



Propagation d'ondes dans les milieux granulaires

Minh-Phong Luong

► To cite this version:

Minh-Phong Luong. Propagation d'ondes dans les milieux granulaires. Jack Lanier. Mécanique des milieux granulaires, Hermes, pp.213-243, 2001, 9782746202894. <hal-00112288>

HAL Id: hal-00112288

<https://hal.science/hal-00112288v1>

Submitted on 15 Apr 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons CC BY-NC 4.0 - Attribution - Non-commercial use - International License

Chapitre 4

Propagation d'ondes dans les milieux granulaires

4.2. Aspects continus

Des progrès considérables ont été réalisés en dynamique des sols au cours de ces dernières décennies en considérant le sol comme un milieu continu déformable bien que l'aspect discret soit évident à l'échelle du grain. Cependant une prise en compte correcte des particularités régissant les contacts intergranulaires est nécessaire pour une compréhension réaliste des caractéristiques de propagation d'ondes [LUO 98].

4.2.1. *Hypothèse de continuité*

Dans cette approche du milieu granulaire, on considère un élément matériel infinitésimal suffisamment grand pour que les quantités moyennes des déformations et des contraintes puissent être considérées comme homogènes. En conséquence le milieu devrait être localement homogène dans un certain sens.

4.2.1.1. *Volume élémentaire représentatif*

Considérons un volume V du milieu granulaire examiné à deux échelles différentes : (a) l'échelle *micro* où les propriétés matérielles varient d'un point à l'autre comme c'est le cas pour un milieu très hétérogène et (b) l'échelle *macro* où les caractéristiques sont celles d'un continu homogène.

Pour décrire un matériau hétérogène, il est essentiel de définir un élément de volume assez petit pour nous permettre de distinguer les hétérogénéités

microscopiques et suffisamment grand pour représenter correctement le comportement global. Cet élément de volume est appelé *volume élémentaire représentatif VER*. Le *VER* d'un composite périodique est la cellule élémentaire [SUQ 82]. Pour un composite distribué aléatoirement, la définition du *VER* nécessite des informations sur la géométrie des phases constituantes et sur leur homogénéité statistique *HS* [HAS 83] ou leur ergodicité [KRO 86]. Au niveau microscopique, les propriétés mécaniques varient d'un point à l'autre avec la variable locale y tandis que les quantités moyennes varient en douceur avec la variable macroscopique x .

4.2.1.2. Relations entre les échelles micro et macro

Deux types d'information déterminent les propriétés d'un matériau granulaire : la phase interne (géométrie de l'interface des phases) et les propriétés physiques des phases (relations constitutives).

D'un point de vue pratique, une caractéristique nécessaire d'un milieu hétérogène est l'homogénéité statistique : dans un composite *HS* toutes les caractéristiques géométriques globales (telles que l'indice des vides, la teneur en eau, etc. pour le sol) sont les mêmes pour tout *VER*, quelle que soit leur position. Les propriétés effectives d'un matériau hétérogène définissent les relations entre moyennes des champs de variables comme les contraintes et les déformations lorsque leur variation spatiale est statistiquement homogène. *L'homogénéité statistique implique que les moyennes du matériau et celle des VER sont les mêmes.*

La cohérence mécanique requiert que chaque quantité microscopique f (contrainte σ , masse volumique ρ , déformation ε , flux de chaleur q , ...) soit associée à sa valeur macroscopique \bar{f} par une opération de moyenne sur le *VER*, étendue au cas où le volume élémentaire représentatif contiendrait des vides, des zones endommagées ou des inclusions rigides :

$$\bar{f} = \langle f \rangle = \frac{1}{V} \int_V f(y) dv_y \quad [4.2.1]$$

Cette équation définit une unique quantité d'état macro pour chaque quantité d'état micro [STO 86]. Le choix correct d'un volume élémentaire représentatif doit satisfaire certaines conditions [GER 83].

4.2.1.3. Séparabilité des échelles

Les matériaux granulaires naturels sont généralement hétérogènes, aussi bien localement que globalement. Ainsi une approche du continu fournit des informations plus ou moins utiles suivant l'écart relatif des échelles définissant la taille des constituants microscopiques et le voisinage du continu élémentaire par rapport au milieu macroscopique. Un sable fin (sable de Fontainebleau par exemple), constitué

de particules inférieures au millimètre ($\sim 30 \mu\text{m}$) et présentant un voisinage élémentaire continu centimétrique (1 million de grains dans un dé à coudre), se comporte comme un milieu continu à partir de l'échelle décimétrique [LUO 96]. Le continu équivalent ou milieu *autosimilaire* [GIL 87] n'est une représentation réaliste que s'il y a une séparation suffisante des échelles caractéristiques.

MICRO \ll MINI \ll MACRO

[4.2.2]

Les déplacements, déformations et contraintes à l'intérieur des phases sont appelés variables *micro*, les moyennes sur les *VER* ou moyennes d'ensemble des variables *mini*, tandis que les quantités globales à l'échelle des ouvrages des variables *macro*.

4.2.1.4. Propagation d'ondes en milieu solide

Dans un milieu homogène isotrope au repos, caractérisé par les coordonnées x_i , les déplacements ξ_i , les contraintes σ_{ij} , la masse volumique ρ et la température T , leurs dérivées successives (toutes sont fonctions continues des variables (a, b, c, t, T) de Lagrange), si une partie est mise en mouvement à partir d'un instant donné, un ébranlement se propage et les particules qui le constituent sont animées d'une vitesse \dot{v} , variable dans l'espace et dans le temps. On appelle *onde* [MAN 66] un mode de propagation d'un ensemble de points représentant la même énergie cinétique par unité de masse ($v^2/2$) ou une autre propriété qui se conserve lors de la propagation (phase, discontinuité, compressibilité, etc.). L'onde est une surface ou un volume qui se déplace dans le massif de sol avec une célérité C mesurée dans un repère lié au milieu aval (qu'elle va immédiatement rencontrer) et ne dépendant que de ce milieu et de la vitesse \dot{v} des particules. L'ensemble des ondes constitue l'*ébranlement*.

Si la vitesse \dot{v} , ou le gradient de déformation, subit brusquement un saut d'amplitude, l'accélération des particules $\ddot{a} = \partial \dot{v} / \partial t$ tend vers l'infini : la surface d'ordre 1 est appelée *onde de choc*. La surface de discontinuité est d'ordre n dans le cas où toutes les dérivées des x_i sont continues jusqu'à l'ordre $n - 1$ inclus et certaines dérivées d'ordre n des x_i sont discontinues à la traversée de cette surface. La surface d'un sillage formée des mêmes éléments matériels donne l'exemple d'une discontinuité stationnaire d'ordre 0, qui ne peut pas se propager. Une onde est dite *ordinaire* si son ordre est ≥ 2 , par exemple dans le cas d'une discontinuité d'accélération (Tableau 4.2.1). Souvent lorsque la vitesse particulaire \dot{v} varie sans qu'aucune dérivée du déplacement ne subisse de discontinuité et cela pendant un temps Δt fini, on a alors une suite de surfaces d'ondes accolées appelées *train d'ondes*.

Le train d'ondes est d'ordre n si une dérivée $\partial^n \xi / \partial t^n$ reste constante pendant son passage. Un train d'ondes d'ordre 1 est une onde de volume parce que

$\dot{v} = \partial \xi / \partial t$ reste constante pendant son passage. Un ébranlement est donc assimilé à une suite de trains d'ondes d'ordre n, p, q, \dots séparés par des surfaces d'ondes d'ordre r, s, t, \dots . Les ébranlements sont souvent composés d'une suite d'un ou de plusieurs trains d'ondes d'ordre 1 ou 2, limités à l'aval par des surfaces d'ondes de choc. Dans un massif de sol, le front de montée de la vitesse \dot{v} a toujours une largeur finie. Des phénomènes irréversibles (viscosité et plasticité) empêchent la vitesse des particules de subir un saut de discontinuité. Cependant un front de montée de la vitesse sera considéré comme un choc si son temps de montée ne dépasse pas une dizaine de μs pour une vitesse de propagation moyenne de l'ordre de 500 m/s.

Discontinuité	Ordre	Type d'onde
Déplacement $[\xi]$	$n = 0$	Sillage ou surface stationnaire
Vitesse $[\dot{v}]$	$n = 1$	Onde de choc
Accélération $[\ddot{a} = \partial \dot{v} / \partial t]$	$n = 2$	Onde ordinaire
Dérivée $[\partial^n \xi / \partial t^n]$	n	Onde ordinaire d'ordre n

Tableau 4.2.1. Ondes se propageant dans les solides

4.2.2. Propriétés rhéologiques macroscopiques

Les problèmes de l'ingénierie actuelle couvrent une vaste gamme de situations : depuis les très petits mouvements admis pour les fondations des installations pour laser, radar, émetteurs d'ondes électromagnétiques ou télescopes, jusqu'aux mouvements destructeurs des séismes ou des explosions nucléaires. Cette principale difficulté a stimulé le développement de nombreuses techniques de mesure en laboratoire et d'innombrables procédures expérimentales en place pour évaluer d'une manière directe les propriétés rhéologiques du sol, si possible utilisables sur plusieurs décades de déformation relative.

Les principales caractéristiques déduites des essais de laboratoire ou des mesures sur site à prendre en compte par les méthodes numériques de calcul de réponse dynamique des structures en interaction avec le sol sont :

- Caractéristiques de résistance : seuil caractéristique, résistance à court terme et à long terme, résistance de pic, résistance résiduelle, état critique, état stationnaire, fragilité, ténacité, écrouissage, radoucissement, etc. ;

– Caractéristiques de déformation : déplacement admissible, module d'Young, module de cisaillement, module volumique, coefficient de réaction, raideur contenue, coefficient de Poisson, contractance, dilatance, etc. ;

– Caractéristiques de propagation : célérités des ondes de volume, vitesses des ondes de surface, facteur de qualité, temps de montée, rapport des spectres, etc. ;

– Caractéristiques de dissipation d'énergie : amortissement, hystérésis, largeur du pic de résonance, décrément logarithmique, dispersion, atténuation, déphasage, indice de dissipation énergétique, etc. ;

– Caractéristiques rhéologiques : élasticité, fluage, relaxation, effets des vitesses de déformation ou de contrainte, viscosité, plasticité, instabilité, liquéfaction, thixotropie, etc.

Certaines caractéristiques sont mieux évaluées ou étudiées en place, d'autres plus accessibles en laboratoire, et beaucoup de paramètres peuvent être mesurés et analysés à la fois en laboratoire et sur site.

4.2.2.1. *Petits mouvements dans le sol*

Les petits mouvements au voisinage d'un état d'équilibre quasi naturel sont régis par les relations suivantes :

- lois de conservation de la mécanique des milieux continus déformables ;
- lois constitutives ou de comportement ;
- conditions initiales et aux limites.

L'ensemble définit une propagation complexe des ondes à travers le milieu car l'intervention des phénomènes irréversibles (conduction thermique, viscosité, dispersion, etc.) entraîne :

- une diminution progressive de la fonction $U - T_0 S + W + C$ où U est l'énergie interne, T_0 la température, S l'entropie, W l'énergie potentielle des forces extérieures et C l'énergie cinétique) ;
- un amortissement des ondes sinusoïdales ou ondes de phase dont la célérité est fonction de la fréquence à cause de la dispersion.

Dans l'hypothèse de l'adiabacité d'un milieu continu homogène isotrope élastique linéaire, de masse volumique ρ , caractérisé par les coefficients de Lamé λ et μ , ou par le module d'Young E et le coefficient de Poisson ν , on constate que :

- la dilatation cubique se propage dans le milieu en ondes longitudinales de pression de célérité :

$$V_P = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad [4.2.3]$$

– la rotation se propage en ondes transversales de cisaillement de célérité :

$$V_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad [4.2.4]$$

Ces mouvements satisfont séparément à l'équation indéfinie :

$$(\lambda + \mu) \text{grad div } \xi + \mu \Delta \xi - \rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = 0 \quad [4.2.5]$$

mais non aux conditions à la surface dans le cas d'un milieu élastique limité.

La réflexion des ondes à la surface complique les phénomènes de propagation.

– Une onde de cisaillement polarisée dans le plan d'incidence i donne naissance à une onde de cisaillement et une onde de dilatation réfléchi sous un angle r tel que :

$$\sin r = \frac{V_P}{V_S} \sin i \quad \text{lorsque} \quad \sin i < \frac{V_S}{V_P} ; \quad [4.2.6]$$

– Dans le cas où

$$\sin i > \frac{V_S}{V_P} , \quad [4.2.7]$$

l'onde de dilatation est remplacée par une onde de surface qui se propage parallèlement à la surface, et reste localisée au voisinage de celle-ci. Cette onde de Rayleigh de célérité un peu inférieure à V_S se disperse dans deux dimensions tandis que les deux autres se propagent dans trois dimensions.

4.2.2.2. Mesure de célérité d'ondes

La mesure des ondes ultrasonores est effectuée le plus souvent en laboratoire, par la méthode de transparence à l'aide des céramiques ferro-électriques comme émetteur et récepteur. La technique utilisée est dite première arrivée d'impulsion (0,2 à 2 MHz) [NAU 75]. On mesure le temps de transit d'un train d'ondes longitudinales ou transversales à travers une épaisseur connue de sol soumis à une compression oedométrique (Figure 4.2.1) ou triaxiale cylindrique.

Les signaux (1), correspondant à un sable renforcé sec sous compression oedométrique, ont été obtenus avec des capteurs ultrasonores équipés de céramiques

en ondes longitudinales et transversales superposées : l'arrivée des ondes longitudinales est présentée en haut et celle des ondes transversales en bas.

Lorsque les capteurs en ondes longitudinales sont appliqués l'un contre l'autre, on obtient le signal (2) qui valide le repérage du départ des trains d'ondes.

Un capteur équipé d'une céramique en ondes transversales donne le signal (3) : les arrivées des ondes longitudinales (les plus rapides) et des ondes transversales (plus lentes) se distinguent nettement.

Devant l'arrivée normale des ondes longitudinales, on distingue (4) une arrivée parasite d'amplitude plus faible due au passage des ondes par le corps de l'oedomètre.

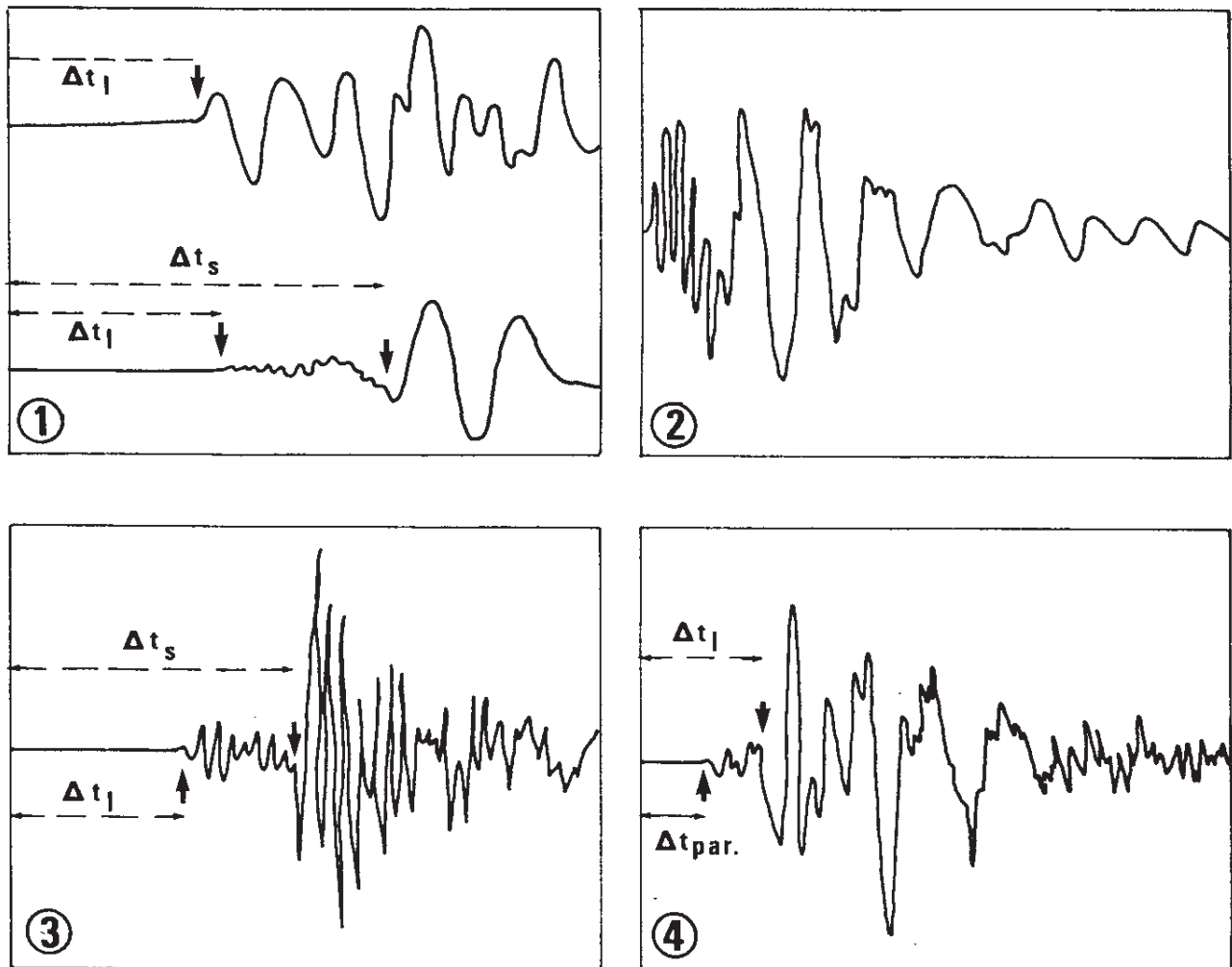


Figure 4.2.1. Signaux acoustiques enregistrés à l'oedomètre

Les vitesses de propagation des ondes longitudinales et transversales V_P et V_S varient en fonction de la porosité et de la contrainte appliquée (Figure 4.2.2). On en déduit les modules dits dynamiques d'Young E et de cisaillement $G = \mu$. On peut constater que par sa morphologie, un sol sableux joue le rôle d'un filtre de fréquence

passe-bas. La granulométrie et la porosité régissent l'atténuation des ondes élastiques. Le matériau sec se comporte comme un solide élastique continu avec une onde longitudinale et transversale. Le matériau saturé d'eau se présente comme un solide poreux de Biot avec une onde longitudinale de 1^{ère} espèce, une onde longitudinale de 2^{ème} espèce généralement plus difficile à détecter et une onde transversale [BIO 56]. Les paramètres mécaniques sont fonction de la porosité et de la contrainte appliquée.

Sur site la propagation d'ondes est analysée par des essais sismiques en forage ou de surface. La distinction entre essais en forage entre trous (cross-hole), en descendant (down-hole), en remontant (up-hole), dans un seul trou (in-hole) ou en fond de trou (bottom-hole) est faite d'après les positions relatives de la source et des récepteurs, suivant le volume testé (ce qui conditionne la trajectoire des ondes sismiques). Les essais de surface, profitant de l'avantage de la rapidité d'exécution, d'une étendue plus grande et d'un coût relativement modéré, mettent en évidence les phénomènes de réfraction-réflexion, ainsi que les ondes de Rayleigh stationnaires ou en dispersion lors d'une source impulsionnelle.

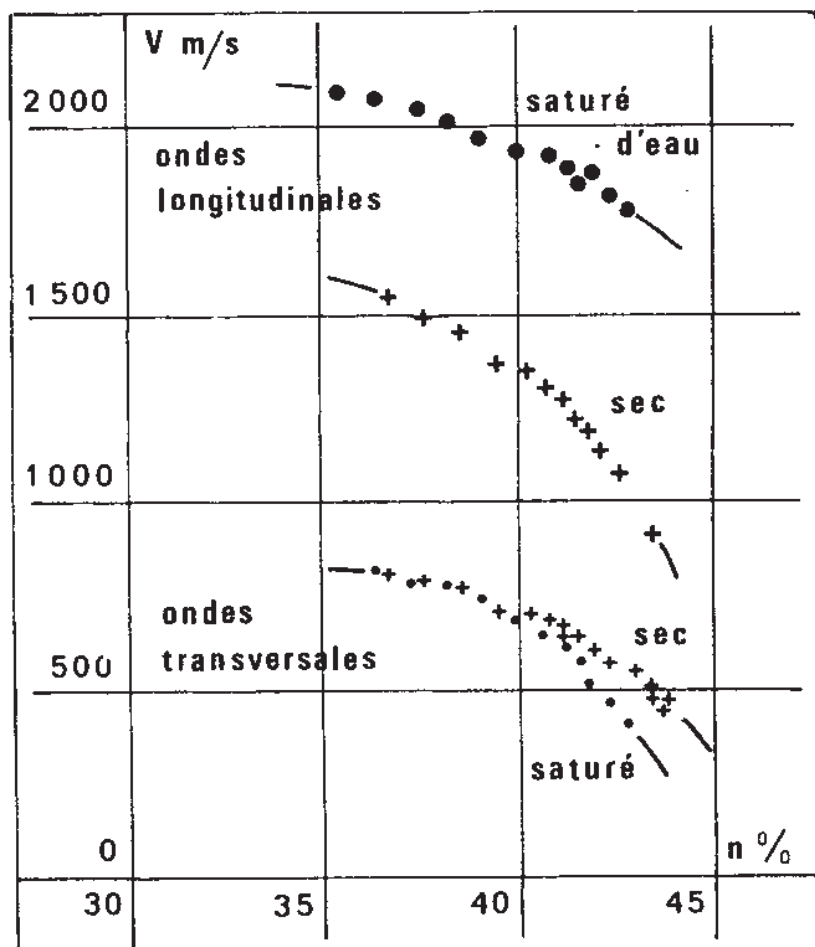


Figure 4.2.2. Célérité des ondes acoustiques en fonction de la porosité d'un sable renforcé de fibres continues

Les modules d'Young E , de cisaillement G et le coefficient de Poisson ν sont déduits des vitesses de propagation longitudinale et transversale par :

$$E = 2 \rho V_S^2 (1 + \nu) \quad \text{ou} \quad E = \rho V_S^2 \frac{3V_P^2 - 4V_S^2}{V_P^2 - V_S^2} \quad [4.2.8]$$

$$G = \rho V_S^2 \quad \text{et} \quad 2\nu = \frac{V_P^2 - 2V_S^2}{V_P^2 - V_S^2} \quad [4.2.9]$$

Le niveau de déformation est estimé par :

$$\varepsilon = \frac{u_P}{V_P} \quad \text{dans le cas des ondes longitudinales et} \quad [4.2.10]$$

$$\gamma = \frac{u_S}{V_S} \quad \text{lorsqu'il s'agit des ondes de cisaillement.} \quad [4.2.11]$$

ε , u_L et γ , u_S sont respectivement la déformation et la vitesse particulaire des ondes longitudinales et transversales. L'ordre de grandeur de l'amplitude des déformations est inférieur à 10^{-5} .

Le coefficient d'amortissement D est déduit des essais de propagation d'ondes par différentes méthodes :

- Rapport spectral (spectral ratio) déterminé par la décroissance des amplitudes des ondes en s'éloignant de la source. Le taux de la variation de la pente spectrale donnée par des mesures à différentes distances de la source donne une constante d'atténuation a reliée au coefficient d'amortissement et à la vitesse de propagation par la relation :

$$D = \frac{aV}{2\pi} \quad [4.2.12]$$

- Temps de montée donné par l'observation de la variation de la forme du signal :

$$D = \frac{1}{\chi} \frac{\delta t}{\delta T} \quad [4.2.13]$$

où t , T et χ sont respectivement le temps de montée à la source, le temps de parcours et une constante proche de 0,5.

- Ajustement avec une loi de comportement en comparant les mesures avec des résultats numériques.
- Décrément aléatoire en vibration libre.

4.2.2.3. Réponse vibratoire

En laboratoire, les essais à la colonne résonnante longitudinale (Figure 4.2.3) ou en torsion (Figure 4.2.4) sont les plus souvent utilisés pour évaluer le module dynamique en vibrations et le coefficient d'amortissement correspondant. Le principe consiste à appliquer une excitation harmonique à l'une des extrémités d'un échantillon de sol et à enregistrer sa réponse.

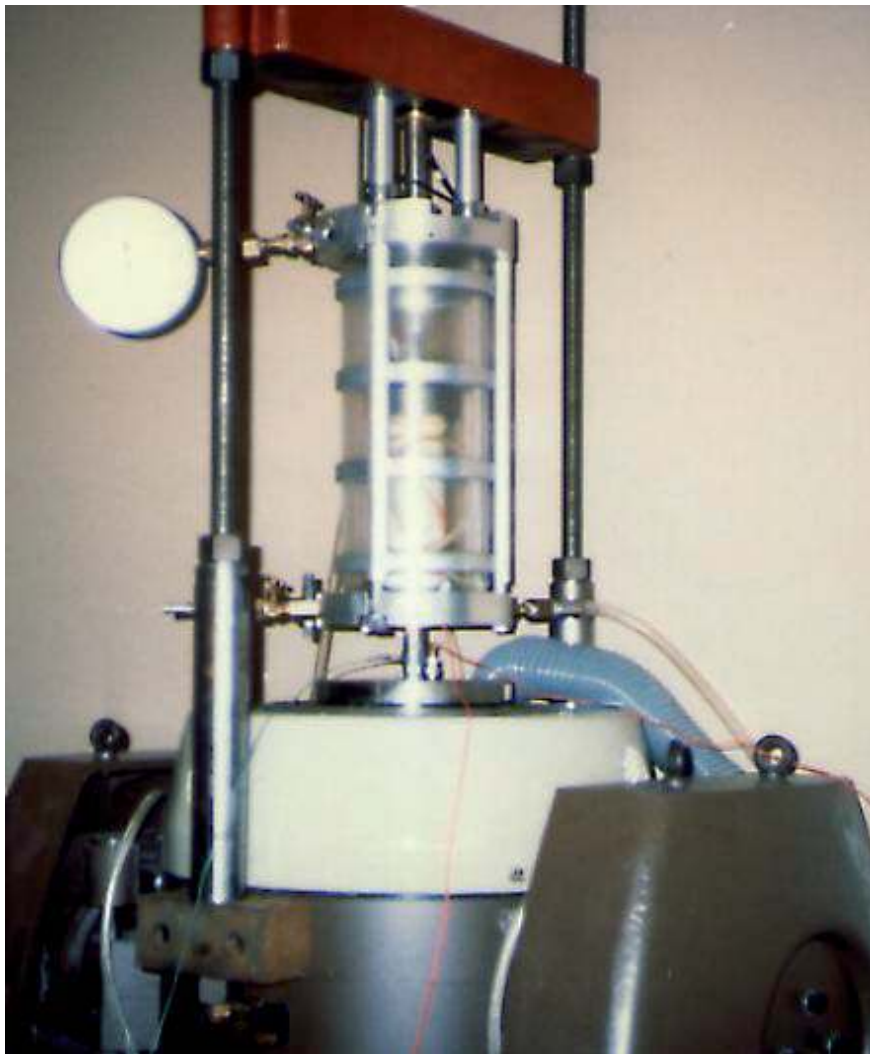


Figure 4.2.3. Résonance longitudinale à l'appareil triaxial cylindrique

Vibrations longitudinales. En négligeant l'influence des forces d'inertie transversales dues à la contraction ou à la dilatation des sections droites, l'équation unidimensionnelle

$$E \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad [4.2.14]$$

définit une propagation par ondes de célérité

$$V_P = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad [4.2.15]$$

Cette célérité est un peu plus petite que celle des ondes longitudinales dans un solide continu élastique linéaire à trois dimensions. Cette différence est due au fait que dans le cas de la tige élémentaire unidimensionnelle, les déplacements latéraux sont possibles alors que dans le milieu à trois dimensions, il n'y a pas de déplacements latéraux.



Figure 4.2.4. *Dispositif d'essai de résonance en torsion*

Vibrations de torsion. Dans le cas d'une section circulaire, l'équation du mouvement s'écrit :

$$\mu \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \quad [4.2.16]$$

Les équations de mouvement longitudinal ou de torsion peuvent être intégrées par deux procédés :

- l'un (d'Alembert - Euler) met en évidence les paramètres de la propagation du mouvement,
- l'autre (Bernoulli – développement en série de Fourier) décrit le comportement vibratoire ou périodique dans le temps comme une conséquence de la réflexion des ondes aux extrémités.

Les solutions élémentaires utilisées dans la solution de Bernoulli sont des vibrations sinusoïdales stationnaires dont les fréquences sont déterminées par les conditions aux limites. En effet pour un système dont la position dépend d'un nombre fini r de paramètres et lorsque les forces ne dépendent que de la position, n'importe quel petit mouvement peut s'obtenir en superposant r oscillations principales. La période et la phase sont les mêmes pour tous les points du système. Ces propriétés subsistent pour un milieu continu élastique linéaire avec une infinité de paramètres, les actions élastiques jouant le rôle des forces de rappel ne dépendant que de la position.

Pour obtenir des paramètres réalistes du modèle viscoélastique linéaire équivalent caractérisant le comportement vibratoire, il faut s'attacher à obtenir une homogénéité de déformation en compression [HAD 83] comme en torsion pour toute l'éprouvette. En effet l'expérience montrera que le module et l'amortissement équivalents dépendent de l'amplitude de la déformation. Les essais de comportement des matériaux à la résonance doivent être généralement effectués avec une masse active M importante par rapport à la masse m du matériau testé (par exemple $M/m > 3$).

4.2.2.4. Réponse aux chocs

L'analyse de la réponse rhéologique des sols soumis aux chocs est utile pour de nombreux problèmes géotechniques comme le battage de pieux, le compactage dynamique, le compactage vibratoire, le vibrofonçage, l'isolation vibratoire, le génie parasismique, les explosions souterraines, etc... Le dispositif d'essai à trois barres de Hopkinson (Figure 4.2.5.) est un moyen particulièrement commode pour étudier l'influence de la vitesse de la déformation sur la réponse dynamique des sols en configuration oedométrique [SEM 99].

Les caractéristiques de propagation de l'onde de contrainte dans les barres et aux interfaces barre-échantillon sont un aspect fondamental des essais dynamiques aux barres de Hopkinson. Aux deux interfaces, de multiples réflexions et transmissions d'ondes apparaissent. Elles sont conditionnées par les paramètres mécaniques définissant les barres et l'échantillon.

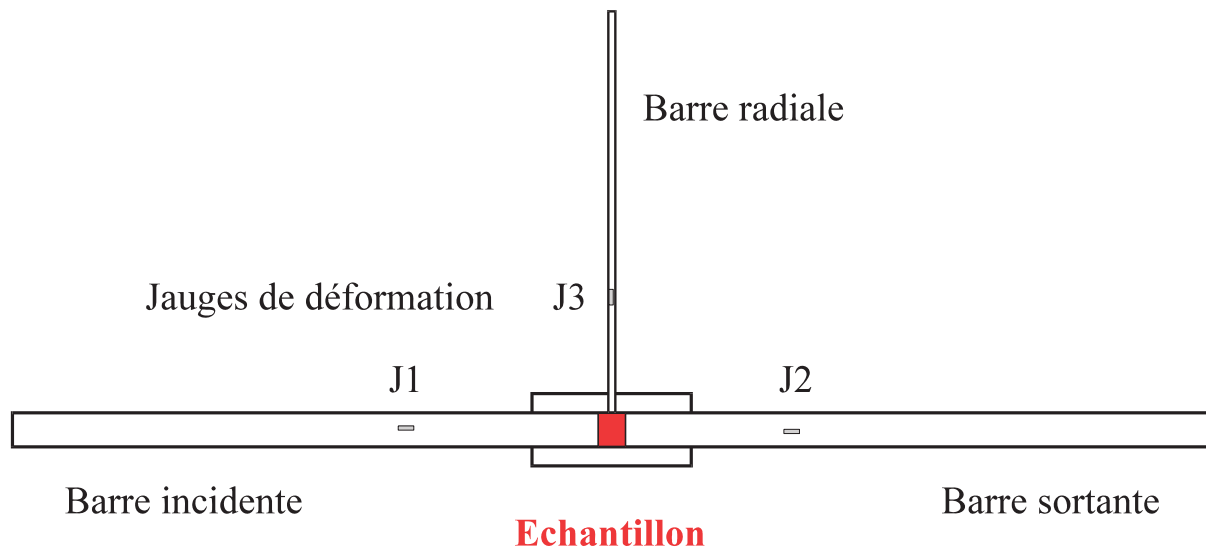


Figure 4.2.5. Dispositif d'essai dynamique à trois barres de Hopkinson

4.2.3. Dissipation des matériaux granulaires

La dynamique des sols se réfère généralement au comportement *pseudo élastique linéaire* ou *viscoélastique équivalent* dans le domaine des faibles déformations. Globalement la propagation d'ondes met en jeu des phénomènes d'atténuation et de dispersion qui ont pour conséquence l'amortissement et la dépendance entre vitesse de propagation et fréquence [LUO 94, SEM 98].

4.2.3.1. Frottement intergranulaire

Au contact intergranulaire, la réaction entre particules est supposée obéir aux lois de frottement solide [MIN 53] : le rapport de la composante normale à la composante tangentielle est inférieur au coefficient de frottement. Les déformations des grains sont supposées élastiques et il n'y a aucune rupture, ni attrition : les forces intergranulaires sont peu élevées et la courbure des surfaces en contact est faible.

Dans le cas très simple de deux sphères identiques de rayon R comprimées par une force N dirigée suivant la ligne des centres, normale à un plan tangent commun, la théorie de contact de Hertz prédit un contact plan circulaire de rayon a :

$$a = [3(1 - \nu^2) \frac{NR}{4E}]^{1/3} \quad [4.2.17]$$

E et ν sont le module d'Young et le coefficient de Poisson du matériau constituant les sphères. Sur le cercle de contact, la contrainte est uniquement normale (en première approximation) et sa valeur est :

$$\sigma = \frac{3 N (a^2 - \delta^2)^{1/2}}{2 \pi a^3} \quad [4.2.18]$$

où δ représente la distance du point à la ligne des centres. Une force additionnelle T est appliquée dans le plan de contact avec une intensité croissant progressivement de zéro à une certaine valeur. A cause de la symétrie, la distribution de pression normale reste inchangée. Si aucun glissement ne se produit sur cette surface de contact, la contrainte de cisaillement τ a pour valeur :

$$\tau = \frac{T}{2 \pi a (a^2 - \delta^2)^{1/2}} \quad [4.2.19]$$

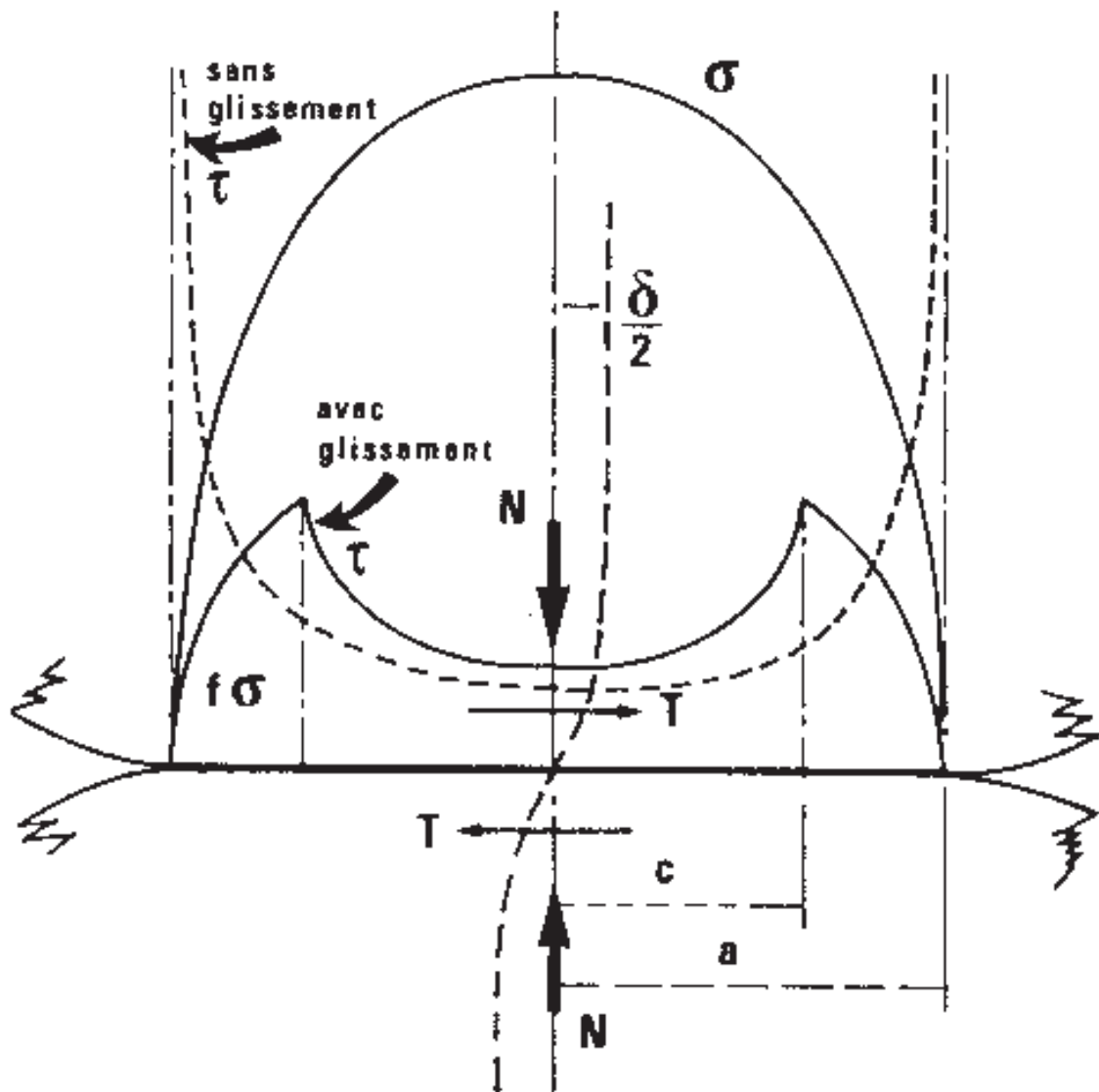


Figure 4.2.6. Contraintes au contact de Hertz

La contrainte de cisaillement τ est infinie sur les bords. Ce qui est impossible si l'on admet la validité de la loi de frottement de Coulomb :

$$|\tau| \leq f(\sigma) \quad [4.2.20]$$

Un glissement apparaît sur les bords du cercle de contact et se propage vers l'intérieur formant un anneau de glissement de rayons a et c (Figure 4.2.6).

$$c = a \left[1 - \frac{T}{f N} \right]^{1/3} \quad [4.2.21]$$

On se rend ainsi compte que le phénomène est affecté d'une certaine irréversibilité due au glissement de la portion annulaire de la plage de contact. La zone de glissement augmente avec la force T pour recouvrir toute la surface de contact lorsque $T = fN$.

Après avoir atteint une valeur T^* avec $0 < T^* < fN$, si la force additionnelle T est réduite, il faut à nouveau supposer qu'un glissement se produit dans la direction opposée au glissement initial (croissant de 0 à T^*). Un anneau de contre-glissement se forme sur les bords de la surface de contact et se propage radialement vers l'intérieur au fur et à mesure que la force tangentielle T diminue. Son rayon intérieur est :

$$b = a \left[1 - \frac{T^* - T}{2 f N} \right]^{1/3} \quad [4.2.22]$$

avec $c \leq b \leq a$ tant que $-T^* < T < T^*$. Le caractère inélastique lors de la décharge apparaît évident car l'anneau de contre-glissement persiste lorsque la force tangentielle s'annule (Figure 4.2.7). Ce comportement irréversible est responsable de la dissipation d'énergie par frottement de Coulomb localisée aux contacts intergranulaires.

Si l'on fait osciller la force tangentielle entre T^* et $-T^*$, la courbe effort-déformation devient un cycle fermé. L'aire du cycle d'hystérésis représente le travail dissipé sous forme de chaleur. Sa valeur est donnée avec ν coefficient de Poisson et μ module de glissement de Lamé par :

$$W = \frac{(2-\nu) T^{*3}}{36 \mu a f N} \quad [4.2.23]$$

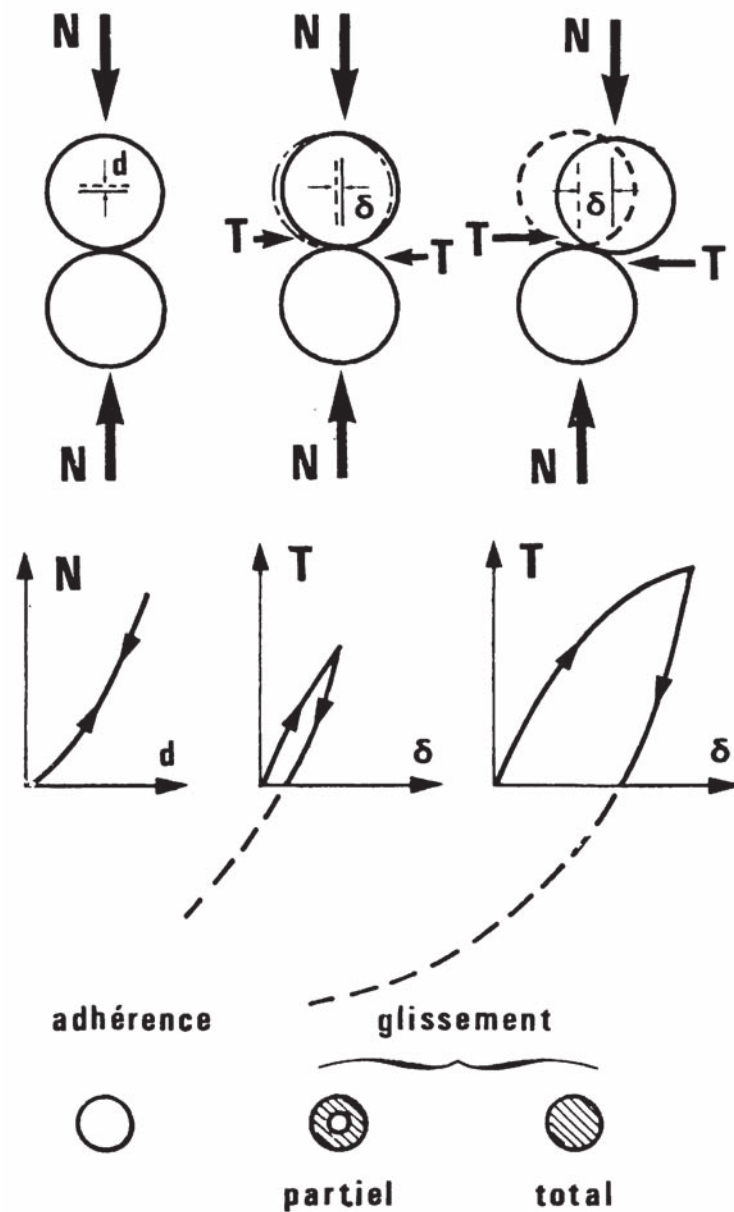
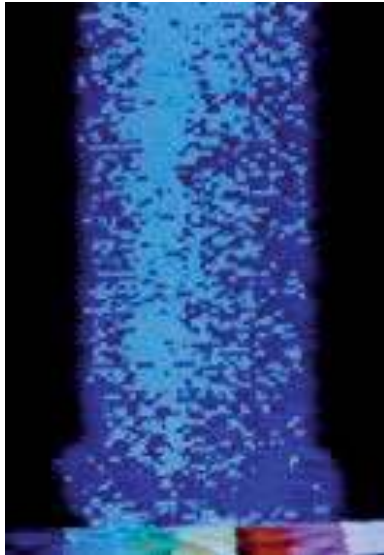
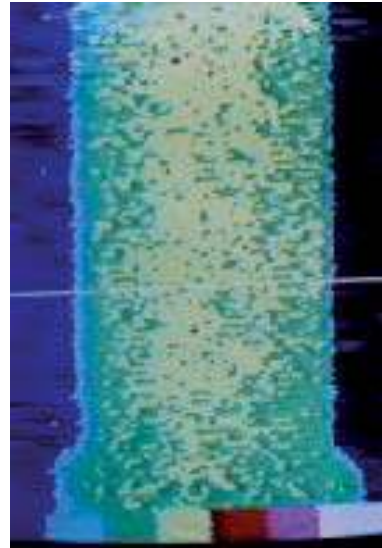


Figure 4.2.7. *Glissements au contact de Hertz*

On peut ainsi constater que les réactions tangentielles (mécanisme de distorsion), contrairement aux réactions normales (mécanisme de consolidation), donnent lieu à des dissipations d'énergie. A faible amplitude de la force tangentielle ($T^* < f N$), l'énergie dissipée résulte des glissements partiels sur une petite portion de la surface de contact. A plus forte amplitude ($T^* = f N$), l'effet du glissement de Coulomb prédomine par une plus grande dissipation d'énergie en chaleur. Le schéma de Mindlin montre que la réversibilité macroscopique des déformations n'implique pas la non existence de dissipation d'énergie [LUO 82] qui constitue la source du phénomène d'amortissement énergétique du milieu granulaire. On obtient de ce fait un moyen de contrôle très efficace de l'homogénéité des éprouvettes sous excitations vibratoires et une mise en évidence de la dissipation en chaleur par frottements intergranulaires en utilisant la thermographie infrarouge (Figure 4.2.8).



(a) à faible déformation $\sim 10^{-4}$



(b) à déformation plus importante $\sim 10^{-3}$

Figure 4.2.8. *Thermographie infrarouge des échantillons de sable en vibrations longitudinales. On observe une uniformité de l'échauffement le long de l'échantillon lorsque le rapport M/m est important : cas (a) $\Delta T = 0,2 \text{ }^{\circ}\text{C}$ pour 10.000 cycles à $\varepsilon \sim 10^{-4}$ et cas (b) $\Delta T = 0,4 \text{ }^{\circ}\text{C}$ pour 10.000 cycles à $\varepsilon \sim 10^{-3}$*

4.2.3.2. Seuil caractéristique d'un matériau granulaire

L'étude du comportement macroscopique des sols sous chargement cyclique a nécessité la formulation du concept de l'état caractéristique du matériau granulaire [LUO 78a, 78b] pour pouvoir suivre le comportement rhéologique tout au long du processus de la déformation irréversible.

Le seuil caractéristique décelé par l'apparition d'une boucle de dilatance lors d'un cycle de chargement dépassant le niveau déviatorique η_c de contrainte détermine la capacité d'enchevêtrement du matériau granulaire. Au-delà du seuil η_c le désenchevêtrement de l'assemblage granulaire entraîne des glissements irréversibles importants des grains constitutifs.

Sous chargement monotone, ce mécanisme de distorsion dissipe une quantité de chaleur relativement faible, difficile à mettre en évidence. En chargement cyclique, la production de chaleur par déformations irréversibles est fonction du nombre de cycles. Elle s'est révélée suffisamment intense dans le cas d'un sable fortement cisailé en vibrations pour visualiser le mécanisme de distorsion du matériau granulaire. Cette caractéristique a été prise en compte dans un modèle de comportement élastoplastique [LUO 80] associant des grandeurs globales à des phénomènes qui se produisent au niveau des grains lors du désenchevêtrement granulaire.

Cisaillement indirect. Un échantillon cylindrique de sable sec (poids volumique sec $\gamma_d = 15,7 \text{ kN/m}^3$; indice des vides $e = 0,72$; densité relative $D_r = 62 \%$; diamètre 70 mm ; hauteur 150 mm), confiné sous une pression de 100 kPa , est soumis à une force vibratoire communiquée par une masse d'acier placée en tête de l'éprouvette et excitée par un générateur électrodynamique de vibrations.

Sous faibles excitations vibratoires à déformation contrôlée, le régime dissipatif est faible.

A la fréquence d'excitation de 87 Hz , pour un déplacement contrôlé de 1 mm en pied, l'éprouvette entre en résonance et présente une zone de striction où le niveau déviatorique de contrainte dépasse le seuil caractéristique de désenchevêtrement de la structure granulaire (Figure 4.2.9). Le régime dissipatif a subi un brusque changement de pente.

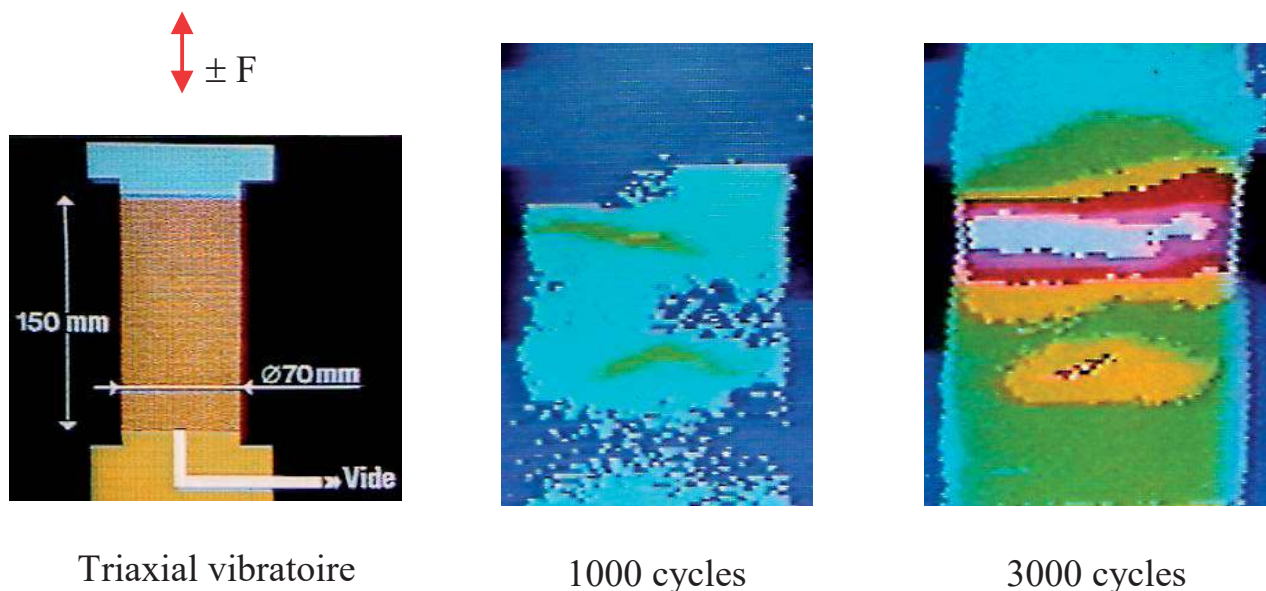
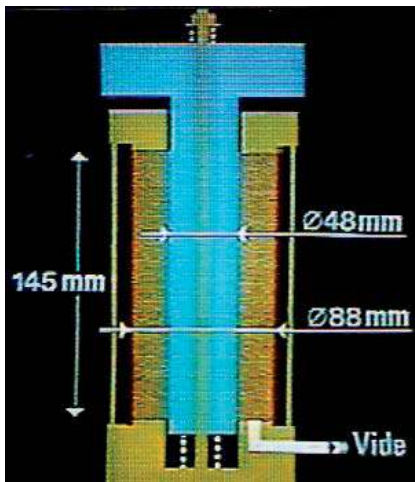


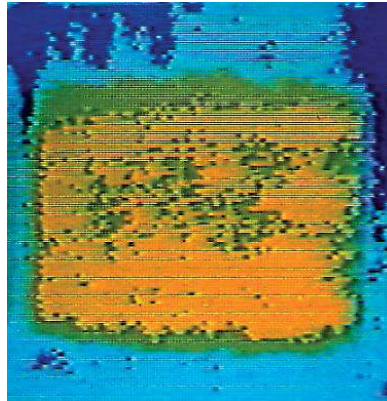
Figure 4.2.9. Thermographie infrarouge du sable sec de Fontainebleau en cisaillement indirect au-delà du seuil caractéristique (chaque couleur correspond à 1°C)

Cisaillement direct. Un échantillon tubulaire de sable de même compacité initiale confiné sous une pression de 50 kPa est cisailé directement par un cylindre d'acier concentrique excité en mouvement axial vibratoire par le générateur électrodynamique.

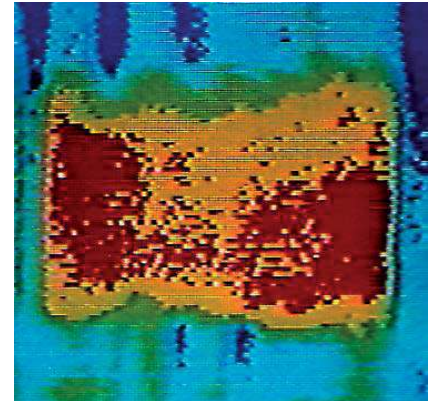
La cinématique du chargement est ici rotationnelle car les axes principaux des contraintes tournent au cours du chargement. A faible distorsion contrôlée, la dissipation en chaleur s'opère très faiblement. A la fréquence de 80 Hz , le niveau caractéristique est atteint et entraîne l'apparition des couleurs chaudes en thermographie infrarouge (Figure 4.2.10).



Tube à cisaillement



1000 cycles avec des cisaillements à 1 %



1000 cycles avec des cisaillements à 2 %

Figure 4.2.10. *Thermographie infrarouge du sable sec de Fontainebleau en cisaillement direct au-delà du seuil caractéristique (chaque couleur correspond à 1°C)*

4.2.4. Propagation d'ondes en milieu dissipatif

En propagation d'ondes dans les milieux déformables, les lois de comportement, d'atténuation et de dispersion, de vitesse de phase et vitesse de groupe, sont des notions complexes au niveau même de leur définition. Chaque définition est validée par une technique expérimentale différente, idéalisée pour la modélisation. En fait de nombreux phénomènes parasites ou tout simplement des difficultés expérimentales font que la quantité mesurée n'est pas exactement celle que l'on croit. Généralement il n'existe pas de méthode directe capable d'offrir une information sur le comportement dynamique des milieux déformables, parce qu'il faut utiliser une théorie de propagation d'onde pour étudier les phénomènes qui, à leur tour, nécessitent une loi de comportement.

L'appréciation d'un séisme, - traditionnellement associée à des évaluations de son caractère destructif, extrêmement subjectif et fluctuant -, exclut pratiquement l'obtention des renseignements quantitatifs. Il est donc essentiel de pouvoir mesurer, caractériser avec une interprétation physique correcte les mouvements du sol avant toute modélisation numérique pour les relier aux effets observés en terme d'intensité macrosismique. L'action sismique consiste en un mouvement transitoire du sol de forte amplitude et de caractère aléatoire lié à la propagation d'une perturbation provenant de l'intérieur vers la surface de l'écorce terrestre. Les observations au

cours des fortes sollicitations sismiques ont montré que la pesanteur perturbe notablement les ondes de surface et les phénomènes de réflexion à la surface libre.

La nature granulaire des sols induit des mécanismes de résistance en relation directe avec les transmissions des efforts aux contacts entre les particules solides. Elle confère, de ce fait, un comportement non linéaire et irréversible, donc dissipatif, au matériau dès la plus petite valeur de la contrainte déviatorique appliquée. Dans les secousses destructrices, les déformations mises en jeu par des déplacements différentiels se situent nettement en dehors du domaine de comportement quasi-élastique des sols. La non-linéarité du comportement rhéologique des sols provoque l'altération du signal, d'autant plus importante que le caractère non-linéaire est plus prononcé. Les mouvements différentiels et de cisaillement lors du passage des ondes sismiques induisent divers mécanismes sollicitant la dissipativité énergétique du milieu traversé. La vitesse de déformation matérielle dans le sol est souvent dans la gamme 10^{-1} s^{-1} à 10^4 s^{-1} , soit un temps caractéristique de l'ordre de 10^{-1} s à 10^{-6} s . Les forces d'inertie interviennent de façon significative dans le milieu sol qui se comporte comme un matériau élastoplastique en résonance avec les conditions aux limites.

Dans un semi-espace continu élastique, les ondes de volume et les ondes de surface décroissent en amplitude avec la distance à la source vibratoire simplement à cause de la géométrie. Les ondes de Rayleigh décroissent plus lentement que les ondes de volume et se propagent dans la zone superficielle. Elles sont donc de première importance pour des dispositifs d'isolation des fondations. La décroissance en amplitude de la composante verticale avec la distance est appelée *amortissement géométrique*. Une façon de protéger les fondations est de les placer loin de la source. Si ce cas n'est pas possible, on a recours à l'isolation avec des dispositifs permettant d'exploiter les phénomènes de réflexion, de diffusion, de diffraction de l'énergie véhiculée par les ondes [BAR 62 ; DOL 83 ; ABO 73 ; HAU 77 ; LIA 78 ; AHM 91].

4.2.4.1. Postulats de stabilité en mécanique des sols

Hill [HIL 58] a établi une condition - connue sous le nom de *principe du travail maximal* – qui garantit la stabilité d'un agrégat de volume infinitésimal.

$$d^2 W = d \sigma_{ij} \cdot d \varepsilon_{ij} \geq 0 \quad [4.2.24]$$

Pour un matériau standard, la loi d'écoulement est associée. Comme Hill considèrerait le matériau rigide plastique, les déformations sont entièrement plastiques, soit :

$$d^2 W = d \sigma_{ij} \cdot d \varepsilon_{ij}^p \geq 0 \quad [4.2.25]$$

Cette relation a été proposée comme condition nécessaire de stabilité par Drücker [DRU 51] de façon indépendante à partir des considérations thermodynamiques sur l'énergie dissipée lors d'un cycle de charge incrémentale : il faut fournir de l'énergie pour créer des déformations plastiques.

Le postulat de Drücker est plus restrictif que le principe du travail maximal lorsqu'il faut tenir compte des déformations élastiques à cause du terme additif $d^2 W^e$ toujours positif. En effet selon ce postulat une sollicitation extérieure superposée aux forces qui existent dans l'état d'équilibre actuel doit, pour que l'équilibre soit stable, effectuer un travail non négatif durant son application et aussi dans un cycle complet de charge et de décharge. On en déduit les deux inégalités :

$$(\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^*) \dot{\varepsilon}_{ij}^p \geq 0 \quad \text{et} \quad \dot{\sigma}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p \geq 0 \quad [4.2.26]$$

où σ_{ij} désigne les contraintes dans un état situé à la frontière d'écoulement caractérisée par l'équation $f(\sigma_{ij}) = 0$,
 $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$ la vitesse de déformation plastique correspondante,
 σ_{ij}^* un état de contrainte admissible, c'est à dire tel que $f(\sigma_{ij}^*) \leq 0$.

Après analyse, Mandel [MAN 64] a montré que le postulat de Drücker est :

- une condition suffisante de stabilité de l'équilibre d'un volume matériel V ,
- mais non nécessaire de stabilité à cause du frottement de Coulomb dans le sol.

En montrant qu'un matériau stable de matrice élastoplastique A est capable de propager une petite perturbation sous forme d'ondes dans la direction α , Mandel a proposé une condition nécessaire de stabilité : *la propagation n'est possible que si et seulement si toutes les valeurs propres λ de la matrice M de propagation sont positives.*

$$d \varepsilon_{ij} = A_{ijkl} \cdot d \sigma_{kl} \quad M_{ik} = A_{ijkl} \cdot \alpha_j \alpha_l \quad k = 1, 2, 3 \quad \text{et} \quad \lambda_k > 0 \quad [4.2.27]$$

Si l'une des valeurs propres λ est négative ou nulle, l'une des composantes de la perturbation ne pourra pas se propager. Cette approche théorique du comportement modélisé des sols a conduit à l'idée conceptrice d'un écran dissipateur pouvant jouer le rôle de *fusible géotechnique*.

4.2.4.2. Propagation d'ondes en laboratoire

Une éprouvette cylindrique de sable de Fontainebleau, équipée d'une tête rigide longue (230 mm) en dural (5,15 kg de masse), a été confectionnée avec une membrane de caoutchouc de 3 mm d'épaisseur (Figure 4.2.11). Son poids volumique à sec est $\gamma_d^1 = 15,7 \text{ kN/m}^3$ à la fabrication. Une pression de confinement par un vide égale à 98 kPa la consolide à un poids volumique à sec $\gamma_d^2 = 16,2 \text{ kN/m}^3$. Après quelques premiers chocs par masse tombante, le poids volumique à sec s'est stabilisé à $\gamma_d = 16,8 \text{ kN/m}^3$ avec des dimensions moyennes : hauteur 400 mm et diamètre = 96 mm.



Figure 4.2.11. Propagation d'ondes longitudinales dans une colonne de sable dense de Fontainebleau

L'échantillon cylindrique de sable a été instrumenté à l'intérieur dans l'axe par 6 accéléromètres A1 - A2 - A3 - A4 - A5 - A6 et un capteur de force F7 (Figure 4.2.12) permettant d'enregistrer la propagation d'onde.

Dans une deuxième phase, la colonne de sable a été équipée de 3 ceintures de précontrainte C1, C2 et C3 à différentes cotes indiquées sur la Figure 4.2.13 pour amener le sable dans un état surcaractéristique capable de mobiliser des frottements intergranulaires par dilatance du sable [LUO 78b]. Cette zone précontrainte joue le rôle d'un *dissipateur d'énergie*. Les excitations ont été produites soit par une masse tombante en laiton ($M = 2 \text{ kg}$), soit par un scléromètre (percuteur à bille d'acier) produisant une énergie de percussion égale à $0,09 \text{ kgm}$.

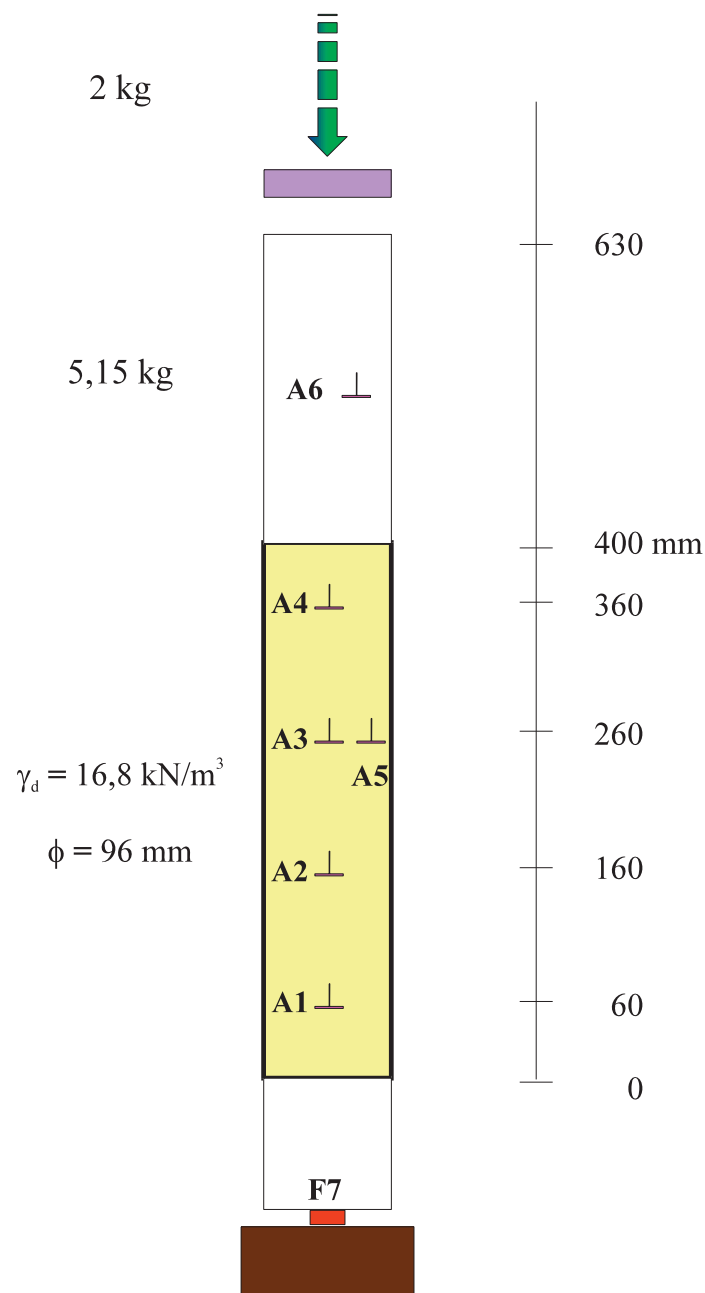


Figure 4.2.12. Instrumentation du cylindre de sable de Fontainebleau

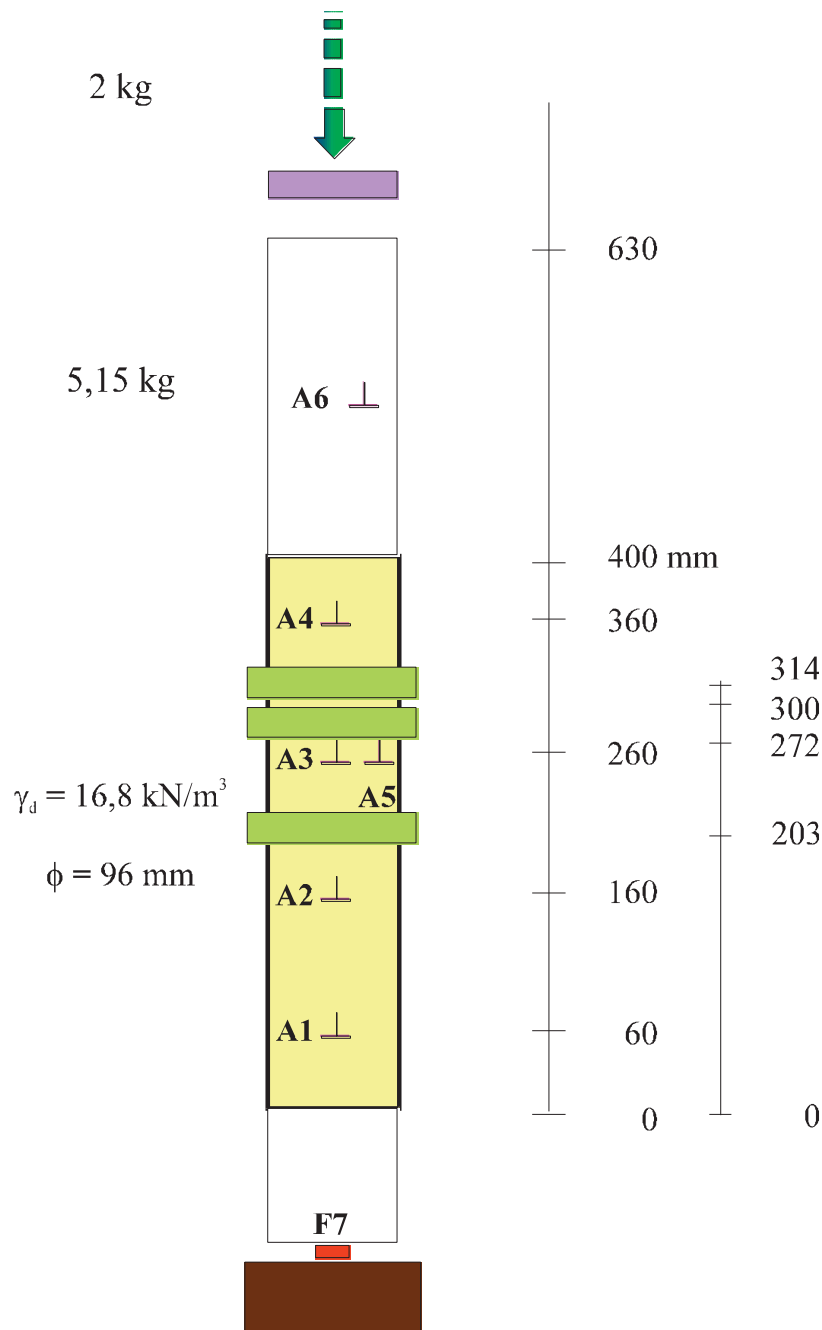


Figure 4.2.13. *Eprouvette de sable équipée des écrans dissipateurs d'énergie*

Un analyseur de signaux transitoires (Nicolet) donne simultanément les 4 accélérogrammes A1, A2, A3 et A4 détecteurs de la propagation d'ondes de percussion. Les signaux digitalisés ont été enregistrés à 2048 points ($5\mu\text{s}/\text{point}$). La sensibilité a été choisie égale à $3,1 \text{ mV}$ pour $1g = 10 \text{ m/s}^2$.

La Figure 4.2.14 montre respectivement en traits pleins (sans écrans dissipateurs d'énergie) et en traits discontinus (avec écrans dissipateurs d'énergie) la propagation comparée des ondes d'accélération dans la colonne de sable sous l'effet d'un choc sclérométrique en l'absence et avec la présence de la barrière précontrainte C1-C2-C3. L'effet amortissant a été très net, grâce aux frottements intergranulaires qui transforment l'énergie mécanique en chaleur perdue.

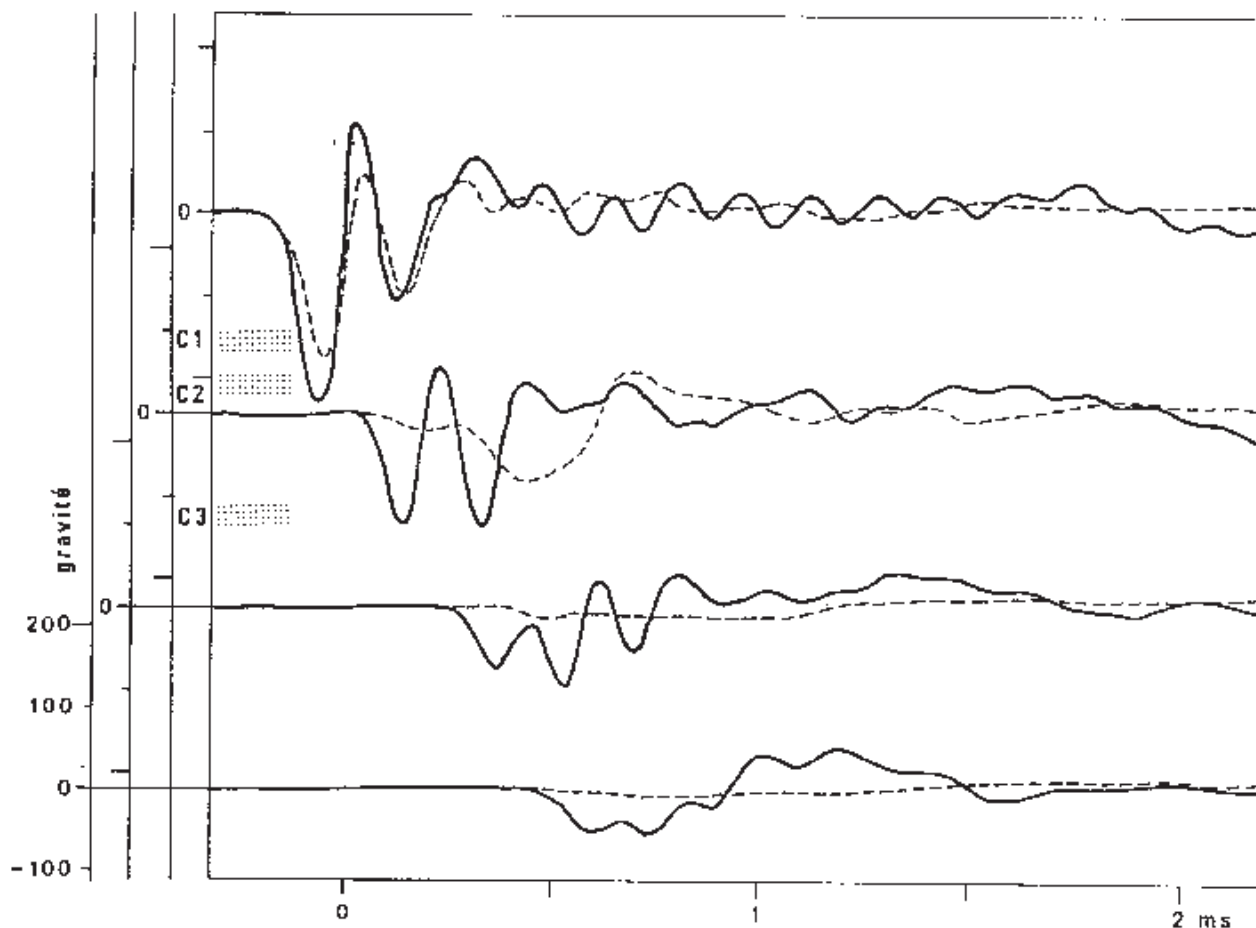


Figure 4.2.14. Effet amortissant des écrans dissipateurs d'énergie

4.2.4.3. Propagation d'ondes en centrifugeuse

L'expérimentation de propagation d'ondes en laboratoire en pesanteur naturelle (fréquences de 100 Hz à 10 kHz ; accélérations de 5 g à 500 g pour des chocs où g est l'accélération de la pesanteur) pose d'abord un problème délicat d'interprétation de phénomènes physiques mis en jeu, puis soulève ensuite une difficulté d'extrapolation au terrain (fréquences de $0,05\text{ Hz}$ à 50 Hz ; accélérations de $0,01\text{ g}$ à 1 g en cas de séismes). Un séisme ou tremblement de terre est en effet un ébranlement de l'écorce terrestre, résultant d'une libération rapide d'énergie de déformation lentement accumulée à partir d'un foyer ou épicentre [MOH 85].

Similitude rhéologique. Les modèles réduits en centrifugeuse [PHI 69] offrent une approche globale intéressante, permettant d'une part d'appréhender les bonnes lois de comportement en opérant avec conservation du matériau, des déformations et des contraintes (Mandel 1962), permettant de valider les méthodes de calcul. L'obtention de la similitude entre la structure et le modèle suppose de satisfaire un certain nombre de conditions portant sur la géométrie des ouvrages, la dynamique des phénomènes, la nature et le comportement des matériaux.

Compte tenu de ses capacités exceptionnelles, la centrifugeuse Latécoère du CEA-CESTA est particulièrement bien adaptée à l'expérimentation sur modèles réduits dans le domaine de la géotechnique [LUO 87]. Le Tableau 4.2.2 résume les conditions de similitude à respecter et à utiliser pour l'extrapolation en grandeurs prototypes.

Grandeur u	Echelle $u^* = u_m/u_p$	Rapport
Masse volumique	ρ^*	1
Contrainte	σ^*	1
Déformation	ε^*	1
Module de déformation	E^*	1
Poids volumique	$\gamma^* = \lambda^{*-1}$	10^2
Dimension linéaire	λ^*	10^{-2}
Déplacement	$\xi^* = \lambda^*$	10^{-2}
Force	$F^* = \lambda^{*2}$	10^{-4}
Energie	$W^* = \lambda^{*3}$	10^{-6}
Ecoulement visqueux	t^*	1
Evénements dynamiques	$t^* = \lambda^*$	10^{-2}
Phénomènes de diffusion	$t^* = \lambda^{*2}$	10^{-4}
Fréquence	$f^* = \lambda^{*-1}$	10^2
Accélération	$a^* = \lambda^{*-1}$	10^2
Vitesse de propagation d'ondes	V^*	1
Durée sismique	$t^* = \lambda^*$	10^{-2}

Tableau 4.2.2. Conditions de similitude pour une expérimentation à 100 g en centrifugeuse

Ondes sismiques. Pour simuler un séisme de 10 s de durée, de pic d'accélération 0,5 g et de fréquences jusqu'à 5 Hz à une échelle de 1/100, le modèle a été excité sur une durée de 0,1 s par un pic d'accélération de 50 g et des fréquences allant jusqu'à 500 Hz. Les événements dynamiques se manifestent N fois et les processus de diffusion N^2 fois plus vite sur le modèle que sur le prototype [LUO 86a]. L'onde sismique est générée dans le massif de sol par l'explosion d'une série programmée de petites charges d'explosifs calibrées se propageant à travers une chambre de réverbération où un filtre mécanique limite les fréquences moyennes à 1500 Hz avant de percuter le massif de sol isolé par une membrane souple de caoutchouc. La condition de similitude sur l'accélération montre que le séisme simulé a des fréquences inférieures à 15 Hz. Pour les séismes naturels, la bande des fréquences se situe entre 0,5 et 15 Hz.

Chute de masse. Pour améliorer la représentativité de la source d'excitation tout en conservant une certaine simplicité de mise en œuvre et s'affranchir des problèmes de réflexion d'ondes, un dispositif de chute de masse embarqué en centrifugeuse a permis d'analyser les propriétés de propagation d'ondes en massif de sol sableux [LUO 94] et d'apprécier les caractéristiques de propagation d'ondes à travers un massif de sol de *dimension finie* [SEM 95].

4.2.4.4. *Fusible géotechnique en modèle centrifugé*

Sollicité en cisaillement, le sable siliceux pulvérulent peut se déformer par activation du mécanisme de distorsion mobilisant les glissements relatifs irréversibles des particules solides. La dissipation d'énergie mécanique s'effectue alors sous forme de chaleur et se comporte en *fusible géotechnique*.

Au-dessous du seuil caractéristique, les contacts intergranulaires sont stables. Les petits glissements tendent vers un enchevêtrement maximal dû au serrage des grains. Dans ce domaine subcaractéristique ou de contractance, une recharge fait apparaître une boucle d'hystérésis, dont l'aire est relativement petite. La dissipation en chaleur est relativement faible et négligeable.

Au-dessus du seuil caractéristique, les contacts intergranulaires deviennent instables, entraînant des glissements importants consécutifs à un désenchevêtrement de la structure granulaire appelée *dilatance*. Une recharge fait apparaître une boucle de dilatance et un effet d'écrouissage négatif de radoucissement. La dissipation en chaleur devient très significative. L'utilisation d'un sol renforcé par fibres continues permet d'améliorer quantitativement (de l'ordre de plusieurs dizaines de kJ/m³) la dissipation sans risquer la rupture du massif, grâce à sa ténacité introduite par les renforts. Des rangées de mini vérins embarqués (Figure 4.2.15) exercent sur le massif de sol à l'aide des ancrages souterrains une distribution de contrainte déviatorique suffisante pour mobiliser le mécanisme de distorsion dans une zone rideau fusible.

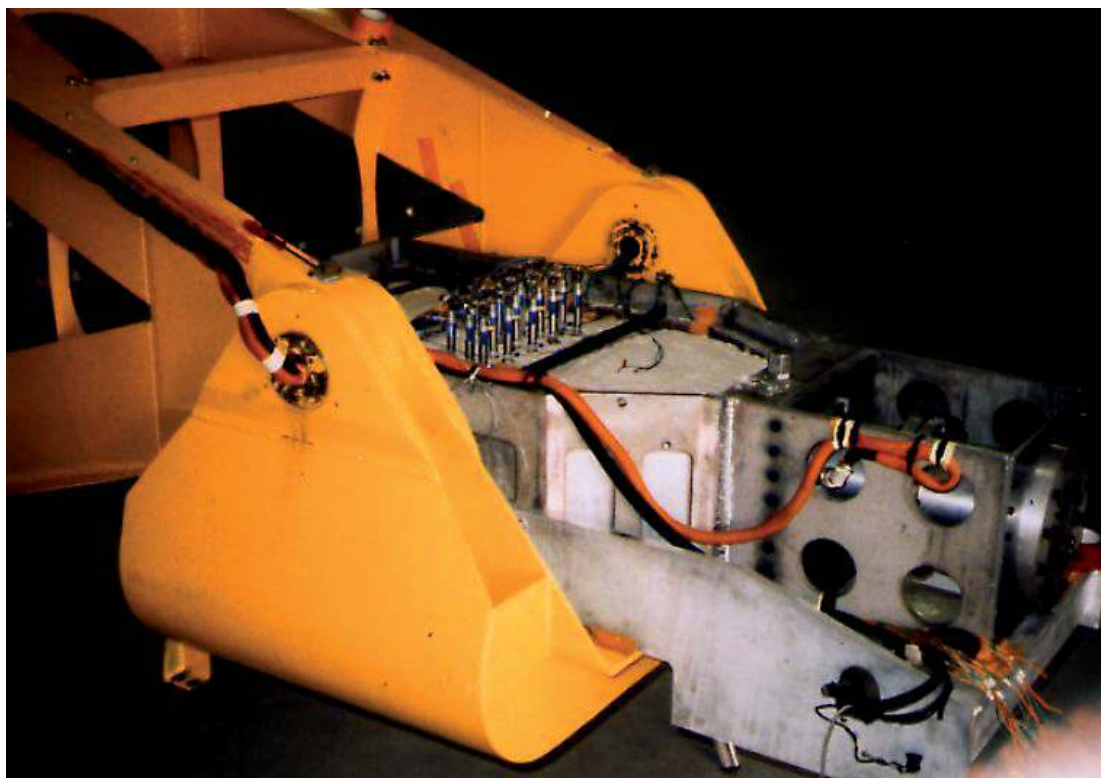


Figure 4.2.15. *Modèle centrifugé d'un rideau fusible géotechnique*

La Figure 4.2.16 montre l'efficacité de l'effet barrière du fusible géotechnique simulé en centrifugeuse.

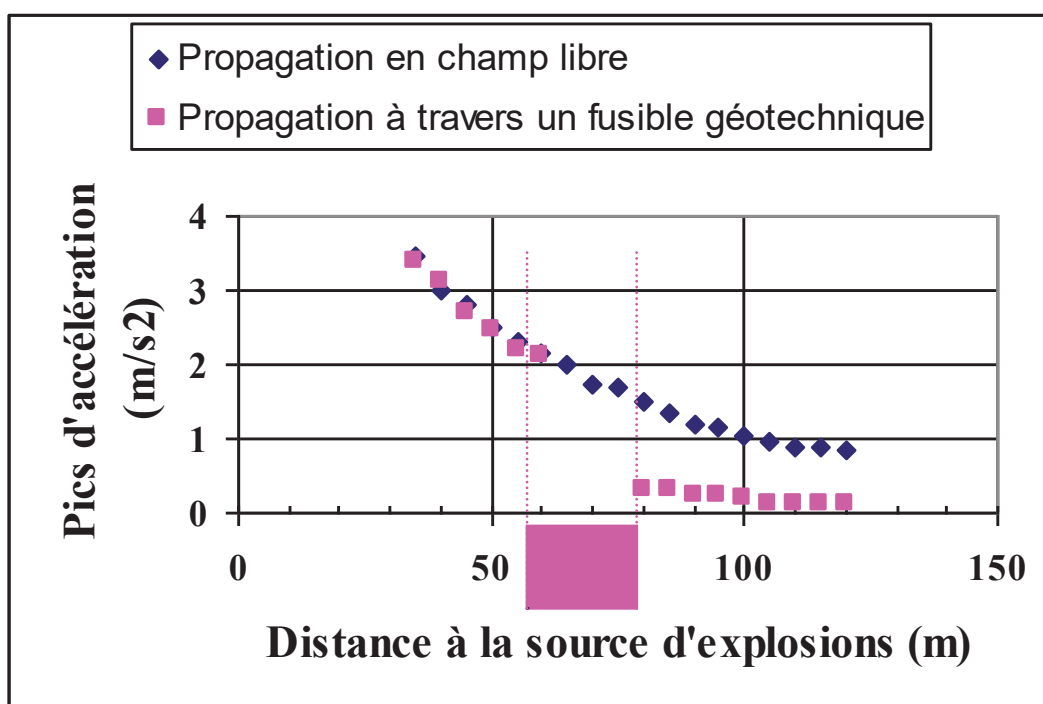


Figure 4.2.16. *Efficacité du fusible géotechnique testé en centrifugeuse (les résultats ont été extrapolés au cas prototype)*

4.2.5. Conclusion

La nature granulaire est la caractéristique la plus marquée des sols. Elle conditionne complètement le mode de propagation des ondes en fonction des mécanismes de transfert d'énergie par contacts intergranulaires.

Ainsi un milieu continu autosimilaire, représentant le milieu granulaire réel, doit rendre compte de façon réaliste les particularités au niveau microscopique pour représenter correctement les propriétés spécifiques de la propagation d'ondes.

i. A faible niveau déviatorique dans le domaine subcaractéristique peu dissipatif où les contacts intergranulaires sont stables, l'approximation viscoélastique linéaire équivalent est valide.

ii. A plus fort niveau déviatorique, l'amortissement matériel augmente avec l'amplitude des déformations et les ondes se propagent avec perte d'énergie.

iii. Au-delà du seuil caractéristique, les propriétés fusibles géotechniques des sols deviennent de plus en plus efficaces grâce à leur pouvoir dissipatif.

Bibliographie

[ABO 73] .ABOUDI J. " Elastic waves in half-space with thin barriers ", *J. Engng Mech. Div.*, ASCE, vol. 99(1), Feb. 1973, p. 69-83.

[AHM 91] .AHMAD S. and AL-HUSSAINI T.M. " Simplified design for vibration screening by open and filled trenches ", *J. Geot. Engng.*, ASCE, vol. 117(1), 1991, p. 67-88.

[BAR 62] .BARKAN D.D. Dynamics of basis and foundations, *Mc Graw Hill.*, New York, 1962.

[BIO 56] .BIOT M.A. " Theory of elastic waves in a fluid saturated porous solid. – I. Low frequency range, II. Higher frequency range ", *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 34(9), p. 1254-1264.

- [DOL 83] .DOLLING H.J. " Efficiency of trenches in isolating structures against vibrations ", *Proc. Symp. Vibrations in Civil Engineering*, Butterworths, London, 1966, p. 273-276.
- [DRU 51] .DRÜCKER D.C. " A more fundamental approach to stress-strain relations ", *Proc. First US Nat. Congress Appl. Mech.*, 1951, p. 487-491.
- [GER 83] .GERMAIN P., NGUYEN Q.S. and SUQUET P. " Continuum thermodynamics ", *J. Appl. Mech.*, 50, 1983, p. 1010-1020.
- [GIL 87] .GILBERT F. Descriptions thermo-mécaniques de milieux à plusieurs constituants et applications aux milieux poreux saturés, thèse de l'Université Paris 6, Paris 1987.
- [HAD 83] .HADJ HAMOU A. Contribution à l'étude du comportement des sols pulvérulents sous chargement cyclique et dynamique, thèse Docteur-ingénieur de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris 1983.
- [HAS 83] .HASHIN Z. " Analysis of composite materials – A survey ", *J. Appl. Mech.*, vol. 50, 1983, p. 481-505.
- [HAU 77] .HAUPT W.A. " Isolation of vibration by concrete core walls ", *Proc. 9th Int. Conf. Soil Mech. and Found. Engng*, vol. 2, 1977, p. 251-256.
- [HEI 98] .HEITZ J.-F., Propagation d'ondes en milieu non linéaire. Applications à la reconnaissance des sols et au génie parasismique, thèse de l'Université Joseph Fourier, Grenoble 1992.
- [HIL 58] .HILL R. " A general theory of uniqueness and stability in elasto-plastic solids ", *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 6, 1958, p. 236-249.
- [KRO 86] .KRÖNER E. " Statistical modelling ", *Modelling Small Deformations of Polycrystals*, ed. J. Gittus & J. Zarka, 1986, p. 229-291.
- [LIA 78] .LIAO S. and SANGREY D.A. " Use of piles as isolation barriers ", *J. Geotech. Engineering*, ASCE, vol. 104(9), 1978, p. 1139-1152.
- [LUO 78a] .LUONG M.P., " Etat caractéristique du sol ", *C.R. Acad. Sci.*, 287, B, 1978, p. 305-307.
- [LUO 78b] .LUONG M.P., " Comportement cyclique des sols pulvérulents ", *C.R. Acad. Sci.*, 287, B, 1978, p. 313-316.
- [LUO 82] .LUONG M.P., " Détection par thermographie infrarouge du seuil caractéristique d'un sable cisailé en vibrations ", *C.R. Acad. Sci.*, 295, II, 1982, p. 87-90.
- [LUO 86a] .LUONG M.P., " Simulation des forces de masse ", *Annales ITBTP*, vol. 442, Essais et Mesures 204, 1986, p. 111-122.
- [LUO 86b] .LUONG M.P., " Mesure des propriétés dynamiques des sols ", *Rev. Franç. Géotech.*, vol. 34, 1986, p. 17-28.
- [LUO 87] .LUONG M.P., " Simulation expérimentale des ouvrages géotechniques ", *Manuel de Rhéologie*, Presses E.N. Ponts et Chaussées, pp. 65-79.
- [LUO 94] .LUONG M.P., " Centrifuge simulation of Rayleigh waves in soils using a drop-ball arrangement ", *Dynamic Geotechnical Testing II*, ASTM STP 1213 ed. by R.J. Ebelhar, V.P. Drnevich & B.L. Kutter, 1994, p. 385-399.
- [LUO 96] .LUONG M.P., " Representativeness of laboratory strength testing ", *Size-scale effects in the failure mechanisms of materials and structures*, ed. by Alberto Carpinteri, 1996, p. 155-170.

- [LUO 98] .LUONG M.P., " Energy-dissipating ability of a soil-fibre composite barrier ", *Environmental Management.*, ed. by M. Sivakumar & R.N. Chowdhury, Elsevier, vol.2, 1998, p. 891-898.
- [LUO 80] .LUONG M.P. et LORET B., " Modèle rhéologique d'un sable soumis à divers trajets de charge ", *15^e C.A. Groupe Français de Rhéologie.*, Ed. Anciens ENPC, 1980, p. 295-306.
- [MAN 63] .MANDEL J., " Tests on reduced scale models in soil and rock mechanics, a study of the conditions of similitude ", *Int. I. Rock Mech. Mining Sci.*, vol. 1, 1963, p. 31-42.
- [MAN 64] .MANDEL J., " Conditions de stabilité et postulat de Drücker ", *Proc. IUTAM Symp. Rheology and Soil Mech.*, Grenoble, 1964, p. 58-68.
- [MAN 66] .MANDEL J. Cours de mécanique des milieux continus, tomes I et II, Gauthier-Villars éd., Paris, 1966.
- [MOH 85] .MOHAMMADIOUN B., " Calcul du mouvement du sol, état de l'art ", Génie Parasismique, Presses ENPC, Paris, 1985, p. 103-116.
- [MIN 53] .MINDLIN R.D. and DERESIEWICZ H., " Elastic spheres in contact under varying oblique forces ", *J. Appl. Mech.*, vol. XX, 1953, p. 327-344.
- [NAU 75] .NAUROY J.F. Etude de la vitesse de propagation des ondes acoustiques dans les sédiments argilo-sableux à différents stades de leur compaction, thèse Docteur-ingénieur de l'Université Paris 6, Paris, 1975.
- [PHI 69] .PHILLIPS E., " De l'équilibre des solides élastiques semblables ", *C.R. Heb. Acad. Sci.*, 1^{er} Semestre 1869, tome LXVIII, p. 75-79.
- [SEM 95] .SEMBLAT J.-F. et LUONG M.P., " Caractéristiques de propagation d'ondes en centrifugeuse ", *Les modèles réduits en Génie Civil*, AUGC, ISBN 2-9509268, 1995, p. 145-152.
- [SEM 98] .SEMBLAT J.-F., " Amortissement et dispersion des ondes : points de vue physique et numérique ", *Rev. Franç. Génie Civil*, vol. 2(1), 1998, p. 91-111.
- [SEM 99] .SEMBLAT J.-F., LUONG M.P. and GARY G., " 3D-Hopkinson bar : new experiments for dynamic testing on soils ", *Soils and Foundations*, vol. 39(1), 1999, p. 1-10.
- [STO 96] .STOLZ C., " General relationships between micro and macro scales for the non-linear behaviour of heterogeneous media ", *Modelling small deformations of polycrystals*, ed. by J. Gittus & J. Zarka, Elsevier, 1986, p. 89-115.
- [SUQ 82] .SUQUET P. Plasticité et homogénéisation, thèse de l'Université Paris 6, Paris, 1982.