



HAL
open science

Caractérisation de la répartition de la déformation dans les matériaux hétérogènes

Pascal Doumalin, Michel Bornert, Jérôme Crépin

► **To cite this version:**

Pascal Doumalin, Michel Bornert, Jérôme Crépin. Caractérisation de la répartition de la déformation dans les matériaux hétérogènes. *Mechanics & Industry*, 2003, 4, pp.607-617. <10.1016/j.mecind.2003.09.002>. <hal-00111395>

HAL Id: hal-00111395

<https://hal.science/hal-00111395v1>

Submitted on 30 Jun 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

Caractérisation de la répartition de la déformation dans les matériaux hétérogènes

Characterisation of the strain distribution in heterogeneous materials

Pascal Doumalin ^{a,*}, Michel Bornert ^b, Jérôme Crépin ^b

^a *Laboratoire de mécanique des solides, CNRS UMR 6610, Université de Poitiers, SP2MI, boulevard Marie et Pierre Curie, téléport 2, BP 30179, 86962 Futuroscope Chasseneuil cedex, France*

^b *Laboratoire de mécanique des solides, CNRS UMR 7649, École polytechnique, 91128 Palaiseau cedex, France*

Résumé

On présente une méthode originale de caractérisation de la répartition de la déformation dans les matériaux hétérogènes, basée sur l'adaptation des techniques statistiques de caractérisation morphologique par covariance à 2 points aux champs locaux de déformation mesurés par microextensométrie MEB. Elle permet de montrer que le comportement mécanique n'est pas uniquement la conséquence d'interactions très locales entre grains ou domaines de phases voisins, mais résulte aussi de phénomènes à plus grande portée.

Abstract

We present a new method for the characterisation of the local strain distribution in heterogeneous materials. It is based on the adaptation of statistical techniques for the morphological characterisation by two-points covariance to local strain fields measured by means of SEM microextensometry. It permits us to show that the mechanical behaviour is not only the consequence of very local heterogeneities of behaviour between neighbouring grains or phase domains, but also strongly depends on long range interactions.

Mots-clés : Champ local de déformation ; Longueur d'interactions ; Microextensométrie ; Matériaux hétérogènes

Keywords: Local strain field; Interaction distance; Microextensometry; Heterogeneous materials

1. Introduction

Depuis une dizaine d'années, les techniques de microextensométrie couplées à la microscopie électronique à balayage et aux essais mécaniques permettent d'étudier la manière dont la déformation se répartit dans les matériaux hétérogènes en donnant accès à la mesure du champ local de déformation à l'échelle des hétérogénéités microstructurales, variant typiquement de un à quelques micromètres [1].

L'analyse de la répartition de la déformation pour différents états de chargement contribue à une meilleure compréhension des mécanismes locaux de plasticité dans ces matériaux en liaison avec la nature de leur microstructure, à la mise en évidence de leur influence sur la réponse mécanique globale et à l'enrichissement des modèles de simulation du comportement mécanique de ces derniers.

Les améliorations récentes de ces techniques de microextensométrie [2–4], grâce notamment à l'utilisation de l'imagerie numérique haute résolution et de traitements d'images automatiques par corrélation, à un meilleur contrôle des paramètres d'acquisition des images, et à la correction de leurs distorsions ont rendu la procédure de mesure plus rapide et plus précise : on peut maintenant accéder à moindres ef-

* Auteur correspondant.

Adresses e-mail : doumalin@lms.univ-poitiers.fr (P. Doumalin), bornert@lms.polytechnique.fr (M. Bornert), crepin@lms.polytechnique.fr (J. Crépin).

forts à une mesure locale plus fine sur une zone de taille plus importante, typiquement de l'ordre du millimètre carré pour une résolution en déformation inférieure à 0,2 % sur une base de mesure locale de 5 μm . En conséquence, l'analyse de la répartition de la déformation est rendue statistiquement plus représentative en couvrant une zone de la microstructure suffisamment grande et elle est possible à différents niveaux de déformations macroscopiques à partir du pour-cent.

L'application de ces améliorations à l'étude de l'entrée en plasticité de matériaux hétérogènes a permis de révéler une répartition particulière de la déformation sous forme de bandes orientées à environ $\pm 45^\circ$ par rapport à la direction de la sollicitation de traction macroscopique et d'une portée supérieure à la taille caractéristique des hétérogénéités microstructurales. Cette répartition déjà connue sur des matériaux biphasés élastoplastiques pour des niveaux de déformation supérieurs à 5 % ([1] et [5]) ont pu être observés à des déformations plus faibles sur ces mêmes matériaux [2–6] mais également sur un polycristal monophasé texturé à ces mêmes niveaux [2].

L'utilisation de ces techniques de microextensométrie ne se limite pas à une analyse visuelle de la répartition de la déformation à partir de représentations sous forme de cartographies, mais les données spatiales qu'elles fournissent peuvent aussi être exploitées de manière quantitative pour caractériser plus finement ces hétérogénéités en relation avec les mécanismes de plasticité. On présente ici une méthode originale de quantification de la répartition de la déformation basée sur l'application des méthodes statistiques classiquement utilisées pour caractériser la morphologie et la distribution des domaines de phases dans les matériaux hétérogènes multiphasés. La forme des zones de déformations intenses est déterminée en corrélant à distance les valeurs de déformations locales. Ses caractéristiques géométriques fournissent les longueurs des interactions locales décrivant la portée des mécanismes locaux dans toutes les directions du plan d'observation. L'application de cette procédure à l'étude des bandes de localisation dans les matériaux précédemment cités a permis de montrer que ces longueurs d'interaction sont bien supérieures (de deux à cinq fois dans les exemples traités) à la taille caractéristique des hétérogénéités microstructurales fournie par la taille moyenne des grains ou des phases. La réponse mécanique de ces matériaux n'est pas gouvernée uniquement par les hétérogénéités de comportement local dues à la microstructure mais les déformations locales s'organisent entre elles selon un schéma de bandes à une échelle supérieure. Dans cet article, on expose uniquement les résultats relatifs à la caractérisation des hétérogénéités de déformation dans un polycristal de zirconium de l'industrie nucléaire (grade 702). Son comportement sous une sollicitation de traction uniaxiale dans la direction de laminage est étudié au début de l'entrée en plasticité macroscopique.

2. Mesure des hétérogénéités de déformation

Les différences de niveaux de déformations dans un matériau hétérogène sont mises en évidence et quantifiées à partir de la détermination, à la surface d'un échantillon, des composantes planes du champ local de déformation sur une coupe plane de la microstructure par une technique de microextensométrie. Pour que l'analyse de ces hétérogénéités soit pertinente, la mesure locale doit être effectuée à l'échelle des hétérogénéités microstructurales, de l'ordre de quelques micromètres dans les matériaux étudiés, et la zone d'observation doit être suffisamment grande, environ 1 mm^2 , pour que les mécanismes locaux activés sur cette zone soient statistiquement représentatifs du comportement global du matériau. Le rapport entre les échelles locale et globale, de l'ordre de 100 voire plus, impose que le champ local de déformation, déterminé de manière discrète, soit mesuré en un grand nombre de points, environ 40 000 pour 1 mm^2 .

La technique de microextensométrie utilisée, adaptée aux exigences de la mesure repose sur l'utilisation de traitements d'images automatiques par corrélation [7–10]. Leur principe réside dans la mesure des composantes du champ de déplacement dans le plan d'observation, entre deux états de déformation par comparaison des images numériques de la zone étudiée dans ces deux situations. La composante hors plan du déplacement peut être négligée pour les niveaux de déformation qui nous intéressent, inférieurs à 10 % ([2] et [11]). Un système de numérisation haute résolution couplé à la microscopie électronique à balayage comme outil approprié d'observation du matériau à l'échelle de sa microstructure, fournit des images typiquement de 4×4 K pixels. Leur résolution locale est suffisamment grande pour appliquer les procédures de corrélation tout en permettant de couvrir en une fois un large champ d'investigation (environ 0,25 mm^2). Une zone représentative d'1 mm^2 est alors couverte avec seulement 4 images. Les différents états de déformation sont obtenus au moyen de machines d'essais mécaniques, soit *in situ* implantées directement dans la chambre du MEB sans démontage de l'échantillon (approche continue), soit classiques, permettant d'imposer des sollicitations de traction, compression, torsion et de leur combinaison. Dans le cas de l'utilisation de machines d'essais macroscopiques, les images sont acquises après déchargement et remplacement de l'échantillon dans la chambre du MEB (approche discontinue).

L'application de la technique de corrélation nécessite la présence de contraste à l'échelle locale servant de repères pour suivre le déplacement de la matière résultant de la déformation. En l'absence d'un contraste naturel suffisant dans les phases du matériau, un marquage artificiel est fourni par une microgrille d'or déposée par microélectrolithographie ([1] et [12]) à la surface de l'échantillon. Les microgrilles utilisées ont une épaisseur de 0,1 à 1 μm et un pas variant de 1 μm à quelques dizaines de micromètres et présentent l'avantage de laisser visible la microstructure que l'on peut ainsi corrélérer au champ de déformation. Avant chargement

et à chaque état de déformation, les images de chaque zone étudiée sont enregistrées à un grandissement de l'ordre de 200, pour que la résolution locale (environ 3 pixels pour l'épaisseur d'une ligne de la grille [2]) soit suffisante pour appliquer la technique de corrélation.

La résolution obtenue pour la mesure des déplacements est de l'ordre de 0,1 pixel et ne peut être atteinte sans un contrôle approprié de la mesure. Cette difficulté est liée à l'utilisation d'images haute résolution issues du MEB qui possèdent des imperfections beaucoup plus marquées que celles des images de caméras CCD utilisées à l'origine du développement des techniques de corrélation dans le but de mesurer les hétérogénéités de déformation dans les structures macroscopiques [7–9]. Ces images présentent des distorsions géométriques, un niveau de bruit important, un sous-échantillonnage du contraste de la microgrille. Des procédures développées dans [2–4], basées sur un contrôle des paramètres d'acquisition de ces images et la correction de leurs imperfections géométriques sont utilisées pour limiter les effets de ces défauts.

Les déformations locales sont calculées à partir des déplacements déterminés par corrélation à chaque intersection de grille au moyen d'un schéma de dérivation discrète décrit dans [1]. La déformation en un point donné est déterminée à partir de la moyenne du gradient de transformation sur un petit voisinage dont le contour, un polygone, est délimité par les intersections de grilles voisines. Cette moyenne est calculée rigoureusement par une intégrale de contour sur la base d'une interpolation linéaire du déplacement entre 2 points de mesure. Un voisinage plus large conduit à une précision plus grande, mais le résultat a une signification moins locale.

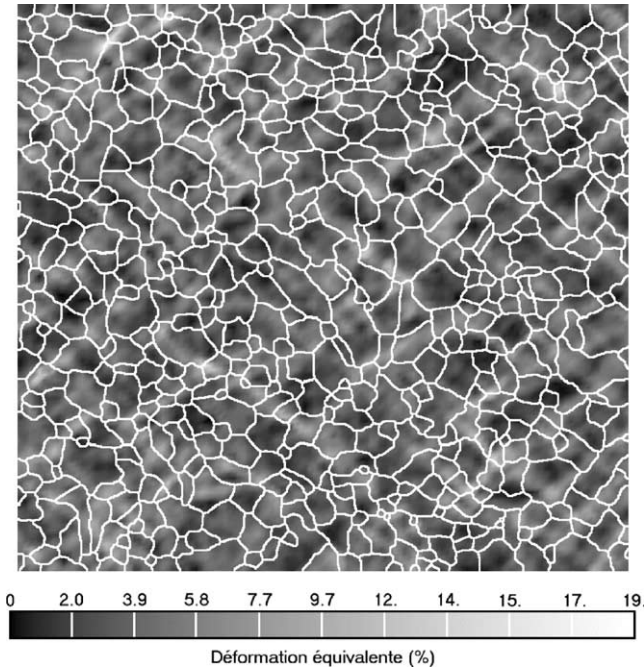


Fig. 1. Carte de déformation à 3,57 %, $0,65 \times 0,6 \text{ mm}^2$, axe de traction vertical, contour des grains superposé en blanc.

Pour cette étude, un bon compromis est obtenu avec une aire délimitée par les 4 intersections voisines les plus proches. Si σ est l'erreur en pixels sur la mesure des déplacements et si le pas de la grille a est d'environ 35 pixels ($5 \mu\text{m}$), les composantes du gradient sont déterminées avec une erreur $\sigma/\sqrt{2}a \approx \sigma/50$ pour une base de mesure de $10 \mu\text{m}$ [1]. Une résolution de 0,1 pixels pour les déplacements est alors suffisante pour déterminer des déformations locales inférieures à 1 % à cette échelle.

Le champ local de déformation sur toute la zone observée est reconstruit à partir des valeurs discrètes déterminées aux intersections de grille par interpolation linéaire. Les variations de ses composantes planes ou de toute autre grandeur physique calculée à partir de celles-ci telle que la norme au sens de von Mises de sa partie déviatorique ($\varepsilon_{\text{eq}} = 2/3\sqrt{(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})^2 + 4\varepsilon_{12}^2}$) peuvent être représentées sous forme de cartes comme sur la Fig. 1. Ce graphique montre les hétérogénéités de déformation dans un polycristal de zirconium à 3,57 % de déformation macroscopique et en superposition le contour des grains représenté en blanc.

3. Principe de la caractérisation

3.1. Covariance à deux points

La méthode présentée est construite sur la démarche de caractérisation morphologique des domaines de phases (forme, taille, distribution spatiale) dans les matériaux hétérogènes multiphasés statistiquement homogènes à partir de l'analyse d'une section plane A de leur microstructure [13–15]. Son principe repose sur la comparaison de la nature des phases entre 2 points distants au moyen du calcul de la covariance statistique à 2 points, notée $\text{Cov}_{ij}(\underline{h})$. Elle donne la probabilité que deux points de coordonnées \underline{x} et $\underline{x} + \underline{h}$ appartiennent respectivement à la phase i et à la phase j , le résultat étant indépendant de \underline{x} si la microstructure est stationnaire. Le calcul de la fonction $\text{Cov}_{ii}(\underline{h})$ pour les différentes valeurs de \underline{h} permet la caractérisation de la morphologie des domaines de la phase i . Il est obtenu facilement à partir d'images numériques de sous-zones de A de même taille, sous l'hypothèse qu'elles soient suffisamment étendues pour être représentatives de la microstructure (hypothèse d'ergodicité) : $\text{Cov}_{ii}(\underline{h})$ est le nombre de pixels appartenant à la phase i à la fois dans l'image d'une telle sous-zone S et dans celle de son homologue $S_{-\underline{h}}$ translaturée de $-\underline{h}$, divisé par l'aire de S exprimée en pixels (voir Fig. 2).

L'évolution de $\text{Cov}_{ii}(\underline{h})$ pour une direction particulière, l'horizontale x , est représentée sur la courbe de la Fig. 4a appelée covariogramme, pour une microstructure idéale (voir Fig. 3) dont la phase i en noir est constituée de domaines identiques de forme carrée. Pour $h_x = 0$, le nombre de pixels en commun dans les 2 images est maximal. La covariance, alors maximale, correspond à la valeur de la fraction surfacique C de la phase noire. $\text{Cov}_{ii}(h_x)$

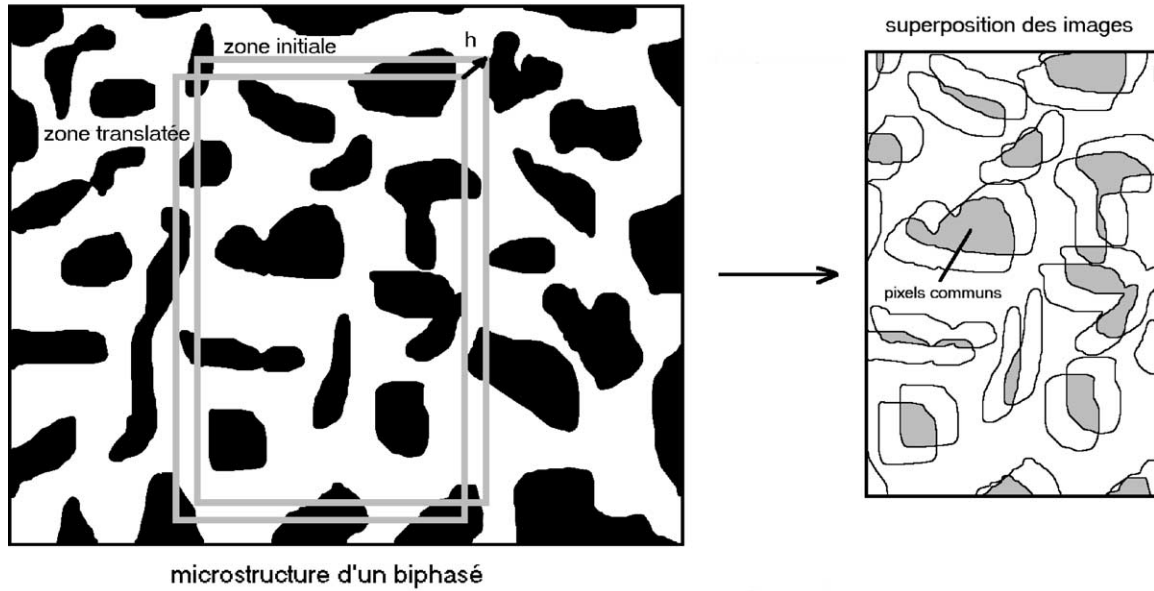


Fig. 2. Principe du calcul de la covariance à 2 points.

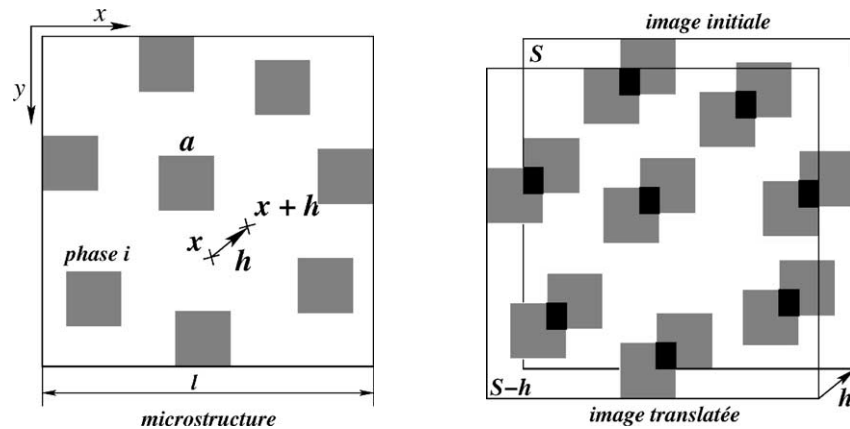


Fig. 3. Microstructure idéale : phase inclusionnaire de géométrie carrée de côté a .

présente une première phase décroissante suivie d'une phase oscillante et converge en l'absence d'ordre à grande distance vers une valeur limite C_∞ lorsque h_x dépasse la largeur l de S . Pour ces valeurs de $h_x > l$, les 2 images analysées correspondent à 2 parties distinctes de la microstructure : elles sont décorréées. Il existe malgré tout un nombre beaucoup plus faible de pixels de la phase i en commun dans ces 2 images, égal à C^2 . Cette valeur est celle que l'on trouve pour n'importe quel couple d'images décorréées. Cette propriété particulière de convergence de la covariance est perdue si S n'est pas assez grande pour être statistiquement représentative de la microstructure. Elle permet donc par ailleurs d'estimer la taille minimale au dessus de laquelle toute surface d'observation est représentative, en étudiant la présence du palier asymptotique pour des zones d'analyse de tailles différentes [5].

La décroissance forte de $Cov_{ii}(h_x)$ correspond à la diminution du nombre de pixels en commun avec l'augmen-

tation du décalage entre les 2 images analysées : les domaines carrés présents dans ces 2 images sont de moins en moins en phase. Selon leur répartition sur S (périodicité, présence d'amas, ...), de nouvelles correspondances, moins importantes, peuvent apparaître entraînant des oscillations de $Cov_{ii}(h_x)$ de plus faible amplitude, comme observées sur cet exemple. La valeur C_∞ atteinte pour la première fois par $Cov_{ii}(h_x)$ signifie que les domaines de phase ne sont plus majoritairement en correspondance : le nombre de pixels communs est aussi faible que dans le cas de la décorrélation. Pour cette situation, h_x est alors proche de la taille a des domaines carrés. Ce critère $Cov_{ii}(l_x) = C_\infty$ permet d'estimer l'ordre de grandeur de la taille caractéristique des domaines l_x dans la direction x . Une représentation plane de $Cov_{ii}(\underline{h})$ comme celle de la Fig. 4b donne son évolution dans toutes les directions. L'intensité de $Cov_{ii}(\underline{h})$ pour chaque valeur de \underline{h} est représentée en niveaux de gris où le noir correspond à la corrélation parfaite ($Cov_{ii}(\underline{h}) = C$) et le blanc à

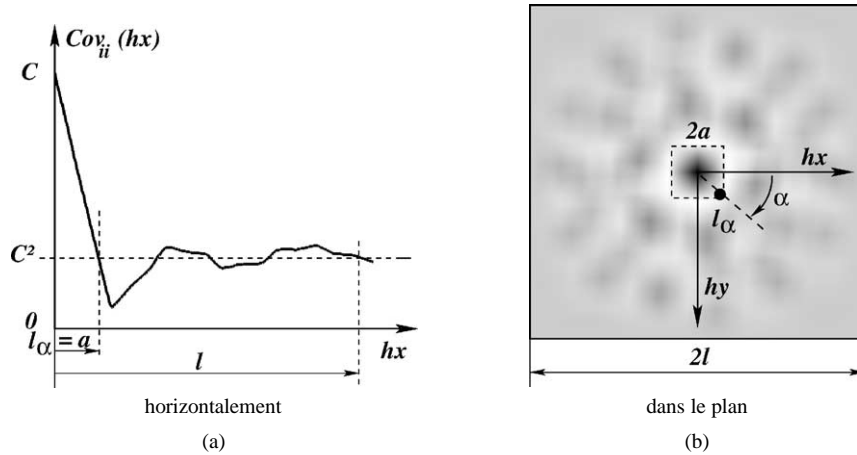


Fig. 4. Covariogramme (a) évolution dans la direction horizontale et (b) représentation plane, microstructure idéale de la Fig. 3.

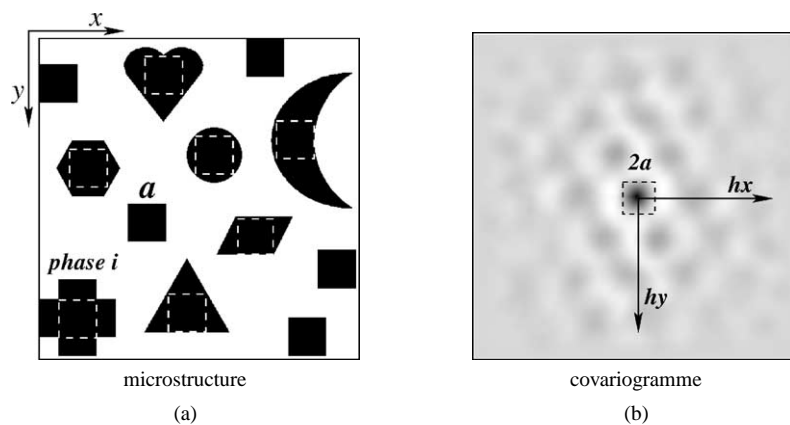


Fig. 5. Covariogramme (a) avec microstructure à phase inclusionnaire de géométrie variable (b).

la valeur minimale de $Cov_{ii}(\underline{h})$, et l'origine $\underline{h} = 0$ est placée au centre de l'image. Pour chaque direction α , le raisonnement précédent peut être mené et donne l_α la dimension caractéristique des domaines de phases dans cette direction. L'ensemble de ces dimensions l_α dessine un motif délimitant les niveaux de gris d'intensité plus importante. Ce motif est proche d'un carré semblable à celui des domaines de phases mais dont les dimensions sont doubles. Cette analyse permet à la fois de donner l'allure de la forme et l'ordre de grandeurs des dimensions des domaines de phase.

De manière plus générale, cette démarche peut être appliquée sur un matériau biphasé dont la géométrie des domaines de phases n'est pas unique, comme celle de la Fig. 5a. Elle fournit une approximation de la forme et des dimensions caractéristiques de la particule de taille maximale commune à tous les domaines de la phase i , pour cet exemple de nouveau un carré de coté a (voir Fig. 5b).

3.2. Adaptation aux cartes de déformation

La procédure présentée précédemment a été adaptée à la caractérisation de la répartition de déformation que l'on observe sur une carte comme celle de la Fig. 1. Comme cette répartition a pour origine des mécanismes

de déformation plastique, seule la carte des déformations équivalentes au sens de von Mises est retenue pour l'analyse. L'image de cette carte ne présente pas plusieurs zones de niveaux constants comme pour une image de microstructure multiphasée mais un ensemble de valeurs réelles différentes. Le principe de comparaison basé sur la covariance à 2 points est étendu aux valeurs réelles par la définition d'une fonction de corrélation à distance d'ordre 2, notée $C^*(\underline{h})$, calculée à partir des valeurs des déformations :

$$C^*(\underline{h}) = \frac{\int_S (\varepsilon_{eq}(\underline{x}) - \varepsilon_{eq}(\underline{x} + \underline{h}))^2 dS}{\sqrt{\int_S \varepsilon_{eq}^2(\underline{x}) dS} \sqrt{\int_S \varepsilon_{eq}^2(\underline{x} + \underline{h}) dS}} \quad (1)$$

où $\varepsilon_{eq}(\underline{x})$ et $\varepsilon_{eq}(\underline{x} + \underline{h})$ sont les valeurs de la déformation équivalente de von Mises aux points \underline{x} et $\underline{x} + \underline{h}$, et S la surface plane observée correspondant à la carte de déformation.

Cette fonction permet de quantifier l'écart entre les valeurs de déformation pour 2 points distants de \underline{h} . Elle est donnée par la somme des différences entre les valeurs de la déformation équivalente de von Mises en \underline{x} et $\underline{x} + \underline{h}$ pour toutes les valeurs de \underline{x} décrivant S . Cette valeur est normalisée pour donner une grandeur adimensionnelle indépendante du niveau de déformation moyen imposé. Son

expression construite sur une formulation de type différence au carré met bien en évidence l'idée d'écart entre les 2 valeurs de déformation à corrélérer mais ne permet pas de simplifier sa procédure de calcul par l'utilisation de transformées de Fourier, comme présentée dans la suite. On préfère retenir la formulation $C(\underline{h})$ de type produit scalaire, mieux adaptée et d'ailleurs équivalente à la précédente.

$$C(\underline{h}) = \frac{\int_S \varepsilon_{\text{eq}}(\underline{x}) \varepsilon_{\text{eq}}(\underline{x} + \underline{h}) dS}{\sqrt{\int_S \varepsilon_{\text{eq}}^2(\underline{x}) dS} \sqrt{\int_S \varepsilon_{\text{eq}}^2(\underline{x} + \underline{h}) dS}} = 1 - \frac{C^*(\underline{h})}{2} \quad (2)$$

Dans cette démarche où l'on a utilisé la représentativité de S et la stationnarité du champ de déformation, S est choisie suffisamment grande pour que les mécanismes locaux de déformation activés dans cette zone soient statistiquement représentatifs du comportement mécanique du matériau et que le calcul de $C(\underline{h})$ soit juste. Cette propriété particulière de S entraîne une simplification des formules de la fonction de corrélation en remarquant que l'intégrale $\int_S \varepsilon_{\text{eq}}^2(\underline{x} + \underline{h}) dS$ n'est autre que la somme du carré des déformations équivalentes sur la zone $S_{\underline{h}}$ de même taille que S mais translatée de \underline{h} . Comme $S_{\underline{h}}$ et S sont chacune représentatives, les intégrales de $\varepsilon_{\text{eq}}^2$ sur ces 2 domaines conduisent à la même valeur (3)

$$\int_S \varepsilon_{\text{eq}}^2(\underline{x} + \underline{h}) dS = \int_{S_{\underline{h}}} \varepsilon_{\text{eq}}^2(\underline{x}) dS = \int_S \varepsilon_{\text{eq}}^2(\underline{x}) dS \quad (3)$$

Avec cette condition, l'expression de $C(\underline{h})$ devient :

$$C(\underline{h}) = \frac{\int_S \varepsilon_{\text{eq}}(\underline{x}) \varepsilon_{\text{eq}}(\underline{x} + \underline{h}) dS}{\int_S \varepsilon_{\text{eq}}^2(\underline{x}) dS} \quad (4)$$

Cette fonction de corrélation montre une évolution semblable à celle de la covariance à 2 points de la partie précédente. La correspondance parfaite obtenue pour $\underline{h} = 0$ se traduit par une valeur maximale égale à 1. Pour les valeurs de \underline{h} supérieures aux dimensions de S , les valeurs des déformations sur S et $S_{\underline{h}}$ sont décorrélatées et entraînent que la moyenne du produit $\varepsilon_{\text{eq}}(\underline{x}) \cdot \varepsilon_{\text{eq}}(\underline{x} + \underline{h})$ sur S est égale au produit des moyennes sur S et $S_{\underline{h}}$:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{S} \int_S \varepsilon_{\text{eq}}(\underline{x}) \varepsilon_{\text{eq}}(\underline{x} + \underline{h}) dS \\ &= \frac{1}{S} \int_S \varepsilon_{\text{eq}}(\underline{x}) dS \cdot \frac{1}{S_{\underline{h}}} \int_{S_{\underline{h}}} \varepsilon_{\text{eq}}(\underline{x}) dS \end{aligned} \quad (5)$$

Comme ces moyennes sont par ailleurs égales, la valeur limite $C(\infty)$ a pour expression :

$$C(\infty) = \frac{(1/S) \left(\int_S \varepsilon_{\text{eq}}(\underline{x}) dS \right)^2}{\int_S \varepsilon_{\text{eq}}^2(\underline{x}) dS} = \frac{\langle \varepsilon_{\text{eq}} \rangle_S^2}{\langle \varepsilon_{\text{eq}}^2 \rangle_S} \quad (6)$$

qui n'est autre que le rapport du carré de la moyenne des déformations équivalentes sur la moyenne du carré ($\langle \cdot \rangle_S$ est la moyenne sur S).

4. Procédure de caractérisation

4.1. Calcul de la fonction de corrélation

La procédure de calcul de la fonction de corrélation est basée sur l'utilisation de la transformée de Fourier à 2 dimensions. Cette dernière permet de simplifier l'écriture de cette procédure par rapport à une méthode d'intégration directe et surtout de réduire considérablement le temps de son calcul. D'après l'expression (4), la transformée de Fourier (notée $\mathcal{TF}_S(\cdot)$) de la fonction de corrélation se ramène au calcul de la transformée de Fourier du numérateur.

$$\begin{aligned} \mathcal{TF}_S(C(\underline{h})) &= \frac{1}{\int_S \varepsilon_{\text{eq}}^2(\underline{x}) dS} \mathcal{TF}_S \left(\int_S \varepsilon_{\text{eq}}(\underline{x}) \varepsilon_{\text{eq}}(\underline{x} + \underline{h}) dS \right) \end{aligned} \quad (7)$$

L'expression du numérateur est très proche d'un produit de convolution et sa transformée de Fourier sur S s'exprime comme le produit de $\mathcal{TF}_S(\varepsilon_{\text{eq}}(\underline{x}))$, la transformée de Fourier du champ de déformation sur S , et de $\mathcal{TF}_S^*(\varepsilon_{\text{eq}}(\underline{x}))$, son expression conjuguée (au sens des complexes), qui n'est autre que le carré du module (noté $|\cdot|$) de $\mathcal{TF}_S(\varepsilon_{\text{eq}}(\underline{x}))$, appelé spectre de puissance.

$$\begin{aligned} \mathcal{TF}_S \left(\int_S \varepsilon_{\text{eq}}(\underline{x}) \varepsilon_{\text{eq}}(\underline{x} + \underline{h}) dS \right) &= \mathcal{TF}_S^*(\varepsilon_{\text{eq}}(\underline{x})) \cdot \mathcal{TF}_S(\varepsilon_{\text{eq}}(\underline{x})) = |\mathcal{TF}_S(\varepsilon_{\text{eq}}(\underline{x}))|^2 \end{aligned} \quad (8)$$

$C(\underline{h})$ se calcule alors comme la transformée de Fourier inverse du spectre de puissance au facteur de normalisation près, calculé directement.

$$C(\underline{h}) = \frac{1}{\int_S \varepsilon_{\text{eq}}^2(\underline{x}) dS} \mathcal{TF}_S^{-1} \left(|\mathcal{TF}_S(\varepsilon_{\text{eq}}(\underline{x}))|^2 \right) \quad (9)$$

Les valeurs des déformations équivalentes manipulées sont discrètes, soit par leur détermination à partir de la technique de microextensométrie utilisée, soit par leur représentation sous forme d'images numériques. L'expression précédente (9) se décline sous forme discrétisée faisant appel aux transformées de Fourier rapides discrètes (DFFT) qui permettent d'accélérer davantage la procédure de calcul. Par simplicité, on utilise alors un logiciel de traitement d'images disposant de ces procédures et une image de la carte des déformations équivalentes en niveaux de gris sur 8 bits à la place des valeurs de ces déformations.

L'emploi de la DFFT contraint à l'utilisation d'images carrées dont la taille en pixels est une puissance de 2. Comme les images des cartes de déformation obtenues n'ont pas *a priori* ces caractéristiques, on effectue une dilatation dans chaque direction du plan pour se ramener à cette situation. Les deux dilatations opérées (symbolisées par la transformation \mathbf{A} dans la suite) s'appuient sur une interpolation bilinéaire des niveaux de gris. Habituellement, une image

1024 × 1024 pixels a une résolution suffisante pour représenter avec précision une répartition de déformation à partir de valeurs discrètes exprimées tous les micromètres sur une zone d'environ 1 mm². Lorsque l'image du covariogramme est obtenue, la transformation inverse est opérée pour la ramener dans les mêmes proportions que l'image de la carte de déformation initiale. Ces transformations n'altèrent pas le calcul de $C(\underline{h})$ avec les transformées de Fourier comme le montre la relation suivante :

$$\frac{1}{\int_S \varepsilon_{\text{eq}}^2(\underline{x}) dS} \mathcal{TF}_{S_A}^{-1} (|\mathcal{TF}_{S_A}(\tilde{\varepsilon}_{\text{eq}}(\underline{A}\underline{x}))|^2) = \tilde{C}(\underline{A}\underline{h}) \quad (10)$$

où S_A est la surface S dilatée par la transformation \underline{A} , $\tilde{\varepsilon}_{\text{eq}}(\underline{A}\underline{x}) = \varepsilon_{\text{eq}}(\underline{x})$ et $\tilde{C}(\underline{A}\underline{h}) = C(\underline{h})$.

Dans leur calcul, les transformées de Fourier imposent une périodicité apparente de la répartition de déformation : le phénomène observé sur une certaine fenêtre correspondant à la carte de déformation est supposé se reproduire à l'identique périodiquement en dehors de cette plage. Pour une image de la carte de déformation de largeur l et de hauteur h , dont le pixel de la i ème ligne et de la j ème colonne s'écrit $\text{pix}(i, j)$, on a $\text{pix}(h, l) = \text{pix}(0, 0)$ et $\text{pix}(i + h, j + l) = \text{pix}(i, j)$. Cette condition entraîne une altération de la fonction de corrélation. Les amplitudes des modifications sont d'autant plus limitées que la distribution spatiale des zones les plus déformées est proche d'un phénomène aléatoire et que la carte de déformation est bien représentative du comportement du matériau. Pour les études menées jusqu'à présent, l'influence de ce problème n'est pas significative. Il peut toutefois être résolu en partie en utilisant une image étendue de taille double dans laquelle l'image initiale est placée en haut à gauche. Le niveau de gris des pixels restants est fixé au niveau moyen obtenu sur l'image initiale. Cette opération appelée *padding* est construite sur la constatation suivante : les déformations au-delà de la zone analysée sont décorréliées avec celles de la zone, leurs valeurs n'ont pas besoin d'être connues point à point, mais leur moyenne est suffisante pour le calcul de la fonction de corrélation.

L'image 1024 × 1024 pixels d'un covariogramme 2D est obtenue pour un temps de calcul de l'ordre de la minute avec un ordinateur actuel (pentium IV à 1 MHz). Sa représentation avec les conventions précédentes nécessite une opération d'inversion de quadrants pour faire passer l'origine jusqu'à présent dans le coin en haut à gauche de l'image en son centre. La Fig. 6 fournit la représentation plane du covariogramme correspondant à la carte de déformation de la Fig. 1. Cette image fournit les variations $N(\underline{h})$ de la fonction de corrélation $C(\underline{h})$ codée sur 256 niveaux de gris. Pour rendre comparables 2 covariogrammes correspondant à 2 chargements différents, il est préférable d'exprimer $C(\underline{h})$ en vraies grandeurs entre 0 et 1. On y accède à partir des niveaux de gris $N(\underline{h})$ extraits de l'image du covariogramme en opérant un changement de variables. Il consiste à effectuer la correspondance d'une part entre la valeur maximale des niveaux de gris (255) et la valeur maximale de $C(\underline{h})$ (1), et d'autre part

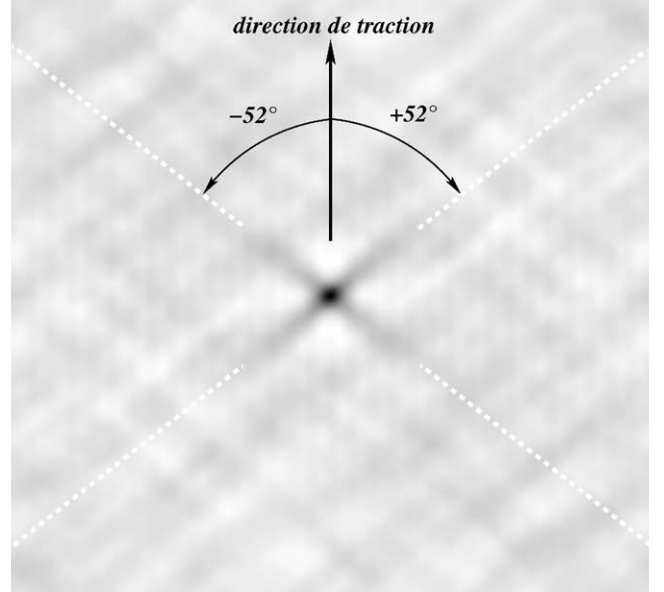


Fig. 6. Covariogramme à 3,57 %.

le niveau de gris moyen (N_∞) pour les grandes distances de corrélation et $C(\infty)$.

$$C(\underline{h}) = \frac{1 - C(\infty)}{255 - N_\infty} (N(\underline{h}) - 255) + 1 \quad (11)$$

Si $N(\underline{h})$ présente encore des oscillations de faible amplitude pour les valeurs de \underline{h} élevées, à cause d'un léger défaut de représentativité de la carte étudiée, N_∞ peut être estimé à partir de la moyenne de $N(\underline{h})$ sur ses dernières oscillations. $C(\infty)$ est déterminé à partir des valeurs discrètes des déformations équivalentes $\varepsilon_{\text{eq}}(i)$ fournies par la technique de microextensométrie. On suppose que chaque valeur de déformation est associée à la même surface, ce qui est bien le cas [1], excepté pour les quelques points du contour de la zone étudiée. Son expression devient alors :

$$C(\infty) = \frac{(\sum_{i=1}^m \varepsilon_{\text{eq}}(i))^2}{m \sum_{i=1}^m \varepsilon_{\text{eq}}^2(i)} \quad (12)$$

où m est le nombre de points de mesure.

4.2. Exploitation

L'image du covariogramme fait apparaître un motif à partir des niveaux de gris les plus sombres correspondant aux valeurs de $C(\underline{h})$ les plus élevées (le niveau de gris 255 correspond au noir). Il caractérise statistiquement la manière dont la déformation se répartit dans le matériau hétérogène étudié. Pour l'exemple de la Fig. 6, ce motif est une croix symétrique dont les axes sont différents de ceux des bords de l'image. Il représente la forme commune de toutes les zones de déformations intenses présentes sur la carte de déformation, ici 2 bandes que l'on peut supposer de même géométrie et d'orientations symétriques par rapport à la direction verticale. Dans ce cas, la déformation se répartit selon un double réseau de bandes, comme on peut le retrouver sur

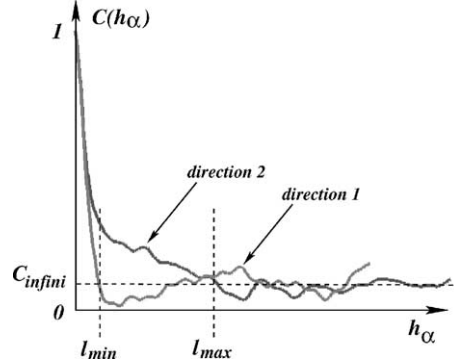
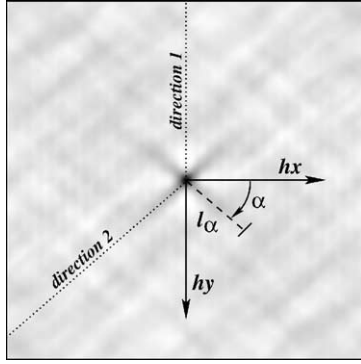


Fig. 7. Analyse du covariogramme.

la carte de déformation (Fig. 1). Soulignons que le motif du covariogramme obtenu, une croix symétrique, ne signifie pas qu'une bande de la deuxième famille apparaît nécessairement au centre d'une bande de la première famille de telle manière à former ce motif : toutes les configurations de décalage de leurs centres sont possibles. La géométrie de ce motif permet de déterminer dans chaque direction α une longueur l_α caractérisant la portée du phénomène de localisation de la déformation dans cette direction. l_α n'a pas la même valeur dans toutes les directions α et la comparaison de ces différentes valeurs permet de révéler l'existence de directions privilégiées pour lesquelles les mécanismes locaux de déformation interagissent sur une longueur plus importante. Les longueurs l_α caractéristiques du motif du covariogramme sont déterminées précisément en analysant l'évolution de la fonction de corrélation suivant la direction α . Le profil du covariogramme dans cette direction est extrait de l'image en niveaux de gris et représenté en vraies grandeurs sur un graphique comme celui de la Fig. 7, où les profils dans 2 directions particulières sont reportés. D'après les propriétés énoncées dans la première partie, l_α est égale à la distance h_α pour laquelle $C(h_\alpha) = C(\infty)$.

Pour l'étude de la localisation de la déformation en bandes, on s'intéresse en particulier aux caractéristiques géométriques de ces bandes : leur longueur l_b , leur épaisseur e_b et leur direction α_b (voir Fig. 8). Il est intéressant, pour mieux comprendre leur origine, de comparer d'une part les dimensions de ces bandes, quantifiant l'amplitude des interactions à distance à la taille caractéristique de la mi-

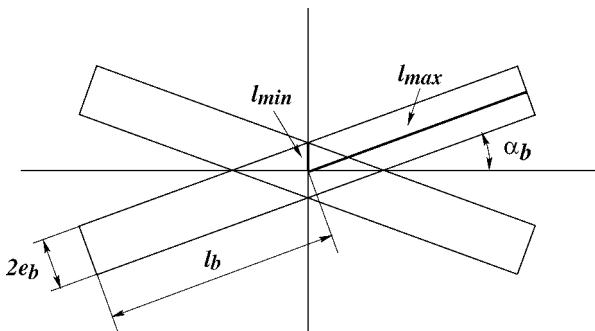


Fig. 8. Définition des caractéristiques géométriques, $\alpha_b < 45^\circ$.

crostructure (grains ou phases) et d'autre part α_b à la direction probable de manifestation des mécanismes de déformation locaux pour la sollicitation imposée. Ces grandeurs sont obtenues en déterminant les longueurs maximale et minimale d'interactions à distance, notées $l_{\max} = \max_\alpha(l_\alpha)$ et $l_{\min} = \min_\alpha(l_\alpha)$, et leurs directions correspondantes α_{\max} et α_{\min} . l_{\max} est directement égale à l_b et e_b s'exprime en fonction de l_{\min} et de α_b avec les relations suivantes : si $\alpha_b < 45^\circ$, $e_b = l_{\min} \cos(\alpha_b)$, si $\alpha_b \geq 45^\circ$, $e_b = l_{\min} \sin(\alpha_b)$. On constate que les directions α_{\max} et α_{\min} correspondent aux profils particuliers pour lesquels les valeurs de la fonction de corrélation pour quasiment toutes les distances $|\underline{h}|$ sont soit maximales soit minimales. Une procédure particulière a été construite, basée sur la détermination des lignes de crêtes (pixels noirs sur la Fig. 9) et de creux (pixels gris) du covariogramme. Elle consiste à rechercher sur chaque cercle de centre $\underline{h} = 0$, les coordonnées du maximum et du minimum. La recherche peut se limiter à un secteur angulaire de 180° grâce aux propriétés de symétrie de la fonction de corrélation ($C(-\underline{h}) = C(\underline{h})$) et n'a de sens que pour $|\underline{h}| \leq l_{\max}$. Pour chaque direction particulière identifiée, l'orientation α

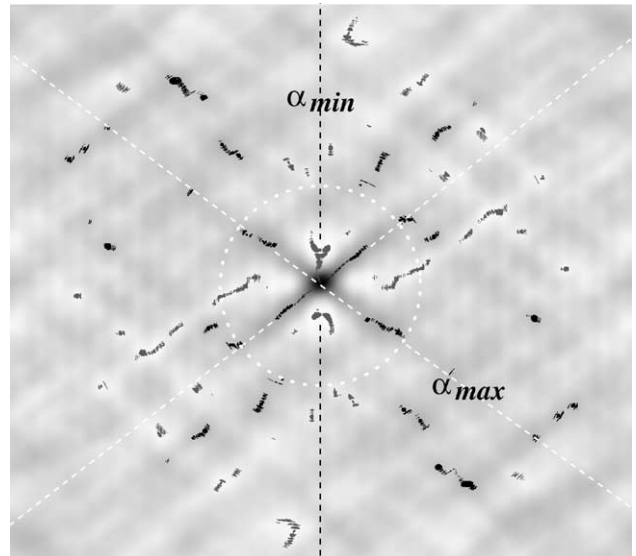


Fig. 9. Détection des profils caractéristiques.

est donnée par la droite passant au mieux par les points retenus.

Le covariogramme fournit une dernière information très utile au micromécanicien : la valeur de $C(\infty)$. Elle donne une mesure du niveau moyen d'hétérogénéité de déformation dans le matériau. Sa formule (6) s'exprime en fonction de la variance des déformations équivalentes

$$V(\varepsilon_{\text{eq}}(\underline{x})) = \frac{1}{S} \int (\varepsilon_{\text{eq}}(\underline{x}) - \langle \varepsilon_{\text{eq}} \rangle_S)^2 dS$$

quantifiant de manière globale les écarts entre ces valeurs et leur moyenne.

$$C(\infty) = 1 - \frac{V(\varepsilon_{\text{eq}}(\underline{x}))}{\langle \varepsilon_{\text{eq}}^2 \rangle_S} \quad (13)$$

Si les fluctuations de déformation sont importantes, l'intensité de $V(\varepsilon_{\text{eq}}(\underline{x}))$ est élevée, entraînant une valeur faible pour $C(\infty)$. Ainsi, plus $C(\infty)$ est faible et plus la répartition de déformation sur la zone étudiée est hétérogène. Cet indicateur permet de détecter de manière globale les évolutions, même fines, de la répartition de la déformation en fonction de l'intensité du chargement.

5. Application à l'étude du comportement du Zirconium

Un exemple d'application de cette démarche de caractérisation de la répartition de la déformation est l'étude du comportement mécanique d'un polycristal de zirconium texturé grade 702 de structure hexagonale compacte utilisé dans l'industrie nucléaire. Sa microstructure révélée par observations de coupes au MEB couplées à une mesure des orientations cristallines par EBSD se compose de grains dont la taille caractéristique dans le plan est d'environ 25 μm [2]. Ce matériau produit sous forme de tôles laminées d'épaisseur 8 mm présente une texture macroscopique. L'objectif de cette analyse consiste à caractériser la répartition de la déformation et de comparer ses dimensions caractéristiques à celle de la microstructure pour une sollicitation de traction uniaxiale dans la direction de laminage (sens long).

5.1. Les bandes de localisation

Cette analyse porte sur des zones représentatives de la microstructure, couvrant chacune une surface de l'ordre de 0,4 mm², pour lesquelles les différentes orientations cristallines déterminées par EBSD fournissent une représentation statistique semblable à celle de la texture macroscopique. Sur chaque zone, une microgrille d'un pas de 5 μm est déposée permettant la mesure des déformations locales sur une base de mesure de 10 μm et en 16000 points environ, pour 2 états de déformation aux alentours de 4 et 6%. Les cartes des déformations équivalentes obtenues comme celle de la Fig. 1 mettent en évidence une répartition particulière sous

forme de bandes rectilignes de déformations intenses orientées à environ $\pm 45^\circ$ par rapport à la direction de traction macroscopique. Ce motif n'évolue pas entre les 2 états de chargement considérés et la longueur de ces bandes apparaît supérieure à la taille des grains.

5.2. Caractérisation des longueurs d'interactions

L'application de la démarche précédente fournit 2 covariogrammes semblables, comme celui de la Fig. 6 relatif à la carte de déformation présentée. Ils mettent en évidence un motif en croix témoignant de l'existence d'un double réseau de bandes orientées dans 2 directions. La procédure décrite auparavant permet de déterminer à $\pm 1^\circ$ leurs orientations. Les bandes présentent des directions centrées autour de $\pm 52^\circ$ par rapport à la direction de traction. On constate que les directions privilégiées de déformation intense expérimentales ne correspondent pas aux directions théoriques de cisaillement maximum $\pm 45^\circ$, que l'on pourrait s'attendre à observer pour une traction uniaxiale dans un matériau ductile supposé homogène. A ces niveaux de déformation, bien que les mécanismes de plasticité soient apparus, on n'observe pas encore les signes précurseurs des phénomènes d'endommagement à l'origine de la ruine du matériau. Soulignons que l'écart observé par rapport à $\pm 45^\circ$ n'est pas lié au choix de représenter les cartes de déformations dans la configuration initiale plutôt que dans celle après déformation (voir [2]).

Les caractéristiques géométriques des bandes sont extraites à partir de l'analyse des profils des covariogrammes suivant les directions privilégiées. La Fig. 10 représente ces profils pour le covariogramme présenté précédemment. Pour les 2 états de déformation, les profils pour une même direction se superposent presque parfaitement. On constate que le motif de répartition de la déformation n'évolue pas en fonction du chargement sur la plage étudiée. Cette observation est cohérente avec l'allure de la réponse globale du matériau en traction [2] : entre ces 2 états de déformation, le comportement est régi par un écrouissage constant. La détermination précise des longueurs des bandes reste difficile car l'évaluation de $C(\infty)$ est perturbée par la présence de fluctuations du coefficient de corrélation importantes pour les grandes distances, dues à un manque de représentativité des cartes de déformation. La longueur des bandes est estimée à environ 140 μm et montre que les mécanismes locaux de déformation interagissent à distance sur une longueur plus de 5 fois supérieure à la taille moyenne des grains. La réponse mécanique du matériau n'est pas gouvernée uniquement par les hétérogénéités de comportement local dues à la microstructure mais les déformations locales s'organisent entre elles selon un schéma de bandes à une échelle supérieure induit par des interactions mécaniques complexes gouvernées pour le chargement macroscopique. La largeur des bandes est déterminée à partir de la longueur de corrélation minimale. Elle est évaluée plus précisément à partir du profil à 0° qui présente une évolution très rapide lors du premier passage par

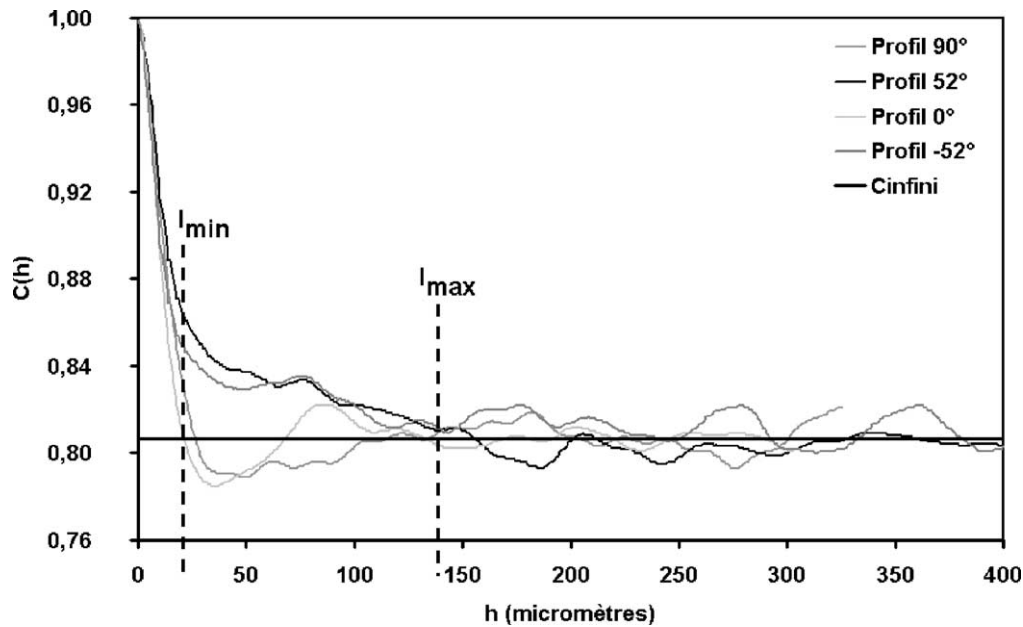


Fig. 10. Profils caractéristiques, covariogramme à 3,57 %.

la valeur de $C(\infty)$. L'épaisseur des bandes est de l'ordre de $16 \mu\text{m}$. Cette valeur reste toutefois à considérer avec précaution. Elle est en effet proche de la base de mesure ($10 \mu\text{m}$) utilisée par la technique de microextensométrie pour calculer les déformations locales et cette base de mesure rend impossible la détection d'un phénomène d'une longueur d'onde plus faible. L'épaisseur réelle des bandes est probablement plus faible mais assurément plus petite que la taille moyenne des grains ($25 \mu\text{m}$). On montre ainsi l'existence d'une hétérogénéité intragranulaire marquée.

5.3. Caractérisation de l'hétérogénéité globale

L'obtention des covariogrammes fournit également une manière de caractériser le niveau d'hétérogénéité de déformation en moyenne sur la zone observée par le biais du calcul de $C(\infty)$. Les valeurs obtenues pour les 2 états de déformation sont très proches (écart maximum inférieur à 1 %) de l'ordre de 0,804. Les incertitudes sur leur détermination mentionnées précédemment n'ont qu'une très faible amplitude et peuvent être supposées négligeables. La valeur commune mesurée signifie que les cartes de déformation analysées reflètent le même état d'hétérogénéité. Pour ce matériau, la modification de l'état de déformation n'entraîne pas de modification de l'hétérogénéité relative globale.

6. Conclusion

On a présenté une méthode originale de caractérisation de la répartition de la déformation dans les matériaux hétérogènes, basée sur l'adaptation des techniques statistiques de caractérisation morphologique par covariance à 2 points aux champs locaux de déformation mesurés par microex-

tensométrie MEB. Elle permet de déterminer la géométrie moyenne des zones de déformation intense caractéristiques de la nature des hétérogénéités et de leur répartition. Le motif ainsi révélé traduit la manière dont les mécanismes de déformation apparaissent dans le matériau en mettant en évidence des directions privilégiées pour lesquelles les phénomènes agissent sur une longue distance. Les dimensions du motif dans ces directions fournissent une mesure de ces longueurs d'interaction. Par ces grandeurs mesurées, cette procédure est utile pour guider une réflexion plus fine sur l'origine des mécanismes observés à l'échelle locale en relation avec la microstructure et ainsi mieux expliquer le comportement mécanique du matériau. Il est intéressant de comparer d'une part l'amplitude des interactions à distance à la taille caractéristique de la microstructure (grains ou domaines de phase) et d'autre part les directions privilégiées à la direction probable de manifestation des mécanismes de déformation locaux pour la sollicitation imposée. Dans l'application présentée sur un polycristal de zirconium, on a pu montrer que le comportement mécanique n'est pas uniquement la conséquence d'interactions très locales entre grains voisins, mais résulte aussi de phénomènes à plus grande portée : les déformations locales s'organisent sous forme de bandes dont leur longueur est 5 fois supérieure à la taille moyenne des grains. L'apparition de ces bandes est induite par les interactions mécaniques complexes gouvernées par le chargement macroscopique. Elles ont également pour conséquence de créer une hétérogénéité intragranulaire révélée par une épaisseur de bandes inférieure à la taille des grains. La manifestation du phénomène de bandes apparaît pour des directions centrées autour de $\pm 52^\circ$ par rapport à la direction de traction ; l'origine de cet angle, autour de celui correspondant à un cisaillement maximum dans un milieu homogène reste encore inconnue. D'une manière générale, l'explication de l'appa-

rition de bandes de déformation intense reste une question ouverte mais soulève d'ores et déjà le problème de l'extension de la notion de volume élémentaire représentatif à partir de la seule considération de la microstructure, qui ne préjuge pas a priori de l'existence de ces bandes.

Références

- [1] L. Allais, M. Bornert, T. Bretheau, D. Caldemaison, Experimental characterisation of the local strain field in a heterogeneous elastoplastic material, *Acta Metall. Mater.* 42 (11) (1994) 3865–3880.
- [2] P. Doumalin, Microextensométrie locale par corrélation d'images numériques : application aux études micromécaniques par microscopie électronique à balayage, thèse, École polytechnique, France, 6, 2000.
- [3] P. Doumalin, M. Bornert, Micromechanical applications of digital image correlation techniques, in : P. Jacquot, J.M. Fournier (Eds.), *Proc. Interferometry in Speckle Light: Theory and Applications*, EPFL, Lausanne, Springer-Verlag, Berlin, 2000, pp. 67–74.
- [4] P. Doumalin, M. Bornert, D. Caldemaison, Microextensometry by image correlation applied to micromechanical studies using the scanning electron microscopy, in : *Proc. Int. Conf. on Advanced Technology in Experimental Mechanics*, Vol. I, Atem 99, The Japan Society of Mechanical Engineering, 1999, pp. 81–86.
- [5] M. Bornert, Morphologie microstructurale et comportement mécanique ; caractérisations expérimentales, approches par bornes et estimations autocohérentes généralisées, thèse, École nationale des Ponts et Chaussées, France, 11, 1996.
- [6] P. Doumalin, M. Bornert, S. Soppa, Computational and experimental investigations of the local strain field in elastoplastic two-phase materials, in : *Advances in Mechanical Behaviour, Plasticity and Damage*, Proc. Euromat 2000, Tours, 7–9 novembre 2000, Elsevier, 2000, pp. 323–328.
- [7] T.C. Chu, W.F. Ranson, M.A. Sutton, W.H. Peters, Applications of the digital-image-correlation techniques to experimental mechanics, *Exper. Mech.* 25 (3) (1985) 232–244.
- [8] H.A. Bruck, S.R. McNeill, M.A. Sutton, W.H. Peters, Digital image correlation using Newton–Raphson method of partial differential correction, *Exper. Mech.* 29 (3) (1989) 261–267.
- [9] S. Choi, S.P. Shah, Measurement of deformations on concrete subjected to compression using image correlation, *Exper. Mech.* 37 (3) (1997) 307–313.
- [10] G. Vendroux, W.G. Knauss, Submicron deformation field measurements: Part 2. Improved digital image correlation, *Exper. Mech.* 38 (2) (1998) 86–92.
- [11] E. Soppa, P. Doumalin, P. Binkele, T. Wiesendanger, M. Bornert, S. Schmauder, Experimental and numerical characterisation of in-plane deformation in two-phase materials, *Comput. Mater. Sci.* 21 (2001) 261–275.
- [12] T. Bretheau, J. Crépin, P. Doumalin, M. Bornert, Un outil de la micromécanique des matériaux : la microextensométrie, *Rev. Mat. Paris* 5 (2003) 567–575.
- [13] J. Serra, *Image Analysis and Mathematical Morphology*, Academic Press, London, 1982.
- [14] J.-L. Chermant, M. Coster, *Précis d'analyse d'images*, Presses du CNRS, 1989.
- [15] M. Bornert, T. Bretheau, P. Gilormini, Homogénéisation en mécanique des matériaux, Milieux aléatoires élastiques et périodiques, in : *Alliages Métalliques*, Hermes Science, 2001.