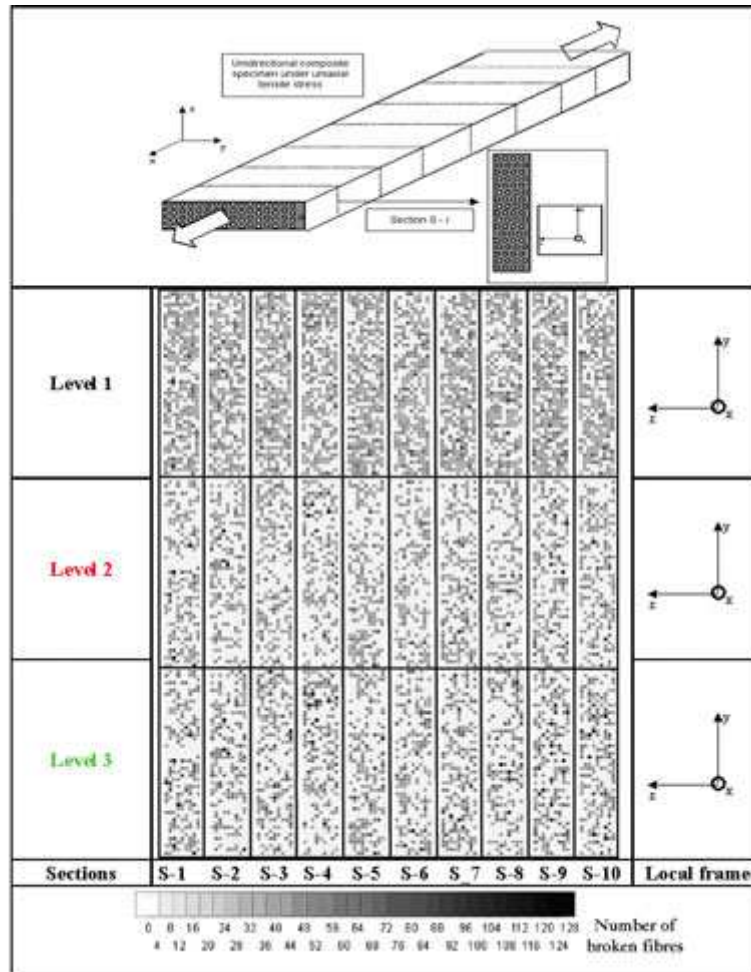


FIG. 3 – Cartographie des sites de ruptures de fibres dans différentes sections de l'éprouvette pour les trois niveaux de prise en compte de l'endommagement.

## 5 Conclusion

L'étude présentée résout le calcul de la ruine macroscopique d'une structure en composite unidirectionnel en tenant compte des phénomènes physiques (ruptures de fibres, report de charge, viscoélasticité de la matrice...). Pour cela, un procédé multiéchelle est utilisé dans lequel est synthétisée une étude fine des phénomènes à l'échelle microscopique. A titre d'application, on calcule la contrainte à rupture ainsi que la densité de fibres rompues au cours du temps, pour une éprouvette de composite unidirectionnel soumise à une sollicitation quasi-statique ou de fluage. Les résultats expérimentaux utilisés à titre de comparaison montrent en premier lieu que la contrainte à rupture calculée est parfaitement en accord avec les valeurs expérimentales. Mais surtout, les courbes obtenues par émission acoustique et permettant de quantifier les nombre de fibres rompues en fonction du temps montrent toute la pertinence du modèle : les valeurs calculées sont en accord avec les valeurs expérimentales et plus particulièrement redonnent la dispersion constatées sur les essais de fluage.

## Références

- [1] S.B. Batdorf. Tensile strength of unidirectionally reinforced composites - 1. *Journal of reinforced plastics and composites*, 1 :153–163, 1982.

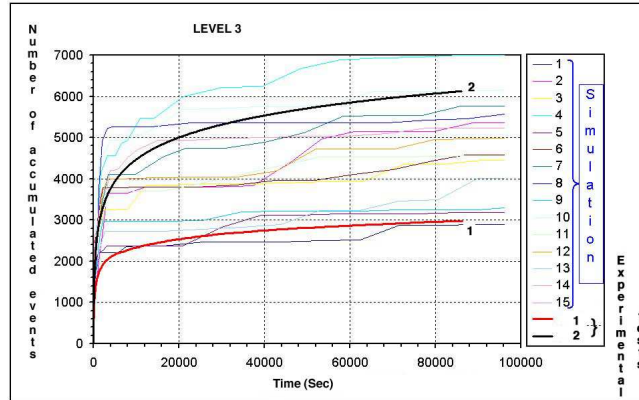


FIG. 4 – Nombre cumulé de rupture de fibres en fonction du temps lors de l’essai de fluage à 85 % de la charge à rupture. pour le niveau 3 de prise en compte de l’endommagement et les données expérimentales obtenues par émission acoustique.

- [2] S.B. Batdorf. Tensile strength of unidirectionally reinforced composites - 2. *Journal of reinforced plastics and composites*, 1 :165–175, 1982.
- [3] C. Baxevanakis. Comportement statistique à rupture des composites stratifiés. *Thèse, Ecole des Mines de Paris*, 1994.
- [4] S. Blassiau. Modélisation des phénomènes microstructuraux au sein d’un composite unidirectionnel carbone/époxy et prédiction de durée de vie : contrôle et qualification de réservoirs bobinés. *Thèse, Ecole des Mines de Paris*, 2005.
- [5] S. Blassiau, A. Thionnet, and A. Bunsell. Micromechanisms of load transfert in a unidirectional carbon-fibre epoxy composite due to fibre failures. part 1 : Micromechanisms and 3d analysis of load transfert, the elastic case. *Composite Structures*, 74 :303–318, 2006.
- [6] S. Blassiau, A. Thionnet, and A. Bunsell. Micromechanisms of load transfert in a unidirectional carbon-fibre epoxy composite due to fibre failures. part 2 : Influence of viscoelastic and plastic matrices on the mechanism of load transfert. *Composite Structures*, 74 :319–331, 2006.
- [7] H.L. Cox. The elasticity and strength of paper and other fibrous materials. *British journal of applied physics*, 12 :72–79, 1951.
- [8] W.A. Curtin. Dimensionality and size effects on the strength of fiber-reinforced composites. *Composites Sciences and Technology*, 60 :543–551, 2000.
- [9] W.A. Curtin and M. Ibnabdeljalil. Strength and reliability of fiber-reinforced composites : localized load sharing and associated size effects. *International Journal of Solids and structures*, 34 :2649–2668, 1997.
- [10] P.W.J. Van den Heuvel, R.J. Young S. Goutianos, and T. Peijs. Failure phenomena in fibre-reinforced composites part 6 : a finite element study of stress concentrations in unidirectional cfr epoxy composites. *Composites science and technology*, 64 :645–656, 2004.
- [11] P.W.J. Van den Heuvel, M.K Wubbolts, R.J. Young, and T. Peijs. Failure phenomena in two-dimensional multi-fibre model composites : 5 a finite element study. *Composites A*, 29 :1121–1135, 1998.
- [12] G. Foret. Effet d’échelle dans la rupture des composites unidirectionnels. *Thèse, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*, 1995.
- [13] D.G. Harlow and S.L. Phoenix. The chain-of-bundles probability model for the strength of fibrous materials 1 : Analysis and conjectures. *Journal of composite materials*, 12 :195–213, 1978.
- [14] D.G. Harlow and S.L. Phoenix. The chain-of-bundles probability model for the strength of fibrous materials 2 : a numerical study of convergence. *Journal of composite materials*, 12 :314–334, 1978.

- [15] D.G. Harlow and S.L. Phoenix. Probability distributions for the strength of composite materials 1 : two-level bounds. *International journal of fracture*, 17 :347–372, 1981.
- [16] D.G. Harlow and S.L. Phoenix. Probability distributions for the strength of composite materials 2 : a convergence sequence of tight bounds. *International journal of fracture*, 17 :601–630, 1981.
- [17] J.M. Hedgepeth. Stress concentrations in filamentary structures. *Rapport, NASA TND882, Langley research center*, 1961.
- [18] J.M. Hedgepeth and P. Van Dyke. Local stress concentrations in imperfect filamentary composite materials. *Journal of composite materials*, 1 :294–309, 1967.
- [19] J.W. Hitchon and D.C. Phillips. The dependence of the strength of carbon fibres on length. *Fibre science and technology*, 12 :217–233, 1979.
- [20] P. Kong. A monte carlo study of the strength of unidirectional fiber-reinforced composites. *Journal of composite materials*, 13 :311–327, 1979.
- [21] C.M. Landis, I.J. Beyerlein, and R.M. McMeeking. Micromechanical simulation of the failure of fiber reinforced composites. *Journal of the mechanics and physics of solids*, 48 :621–648, 2000.
- [22] C.M. Landis and R.M. McMeeking. Stress concentrations in composites with interface sliding, matrix stiffness and uneven fiber spacing using shear lag theory. *International journal of solids and structures*, 36 :4333–4361, 1999.
- [23] M.R. Nedele and M.R. Wisnom. Stress concentration factors around a broken fibre in a unidirectional carbon fibre-reinforced epoxy. *Composites*, 25 :549–557, 1994.
- [24] M.R. Nedele and M.R. Wisnom. Three dimensional finite analysis of the stress concentration at a single fibre break. *Composites science and technology*, 51 :517–524, 1994.
- [25] S.L. Phoenix. Statistical issues in the fracture of brittle matrix fibrous composites : localized load-sharing and associated size effects. *International Journal of Solids and Structures*, 34 :2649–2668, 1997.
- [26] B.W. Rosen. Tensile failure of fibrous composites. *AIAA journal*, 2 :1985–1991, 1964.
- [27] A.M. Sastry and S.L. Phoenix. Shielding and magnification of loads in elastic, unidirectional composites. *SAMPE journal*, 30 :61–67, 1994.
- [28] P.M. Scop and A.S. Argon. Statistical theory of strength of laminated composites. *Journal of composite materials*, 1 :92–99, 1967.
- [29] P.M. Scop and A.S. Argon. Statistical theory of strength of laminated composites 2. *Journal of composite materials*, 3 :30–44, 1969.
- [30] M.R. Wisnom and D. Green. Tensile failure due to interaction between fibre breaks. *Composites*, 26 :499–508, 1995.
- [31] C. Zweben. Tensile failure of fibers composites. *AIAA journal*, 6 :2325–2331, 1968.