



**HAL**  
open science

## Mesure tridimensionnelle de champs cinématiques par imagerie volumique pour l'analyse des matériaux et des structures

Michel Bornert, Jean-Marc Chaix, Pascal Doumalin, Jean-Christophe Dupré,  
Thierry Fournel, Dominique Jeulin, Éric Maire, Maxime Moreaud, Hervé  
Moulinec

► **To cite this version:**

Michel Bornert, Jean-Marc Chaix, Pascal Doumalin, Jean-Christophe Dupré, Thierry Fournel, et al..  
Mesure tridimensionnelle de champs cinématiques par imagerie volumique pour l'analyse des matériaux  
et des structures. *Instrumentation, Mesure, Métrologie*, 2004, 3-4 (3-4), pp.43-88. hal-00106284v2

**HAL Id: hal-00106284**

**<https://hal.science/hal-00106284v2>**

Submitted on 26 Jan 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

---

# Mesure tridimensionnelle de champs cinématiques par imagerie volumique pour l'analyse des matériaux et des structures

**Michel Bornert<sup>1</sup> — Jean-Marc Chaix<sup>2</sup> — Pascal Doumalin<sup>3</sup>  
Jean-Christophe Dupré<sup>3</sup> — Thierry Fournel<sup>4</sup> — Dominique Jeulin<sup>5</sup>  
Eric Maire<sup>6</sup> — Maxime Moreaud<sup>5</sup> — Hervé Moulinec<sup>7</sup>**

<sup>1</sup>Laboratoire de Mécanique des Solides  
École polytechnique, F-91128 Palaiseau cedex  
bornert@lms.polytechnique.fr

<sup>2</sup>Laboratoire de Thermodynamique et de Physico-Chimie Métallurgiques  
ENSEEG BP75, F-38402 Saint Martin d'Hères  
Jean-Marc.Chaix@ltpcm.inpg.fr

<sup>3</sup>Laboratoire de Mécanique des Solides  
Université de Poitiers, F-86962 Futuroscope Chasseneuil cedex  
doumalin@lms.univ-poitiers.fr; dupre@lms.univ-poitiers.fr

<sup>4</sup>Laboratoire Traitement du Signal et Instrumentation  
Université Jean Monnet de Saint-Étienne, F-42000 Saint-Étienne  
fournel@univ-st-etienne.fr

<sup>5</sup>Centre de Morphologie Mathématique  
École Nationale Supérieure des Mines de Paris, F-77300 Fontainebleau  
dominique.jeulin@ensmp.fr; maxime.moreaud@ensmp.fr

<sup>6</sup>Laboratoire GEMPPM  
INSA de Lyon, 69621 Villeurbanne cedex  
eric.maire@insa-lyon.fr

<sup>7</sup>Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique  
CNRS, 13402 Marseille cedex 20  
moulinec@lma.cnrs-mrs.fr

*RÉSUMÉ. Les techniques de corrélation d'images surfaciques sont étendues à l'analyse de données volumiques obtenues par microtomographie X de résolution micrométrique ou, pour les matériaux transparents, par reconstruction sériée avec un éclairage laser plan. Le contraste d'image local est fourni par des marqueurs beaucoup plus petits que les dimensions caractéristiques des gradients à analyser, dont on vérifie par simulation qu'ils ne perturbent pas notablement ces derniers. Pour la tomographie, on ajoute aléatoirement des particules plus denses alors que des diffuseurs optiques sont introduits dans les matériaux transparents. La résolution de mesure, évaluée sur des mouvements rigides, peut descendre à 0,01 voxel, mais se dégrade fortement sur des images bruitées. De nouveaux critères d'appariement, moins sensibles au bruit, sont discutés. Les applications présentées concernent des échantillons plastiques homogènes plats ou entaillés sous traction, ainsi que des composites à matrice métallique et renforts particuliers.*

*ABSTRACT. Surface digital image correlation techniques are extended to the analysis of volume data obtained from X-ray computed tomography with micrometric resolution or serial reconstruction obtained under plane laser illumination for transparent materials. The local image contrast is provided by markers much smaller than the characteristic dimensions of the gradients to analyze and which do not disturb notably the latter, as checked by numerical simulations. In case of computed tomography, small dense particles are randomly added, while optical scatterers are used in transparent materials. The resolution of the displacement measurement, evaluated on rigid body motions, can be close to 0.01 voxel but can be strongly degraded on noisy images. New matching criteria, less sensitive to noise, are proposed and discussed. Presented applications concern plastic homogeneous flat or notched samples under tension, as well as particulate metal matrix composites.*

*MOTS-CLÉS : microtomographie aux rayons X, diffusion laser, images tridimensionnelles, voxel, corrélation d'images numériques, marqueurs, mesure de champs de déformation, résolution, échantillons entaillés, élastoplastique, composite à matrice métallique, matériaux transparents, loi bivariante.*

*KEYWORDS: X-ray computed microtomography, scattered light, three dimensional images, voxel, digital image correlation, markers, full field strain measurements, resolution, notched samples, elastoplastic, metal matrix composites, transparent materials, bivariate distribution.*

## 1. Introduction

Depuis les premiers travaux de la fin des années 80 (Chu *et al.*, 1985; Bruck *et al.*, 1989; Kahm-Jetter *et al.*, 1990), les techniques de mesure des composantes planes ou tridimensionnelles du champ de déplacement en surface d'échantillons ou de structures par corrélation ou stéréo-corrélation d'images numériques, dérivées des principes de la Vélocimétrie par Images de Particules (Kimura *et al.*, 1986; Adrian, 1991) utilisée en mécanique des fluides, ont connu un développement constant et ont été mises en œuvre dans des domaines très variés. L'existence de systèmes imageurs de bonne qualité et de coût modéré, les performances actuelles des ordinateurs person-

nels et la disponibilité de logiciels performants autorisant l'analyse des images en des temps très courts, la relative simplicité de mise en œuvre et leur grande versatilité font que ces techniques sont sur le point de faire partie de la panoplie classique des outils d'analyse d'essais mécaniques. Elles sont particulièrement bien adaptées aux observations macroscopiques d'échantillons ou d'éléments de structure de taille centimétrique à métrique, marqués si nécessaire d'un mouchetis de peinture adapté dans les situations où le contraste naturel n'est pas suffisant. Elles permettent par exemple de vérifier lors d'essais de caractérisation du comportement de matériaux l'homogénéité de la sollicitation appliquée à l'éprouvette et d'apporter les corrections éventuelles. Lors d'essais plus complexes conduisant à un champ inhomogène, elles permettent de mesurer ce dernier en surface d'échantillon et de valider un calcul numérique correspondant, voire, au travers d'une méthodologie d'identification inverse adaptée, d'évaluer une ou plusieurs grandeurs caractéristiques du comportement du matériau constitutif. Elles peuvent aussi être appliquées à des échelles plus fines, millimétriques et submillimétriques, en transposant simplement l'analyse par corrélation aux images d'un microscope, optique (MO) (Schreier *et al.*, 2004) ou électronique à balayage (MEB) (Bornert *et al.*, 2000a; Tatschl *et al.*, 2003), voire à force atomique (MFA) (Chasiotis *et al.*, 2002). Dans le premier cas, la résolution spatiale de la mesure de déformation peut approcher la dizaine de micromètres et peut descendre à quelques micromètres, voire nettement moins, dans les derniers. Pour ces échelles d'investigation plus fines, des difficultés nouvelles peuvent apparaître, relatives à l'existence ou la réalisation d'un marquage adéquat, à l'adaptation de l'outil d'observation à la machine d'essai mécanique (microscope optique à distance frontale élevée placé face à une machine d'essai) ou réciproquement (machine *in situ* dans la chambre d'un MEB) ou encore aux conditions d'imagerie (profondeur de champ limitée ou éclairage délicat en MO, lenteur d'acquisition, bruit électronique et stabilité du balayage en MEB ou en MFA). Quoiqu'il en soit, l'application des principes de la corrélation d'images à ces échelles fines fournit un outil incomparable pour l'identification des micro-mécanismes de déformation et d'endommagement, leur caractérisation et quantification, ainsi que, si l'analyse s'étend sur un domaine statistiquement représentatif de la microstructure, l'alimentation et la validation de modèles micromécaniques de changement d'échelle.

La limitation essentielle de cette technique optique, outre son inaptitude à mesurer de très faibles niveaux de déformation locale (incertitudes classiquement de l'ordre de 0,1 % pour les mesures locales et de  $10^{-5}$  lorsque la base de mesure est l'image entière), est sa nature surfacique : les champs de déplacement ne sont connus qu'en surface d'échantillon et pourraient ne pas être représentatifs du champ volumique à cœur. Ceci n'est pas un problème lorsque le champ à mesurer est parfaitement plan, mais cette situation idéale est rarement rencontrée en pratique. Dans le cas d'une analyse de structure, même non plane, ce n'est en principe pas non plus une difficulté à condition que les champs mesurés en surface soient effectivement comparés aux champs à la surface d'un modèle numérique tridimensionnel. Toutefois cette confrontation en surface peut ne pas être la plus pertinente ou la plus discriminante pour la validation d'un calcul ou l'identification inverse ; citons par exemple le cas d'une éprouvette de type CT épaisse, dont l'essentiel du volume est plutôt dans un état de

déformation plane alors qu'en peau, la condition de surface libre induit localement un état de contrainte plane.

De plus, une mesure surfacique ne donne accès qu'à certaines composantes du gradient de la transformation et de la déformation. Pour préciser ce point, notons  $\underline{X}$  la position dans l'espace d'un point matériel avant sollicitation (état de référence) et  $\underline{x}$  sa position dans l'état actuel, déformé, tel que le déplacement soit  $\underline{u}(\underline{x}) = \underline{x} - \underline{X}$ . Soient  $(x, y, z)$  et  $(u, v, w)$  les composantes des vecteurs  $\underline{X}$  et  $\underline{u}$  dans un système de coordonnées fixe. Le gradient de la transformation  $\underline{F}$  au point  $\underline{X}$  est alors défini par

$$\underline{F} = \frac{\partial \underline{x}}{\partial \underline{X}} = \underline{I} + \frac{\partial \underline{u}}{\partial \underline{X}}, \text{ de composantes } \begin{bmatrix} 1 + \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & 1 + \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & 1 + \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix}, \quad [1]$$

$\underline{I}$  désignant le tenseur identité d'ordre deux. Dans le cas d'une mesure surfacique sur, pour simplifier, un plan d'équation  $z = z_0$ , une mesure par corrélation bidimensionnelle classique donne accès aux composantes planes du déplacement  $u(x, y, z_0)$  et  $v(x, y, z_0)$ ,  $x$  et  $y$  variant dans le domaine analysé. Elle fournit donc les quatre composantes planes du gradient  $F_{xx}$ ,  $F_{xy}$ ,  $F_{yx}$  et  $F_{yy}$ . Si l'on peut compléter la mesure de déplacement plan par une mesure hors plan, soit par stéréo-corrélation en appliquant les principes de la photogrammétrie (Garcia *et al.*, 2002), soit au moyen d'une technique complémentaire (par exemple une mesure par MFA complétant la corrélation d'images MEB, (Soppa *et al.*, 2001)), donnant accès à  $w(x, y, z_0)$ , il est possible d'évaluer aussi les composantes  $F_{zx}$  et  $F_{zy}$ . Les variations selon la direction  $z$  restent en revanche inaccessibles, ces méthodes d'investigation ne permettant pas d'observer « sous la surface » des échantillons.

Le gradient peut classiquement être décomposé sous la forme  $\underline{F} = \underline{R} \cdot \underline{U}$ , où  $\underline{R}$  est la rotation de corps rigide ( $\underline{R}^T \cdot \underline{R} = \underline{I}$ ) et  $\underline{U}$  la distorsion, diagonalisable dans une base orthonormale et de distorsions principales  $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ . Parmi les six composantes du tenseur de déformation de Green-Lagrange

$$\underline{E} = \frac{1}{2} (\underline{F}^T \cdot \underline{F} - \underline{I}) = \frac{1}{2} (\underline{U}^T \cdot \underline{U} - \underline{I}) \quad [2]$$

données par

$$\begin{cases} 2E_{xx} = F_{xx}^2 + F_{yx}^2 + F_{zx}^2 - 1 \\ 2E_{yy} = F_{xy}^2 + F_{yy}^2 + F_{zy}^2 - 1 \\ 2E_{xy} = 2E_{yx} = F_{xx} \cdot F_{xy} + F_{yx} \cdot F_{yy} + F_{zx} \cdot F_{zy} \\ 2E_{zz} = F_{xz}^2 + F_{yz}^2 + F_{zz}^2 - 1 \\ 2E_{xz} = 2E_{zx} = F_{xx} \cdot F_{xz} + F_{yx} \cdot F_{yz} + F_{zx} \cdot F_{zz} \\ 2E_{yz} = 2E_{zy} = F_{xy} \cdot F_{xz} + F_{yy} \cdot F_{yz} + F_{zy} \cdot F_{zz} \end{cases}, \quad [3]$$

seules les trois composantes planes  $E_{xx}$ ,  $E_{yy}$  et  $E_{xy}$  peuvent être évaluées exactement avec une technique fournissant les trois composantes de déplacement en surface, telle que la stéréo-corrélation, alors qu'une technique purement bidimensionnelle ne fournira jamais qu'une approximation de ces composantes, en général sous l'hypothèse

que les gradients selon  $x$  et  $y$  du déplacement hors plan  $w$  sont négligeables. Cette dernière hypothèse est notamment satisfaite lorsque les déformations et les rotations sont faibles et que le tenseur  $\underline{\underline{E}}$  peut être approché par le tenseur des déformations linéarisées

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \frac{1}{2} (\underline{\underline{F}}^T + \underline{\underline{F}}) - \underline{\underline{I}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \underline{u}}{\partial \underline{x}} + \left( \frac{\partial \underline{u}}{\partial \underline{x}} \right)^T \right), \quad [4]$$

dont les trois composantes planes peuvent être mesurées exactement avec une méthode purement bidimensionnelle.

Il est possible de compléter cette mesure des composantes planes de  $\underline{\underline{E}}$  et  $\underline{\underline{\epsilon}}$  par une évaluation des composantes hors plan sous certaines hypothèses complémentaires. Il est par exemple usuel de supposer que  $\underline{U}$  admet le plan d'observation  $(x, y)$  comme plan principal; la direction  $z$  est alors aussi une direction principale, de distorsion principale  $\lambda_3$ . Les distorsions principales dans le plan  $(x, y)$ ,  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ , s'obtiennent alors par diagonalisation de la restriction de  $\underline{\underline{E}}$  dans ce plan, mesurée comme indiqué plus haut. Une hypothèse d'incompressibilité donne alors  $\lambda_3 = \frac{1}{\lambda_1 \cdot \lambda_2}$ , une situation de déformation plane correspond à  $\lambda_3 = 1$ , alors que si la sollicitation est uniaxiale (en tout point de mesure), on aura  $\lambda_3 = \lambda_2$  (si  $|\lambda_2| \leq |\lambda_1|$  et que l'état local est proche d'une compression ou d'une traction simple). Ces hypothèses ne peuvent toutefois en aucun cas être vérifiées par la mesure cinématique elle-même et reposent sur une information complémentaire, par exemple relative à la nature de l'essai, et notamment ses propriétés de symétrie, et/ou au comportement du matériau. La mesure du tenseur des déformations complet, même en surface d'échantillon, requiert donc une connaissance du champ de déplacement en volume.

Dans le cas d'une analyse micromécanique à l'échelle de la microstructure d'un matériau hétérogène, visant à identifier et quantifier les divers mécanismes élémentaires de déformation et d'endommagement, et évaluer leurs contributions relatives au comportement global, le fait de ne disposer que d'une mesure surfacique peut également être un handicap. En effet, les conditions locales de sollicitation en surface étant contraintes par la condition de vecteur-contrainte nul, elles peuvent modifier les modes d'activation des divers mécanismes ainsi que leurs contributions relatives, si bien que l'analyse surfacique pourrait ne pas être représentative des phénomènes à cœur, qui déterminent le comportement global, volumique, d'un matériau. À titre d'illustration, citons par exemple une étude récente sur l'endommagement par décohésion d'interface de matériaux composites à matrice métallique et renforts céramiques sphériques (Babout *et al.*, 2001). La comparaison des cinétiques d'endommagement en surface, déterminés par observation au MEB d'échantillons sous traction, et celles à cœur, analysées sur des échantillons similaires sous la même sollicitation par microtomographie aux rayons X, révèle une différence notable, probablement induite par le fait que l'état de triaxialité des contraintes à cœur peut être notablement plus élevé qu'il ne l'est en surface. Un second exemple concerne la localisation de la déformation plastique dans les matériaux de faible écrouissage; des études récentes reposant sur l'analyse des champs de déformation en surface à l'échelle de la microstructure de matériaux

polycristallins (Doumalin *et al.*, 2003) ou biphasés (Bornert *et al.*, 2000b), montrent l'existence de bandes de déformation intense presque rectilignes, délimitant des domaines très peu déformés, et dont la longueur moyenne excède notablement la taille caractéristique des éléments microstructuraux, grains monocristallins ou domaines de phases. La direction de ces bandes, sensiblement orientées à  $\pm 45^\circ$  par rapport à la direction de sollicitation macroscopique de traction ou de compression, suggère qu'elles sont gouvernées par un critère de cisaillement maximal. Or en cas de sollicitation uniaxiale, les plans de cisaillement maximal regroupent un grand nombre de plans déduits les uns des autres par rotation autour de l'axe de traction. Le fait de n'observer de localisation à l'échelle microstructurale que selon les plans de ce type perpendiculaires à la surface d'observation, suggère que la condition de surface libre pourrait conditionner là-aussi la réponse locale. L'analyse à cœur de ce phénomène susceptible de jouer un rôle important dans l'évolution des microstructures en termes d'écroutissage et d'endommagement, mérite donc d'être menée et ce d'autant plus que les outils de simulation numérique des réponses mécaniques des microstructures, disponibles depuis peu (Moulinec *et al.*, 1998; Kanit *et al.*, 2003), confirment l'importance de ces phénomènes de localisation dans les matériaux hétérogènes (Bilger *et al.*, 2005).

Le travail présenté dans cet article vise à développer une technique de mesure volumique des champs cinématiques, à l'échelle des structures mais aussi des microstructures. Elle repose principalement sur l'extension à trois dimensions (3D) des techniques classiques de corrélation d'images bidimensionnelles (2D), présentée en section 2. La mise en œuvre adoptée dérive des principes exposés dans une étude antérieure (Bay *et al.*, 1999), reportant une application à la déformation macroscopique d'un échantillon d'os observé en tomographie. Contrairement à cette étude, les applications envisagées ici concernent d'une part des matériaux métalliques, analysés à une échelle plus fine en microtomographie de résolution micrométrique, et d'autre part des échantillons transparents de taille plus macroscopique, dont le volume est reconstruit par coupes sériées grâce à un éclairage laser plan. Ces deux techniques d'imagerie volumique sont décrites en troisième partie. De plus, les classes de matériaux dont on envisage l'analyse ne présentent pas d'hétérogénéités naturelles fournissant le contraste adéquat pour l'exploitation d'un principe de conservation de flot optique. Il est donc nécessaire d'y ajouter un contraste artificiel, jouant le rôle de « mouchetis tridimensionnel », sous la forme de marqueurs de taille adéquate. Contrairement à un marquage surfacique affectant peu la réponse mécanique d'une structure volumique, l'introduction de tels éléments est susceptible de perturber la mesure. Les échantillons ainsi marqués doivent être considérés comme des matériaux modèles que l'on espère représentatifs de situations réelles. La pertinence de cette démarche est étudiée numériquement et confirmée au paragraphe 3.4. La partie 4 présente un certain nombre de résultats. La première série concerne l'évaluation des incertitudes sur le déplacement, dont on montre qu'elles sont du même ordre de grandeur que celles obtenues avec les techniques surfaciques, lorsque les images sont de bonne qualité. L'analyse d'échantillons métalliques homogènes, cylindriques ou entaillés, sous traction confirme la faisabilité de la technique. On présente aussi l'analyse de champs locaux dans des matériaux composites à matrice plastique et renforts céramiques sphériques. Les artefacts

de reconstruction des images tomographiques de ces matériaux hétérogènes, notablement plus importants que sur les matériaux homogènes, perturbent toutefois fortement la mesure et ne permettent pas d'analyser les déformations de faible amplitude. La partie 5 présente enfin une piste pour l'amélioration des principes d'appariement, plus robuste au bruit de reconstruction des images et à la dégradation du contraste local par la déformation.

## 2. Corrélation numérique d'images volumiques

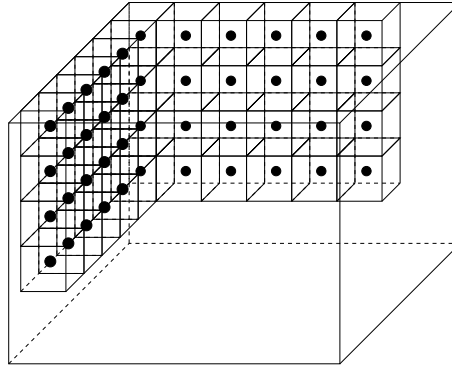
La méthode développée ici est basée sur les principes des techniques de corrélation d'images numériques, très utilisées depuis la fin des années 80 pour mesurer les déplacements des surfaces planes et gauches (Chu *et al.*, 1985; Bruck *et al.*, 1989; Bornert *et al.*, 2000a; Garcia *et al.*, 2002). Ces techniques de corrélation ont été étendues à la détermination des mouvements tridimensionnels d'un volume (Bay *et al.*, 1999; Smith *et al.*, 2002; Verhulp *et al.*, 2004). Deux images tridimensionnelles représentant un échantillon étudié à deux états différents (un état de référence et un état déformé) sont mises en correspondance en plusieurs points d'une grille virtuelle régulière tridimensionnelle disposée à l'intérieur du volume (figure 1). Le mouvement de chaque point est estimé en suivant les déplacements des niveaux de gris de son voisinage  $D$  entre les deux états, sous l'hypothèse de transport matériel de ces derniers (principe de conservation du flot optique). Le domaine  $D$  est un ensemble de voxels (extension du terme « pixel » en dimension 3) qui forme un sous-volume. Choisi habituellement de forme cubique dans l'image de référence, il est modifié par la déformation subie. Soient  $\underline{X}$  et  $\underline{x}$  les coordonnées en voxels d'un même point matériel dans les deux images et  $\phi$  la transformation matérielle liant les deux configurations telle que  $\underline{x} = \phi(\underline{X})$  (voir figure 2). Pour  $D$  entourant  $\underline{X}_0$  dans l'image de référence,  $\phi$  est approchée par son développement limité au premier ordre [5], un mouvement de corps rigide combiné à une déformation homogène :

$$\phi(\underline{X}) = \underline{X} + \underline{u}(\underline{X}) \approx \underline{X} + \underline{u}(\underline{X}_0) + \frac{\partial \underline{u}}{\partial \underline{X}}(\underline{X}_0) \cdot (\underline{X} - \underline{X}_0). \quad [5]$$

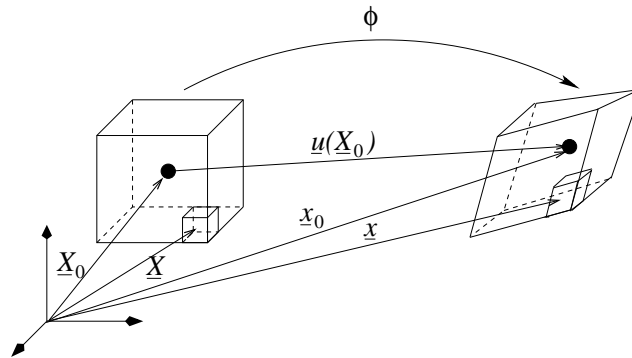
Le déplacement du centre du sous-volume  $\underline{u}(\underline{X}_0)$  donne l'intensité de la translation de corps rigide de paramètres  $(u, v, w)$ . L'expression du gradient local  $\frac{\partial \underline{u}}{\partial \underline{X}}(\underline{X}_0)$  inclut la rotation de corps rigide et la déformation locale du sous-volume et est caractérisée par 9 paramètres  $(\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z})$ .

Pour des déformations locales faibles, typiquement inférieures à 10 %, l'approximation de  $\phi$  par une simple translation peut être suffisante en pratique. Les meilleurs paramètres caractérisant cette approximation (3 ou 12 scalaires) sont ceux qui minimisent un certain coefficient de corrélation mesurant la ressemblance des distributions des niveaux de gris dans  $D$  et son transformé par  $\phi$ .  $C$  peut s'écrire selon différentes formulations comme dans le cas bidimensionnel (Chu *et al.*, 1985; Choi *et al.*, 1997).





**Figure 1.** Grille des points analysés dans le volume



**Figure 2.** Transformation matérielle volumique

Nous retenons la formulation adimensionnelle du type produit scalaire combinée à une formulation statistique, qui soustrait à chaque niveau de gris sa moyenne sur  $D$  :

$$C = 1 - \frac{\sum_{\underline{X} \in D} (f(\underline{X}) - \bar{f}_D) \cdot (g(\phi(\underline{X})) - \bar{g}_D)}{\sqrt{\sum_{\underline{X} \in D} (f(\underline{X}) - \bar{f}_D)^2 \cdot \sum_{\underline{X} \in D} (g(\phi(\underline{X})) - \bar{g}_D)^2}} \quad [6]$$

où  $\underline{X}$  se réfère aux voxels de  $D$ ,  $f$  et  $g$  sont les niveaux de gris des images de référence et déformée, et  $\bar{f}_D$  et  $\bar{g}_D$  leurs moyennes sur  $D$  et  $\phi(D)$ . Cette formulation est adaptée aux images qui peuvent présenter des fluctuations de contraste et de brillance telles que les images de microtomographie aux rayons X et de diffusion laser, comme on le verra ci-après. En l'absence de fluctuations de ce type et pour une distribution stationnaire

des niveaux de gris, ce critère de ressemblance est équivalent à la minimisation de la norme L2 donnée par  $\sqrt{\sum_{\underline{X} \in D} (g(\phi(\underline{X})) - f(\underline{X}))^2}$ .

Le succès de la minimisation dépend du point de départ  $\underline{P}_0$  du vecteur  $\underline{P}$  qui réunit l'ensemble des paramètres de l'approximation de  $\phi$ , soit  $(u, v, w)$  ou  $(u, v, w, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z})$ . Pour éviter la convergence sur un minimum local,  $\underline{P}_0$  est choisi proche de la solution finale comme la solution de  $\underline{P}$  pour seulement une translation en valeurs entières de voxels  $(u_0, v_0, w_0)$ . Le vecteur  $\underline{P}_0$  est alors égal à  $(u_0, v_0, w_0)$  ou  $(u_0, v_0, w_0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$  suivant la formulation retenue. Cette estimation au « voxel près » est obtenue facilement par un calcul systématique direct, visant à explorer toutes les translations entières possibles au voisinage d'une valeur *a priori*, déterminée à partir des translations de points matériels voisins déjà connues, dans un domaine dont la taille est à ajuster en fonction de l'intensité de la déformation et de la distance à ces points voisins. Notons  $s$  la longueur en voxels d'un coté de ce domaine de recherche et  $n$  celle du domaine  $D$ , supposés cubiques pour simplifier. Lorsque  $s$  est proche de  $n$ , on peut avoir intérêt à mener ce calcul par transformée de Fourier rapide (FFT) en utilisant la propriété classique relative au calcul des corrélations :  $\sum_{\underline{X} \in D} g(\underline{X} + \underline{u})f(\underline{X}) = \text{FFT}^{-1}(\text{FFT}(f) \cdot \text{FFT}(g^*)(\underline{u}))$ , où  $a^*$  désigne le conjugué de  $a$ . En effet, la complexité numérique du calcul par FFT est en  $(n \cdot \log(n))^3$  alors que celle du calcul direct est en  $(s \cdot n)^3$ . Toutefois, un calcul dans l'espace de Fourier n'est performant que si  $n$  admet une décomposition en facteurs premiers petits et le calcul n'est satisfaisant que si la corrélation optimale est obtenue pour un déplacement loin du bord du domaine de recherche, sauf en cas de recours au « zero-padding » qui augmente toutefois  $n$ . Pour éviter ces difficultés et comme les déformations analysées par la suite sont petites, autorisant ainsi des domaines de recherche nettement plus petits que  $n$ , le calcul direct est préféré et reste numériquement performant. Notons que lorsque la déformation au voisinage du point considéré est connue approximativement, il est aussi possible de mener cette recherche préliminaire sous l'hypothèse d'un mouvement de translation et d'une transformation homogène constante ; dans ce cas, les 9 composantes du gradient, au lieu d'être nulles, sont fixées à la valeur de ce gradient estimé. Cette démarche peut notamment être utile si la transformation matérielle comporte une rotation de corps rigide d'angle important.

À l'issue de ce calcul approché au « voxel près », la recherche du minimum de  $C$  s'effectue avec une méthode de descente de premier gradient, plus robuste avec des images bruitées qu'une méthode de Newton-Raphson (Bruck *et al.*, 1989). La formule [7] donne l'expression de son développement mathématique,

$$\underline{P}_{n+1} = \underline{P}_n - a \frac{\frac{\partial C}{\partial \underline{P}}(\underline{P}_n)}{\|\frac{\partial C}{\partial \underline{P}}(\underline{P}_n)\|} \quad \text{avec} \quad 0 < a \leq 1 \quad [7]$$

où  $\|\cdot\|$  est la norme euclidienne. Le paramètre  $a$  qui définit la distance entre deux solutions successives est initialisé à la valeur 0,5, puis divisé par 2 dès que  $C$  ne décroît plus. Une interpolation trilineaire des niveaux de gris  $g(i, j, k)$  dans l'image déformée est utilisée pour évaluer les variations de niveaux de gris entre deux voxels

adjacents et permet d'atteindre la position de  $D$  en valeurs réelles de voxels (précision « subvoxel »). Son expression littérale est donnée par la formule [8]

$$\begin{aligned}
 g_{ijk}(x, y, z) = & g(i, j, k) + a.(x - j) + b.(y - i) + c.(z - k) \\
 & + d.(x - j)(y - i) + e.(x - j)(z - k) + f.(y - i)(z - k) \\
 & + g.(x - j)(y - i)(z - k) \qquad [8]
 \end{aligned}$$

avec  $j \leq x \leq j + 1$ ,  $i \leq y \leq i + 1$  et  $k \leq z \leq k + 1$ . Le calcul du gradient  $\frac{\partial C}{\partial \underline{P}}$  fait appel à celui des niveaux de gris ; ils ne sont pas détaillés ici.

En pratique, le traitement comporte deux étapes. La première, interactive, est basée sur une procédure permettant de visualiser les images 3D plan par plan ainsi que les points à analyser dans les deux configurations, et de déterminer  $\underline{P}_0$  pour chaque point. La meilleure position de chaque point de référence est trouvée à plus ou moins un voxel dans l'image déformée sur une zone de recherche centrée sur une position *a priori* déduite de la translation connue pour le point précédent ou le point le plus proche. Le premier point est placé manuellement et l'utilisateur peut replacer de manière interactive les quelques points mal détectés pour lesquels le coefficient de corrélation optimal est trop mauvais. Le choix d'une zone de recherche assez petite garantit un traitement suffisamment rapide ; il convient toutefois de ne pas la prendre trop petite afin de limiter les interventions manuelles de redéfinition de la position *a priori*. Dans une seconde étape, les déplacements des points où le coefficient de corrélation est suffisant sont optimisés pour atteindre une précision subvoxel grâce à une procédure complètement automatique.

L'extension tridimensionnelle des techniques de corrélation ne constitue pas en soi une difficulté théorique. Cependant, l'utilisation d'une dimension supplémentaire rend plus lourde la procédure de traitement. Suivant les résolutions choisies et les dimensions des volumes à analyser, l'enregistrement des images peut nécessiter une grande quantité de mémoire, comme par exemple 1Go pour chaque état de déformation avec une image de  $1K^3$  voxels. Il est nécessaire de prévoir une gestion appropriée du stockage des données, en particulier pour enregistrer une grande série d'images, comme ce qui est de plus en plus utilisé en dimension deux pour mieux évaluer l'évolution des phénomènes. Cet aspect reste néanmoins compatible avec les capacités des ordinateurs actuels. Le problème est plus critique pour le temps et la mémoire nécessaires au calcul. Avec un PC Pentium 4 (1,8 GHz), la recherche du minimum de  $C$  dure moins d'une seconde pour un sous-volume  $D$  de  $20^3$  voxels et une zone de recherche de  $3^3$  voxels mais atteint rapidement plus de 10 s en augmentant raisonnablement la taille de  $D$  à  $30^3$  voxels pour des images avec un faible contraste local et la taille de la zone de recherche à  $5^3$  voxels pour des déformations locales élevées. La mesure d'un champ de déplacement décrit avec 5000 points peut alors nécessiter une journée de calcul. L'interpolation trilineaire des niveaux de gris de l'image déformée, nécessaire pour atteindre une précision subvoxel oblige à déterminer 7 coefficients à chaque voxel (voir formule [8]). Leur calcul au début du programme et leur stockage en mémoire vive est intéressant pour réduire le temps de calcul par point en limitant le

nombre d'opérations et en éliminant tous les délais de lecture des données sur disque. Cette démarche nécessite une mémoire vive d'environ 8 Go pour une image de  $1K^3$  voxels et n'est plus envisageable avec un PC standard. Une stratégie particulière de stockage séquentiel en sous-images doit être adoptée et permet de limiter la quantité de mémoire à 512 Mo, sans entraîner une augmentation considérable du temps de traitement.

À l'issue de ce calcul, on dispose d'une estimation du déplacement au centre de tous les domaines de corrélation où le traitement a pu être mené. Ce champ discret peut éventuellement être exploité directement, par exemple dans le cadre d'une confrontation avec un calcul numérique fournissant également un champ de déplacement, en soustrayant au besoin une translation moyenne et un mouvement rigide éventuels. En général, on préférera toutefois s'intéresser aussi aux déformations, caractérisées par le tenseur de Green-Lagrange [2] ou sa simplification linéarisée [4]. Pour cela, il faut d'abord calculer le gradient de la transformation [1]. Les dérivations nécessaires à la construction de ce dernier ne peuvent toutefois être menées exactement puisque le déplacement n'est connu qu'en des positions discrètes. Il n'est donc possible de déterminer que des différences finies des composantes du déplacement entre positions voisines de mesure, qui fournissent les moyennes des composantes correspondantes du gradient sur le segment formé par ces points. Plus précisément, on évalue la déformation en un point  $\underline{X}_0$  par la valeur moyenne du gradient de la transformation sur un domaine  $\Omega_{\underline{X}_0}$ , dont l'extension détermine la base de mesure extensométrique (Allais *et al.*, 1994), selon la relation

$$\begin{aligned} \underline{\underline{F}}(\underline{X}_0) \approx \langle \underline{\underline{F}} \rangle_{\Omega_{\underline{X}_0}} &= \frac{1}{|\Omega_{\underline{X}_0}|} \int_{\Omega_{\underline{X}_0}} \underline{\underline{F}}(\underline{X}) \, dX \\ &= \frac{1}{|\Omega_{\underline{X}_0}|} \int_{\partial\Omega_{\underline{X}_0}} (\underline{X} + \underline{u}(\underline{X})) \otimes \underline{n}(\underline{X}) \, ds_X, \end{aligned} \quad [9]$$

qui généralise à trois dimensions les relations classiques unidimensionnelles de la forme

$$F_{xx} = \frac{(x + L + u(x + L)) - (x + u(x))}{L} = 1 + \frac{u(x + L) - u(x)}{L} \quad [10]$$

donnant la composante  $xx$  du gradient relative à la base de mesure  $L$  à partir des déplacements en des points distants de  $L$ . Dans la relation [9],  $\partial\Omega_{\underline{X}_0}$  désigne la surface du domaine  $\Omega_{\underline{X}_0}$ , de normale sortante  $\underline{n}(\underline{X})$ , et  $|A|$  est la mesure du domaine  $A$ . Les divers tenseurs de déformation relatifs à l'échelle de mesure donnée par le domaine  $\Omega_{\underline{X}_0}$  se déduisent de  $\langle \underline{\underline{F}} \rangle_{\Omega}$  par les relations usuelles [2] et [4].

L'application de [9] requiert toujours en principe la valeur du déplacement en tout point de la surface  $\partial\Omega_{\underline{X}_0}$ . Ce dernier n'étant connu qu'en des positions discrètes, il est nécessaire d'interpoler le déplacement entre ces points. Dans l'étude présentée, il est fait appel aux fonctions de forme d'éléments finis cubiques à huit nœuds, basés sur une interpolation trilineaire du déplacement. À l'issue du calcul par corrélation, un maillage régulier d'éléments finis dont les nœuds coïncident avec les centres des

domaines de corrélation est construit et les déformations locales sont calculées à partir des fonctions de forme associées. Le choix d'une interpolation trilineaire des déplacements présente une certaine cohérence avec l'hypothèse de gradient uniforme dans le domaine de corrélation, même si les hypothèses cinématiques pour la corrélation des images et pour le calcul des déformations ne coïncident pas exactement, puisque les domaines de corrélation, centrés sur les nœuds, sont décalés par rapport aux éléments finis et que ces derniers reposent sur une cinématique plus riche. Dans le travail présenté, cette approche a néanmoins été retenue, en cohérence avec les pratiques usuelles correspondantes en corrélation d'images 2D et pour sa simplicité de mise en œuvre. En pratique, ce post-traitement a été mené avec le code de calcul Cast3M, les éléments utilisés étant des briques à huit nœuds (« CUB8 »). Une telle démarche simplifie également l'exploitation graphique des résultats, puisqu'elle donne accès à l'ensemble des fonctionnalités de ce code pour l'analyse de résultats de calcul tridimensionnels. Précisons toutefois que, les fonctions de forme de tels éléments conduisant à des gradients de déplacement non homogènes dans les éléments, le calcul des déformations fournit en général une valeur différente pour tous les points d'intégration de l'élément. Pour retrouver un résultat conforme à la relation [9], il convient de moyenniser les résultats élément par élément, le domaine  $\Omega_{\underline{x}_0}$  coïncidant alors avec le support de l'élément fini. En l'absence de moyennage, la base de mesure est plus petite.

Ce calcul des déformations locales peut être complété par l'évaluation de déformations moyennes sur des domaines plus grands, en étendant simplement l'intégration dans la relation [9] à ces domaines. En particulier, la déformation à l'échelle de l'ensemble du domaine analysé est obtenue en moyennant le gradient sur tout le domaine. L'incertitude sur les composantes du gradient induite par l'incertitude sur l'appariement des points par corrélation est classiquement évaluée (Allais *et al.*, 1994) par

$$\sigma_{F_{\alpha\beta}} = \frac{2\sigma_{u_\alpha}}{\sqrt{N_\beta}L_\beta}, \quad [11]$$

où  $\sigma_{F_{\alpha\beta}}$  est l'écart type sur une des composante du gradient,  $\sigma_{u_\alpha}$  celui de l'erreur sur l'évaluation du déplacement local dans la direction  $\alpha$ ,  $L_\beta$  la base de mesure dans la direction  $\beta$  et  $N_\beta$  le nombre de mesures de déplacement indépendantes utilisées dans le calcul de la composante considérée. Ce calcul d'erreur ne tient pas compte des éventuelles distorsions géométriques. Pour le gradient local évalué avec les éléments CUB8,  $L$  est égal au côté  $c$  de l'élément et  $N = 8$ , soit  $\sigma_F = \sigma_u/(\sqrt{2}c)$ , alors que pour le gradient global dans un domaine de  $20^3$  points d'analyse, on aurait  $N = 20 \times 20 \times 2$  et  $L = 19.c$ , soit un écart type  $\sigma_F$  190 fois plus faible. L'incertitude  $\sigma_u$  sera évaluée expérimentalement à la section 4.1.

### 3. Imagerie tridimensionnelle et matériaux étudiés

Les principes décrits précédemment s'appliquent à toute source d'images tridimensionnelles telles que le niveau de gris de chaque voxel représente une information

qui suit le mouvement matériel au cours d'une transformation mécanique. Deux techniques de natures très distinctes sont présentées dans cette partie : la tomographie par absorption des rayons X de haute résolution fournissant une information liée à la densité locale de la matière, et la reconstruction sériée de matériaux transparents observés sous éclairage laser plan, pour laquelle l'information enregistrée est l'intensité de lumière diffusée. Les matériaux analysés sont également décrits et notamment comment le contraste local servant au suivi cinématique par corrélation volumique est créé.

### 3.1. Tomographie par absorption des rayons X

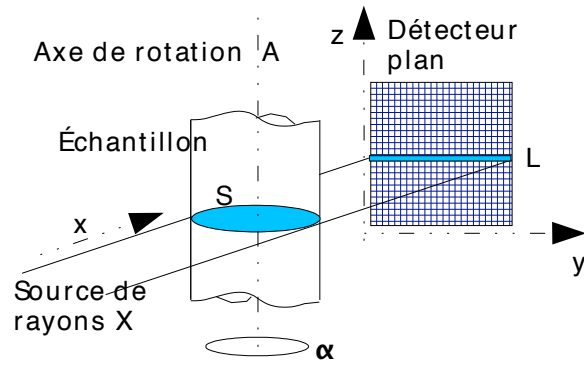
#### 3.1.1. Principe de la technique

Dans un matériau hétérogène, le coefficient  $\mu$  d'atténuation des rayons X d'un élément de matière situé au point  $(x, y, z)$  dépend de la composition chimique locale de cet élément. L'objectif de la technique de tomographie par absorption des rayons X est de mesurer cette valeur et d'en dresser une carte tridimensionnelle en chaque point de l'échantillon. Ceci est réalisé en combinant les informations obtenues à partir de plusieurs radioscopies d'absorption des rayons X, chacune étant prise avec une orientation  $\alpha$  différente de l'échantillon par rapport au système d'imagerie. Il est aujourd'hui parfaitement connu que le contraste obtenu dans une telle radioscopie d'absorption des rayons X est décrit par la loi de Beer-Lambert qui donne le rapport entre  $N_0$ , le nombre de photons incidents et  $N$ , le nombre de photons transmis après un trajet de longueur  $x$  dans un échantillon qui présente un coefficient d'absorption  $\mu$  :

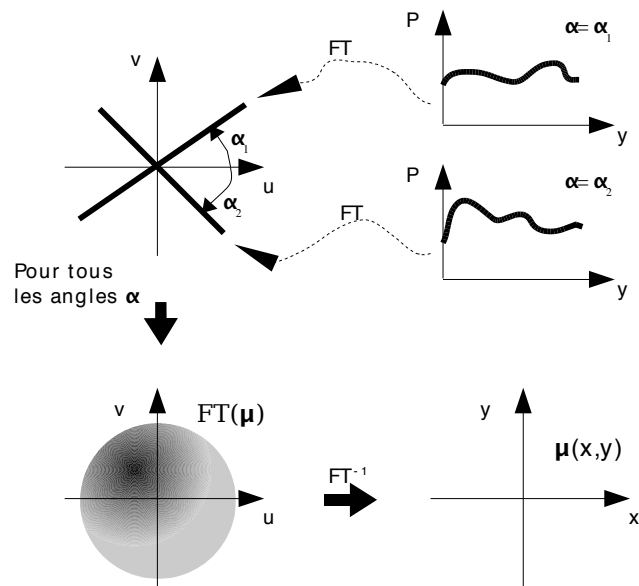
$$N = N_0 \exp(-\mu x). \quad [12]$$

Si  $\mu$  varie le long du trajet, c'est l'intégrale de  $\mu$  sur  $x$  qui doit être utilisée. Cette loi d'atténuation explique le contraste observé en imagerie aux rayons X pour un matériau massif puisque chaque point d'un détecteur est situé en face d'un trajet pour lequel la valeur de cette intégrale est spécifique. En d'autres termes, si le matériau est hétérogène, l'intégrale de  $\mu(x)$  dépend aussi de  $y$  et  $z$ . L'obtention de la cartographie tridimensionnelle de  $\mu$  est possible si un nombre suffisant de projections 2D est disponible et elle est réalisée grâce à une étape de reconstruction informatisée. L'algorithme le plus utilisé dans le domaine de l'imagerie 3D est celui de la « rétro-projection filtrée » (Feldkamp *et al.*, 1984). Il est décrit ci-dessous dans le cas d'un détecteur bidimensionnel et d'une géométrie de faisceau parallèle.

Considérons un problème tel que celui décrit sur la figure 3.  $A$  est l'axe de rotation de la table tournante,  $x$  est la direction du faisceau,  $y$  et  $z$  sont les deux axes du détecteur 2D supposé parfait. Si le dispositif est réglé de telle façon que  $x$  est perpendiculaire au plan  $(y, z)$  et que l'axe de rotation  $A$  est parallèle à  $z$ , alors une ligne  $L$  du détecteur enregistrera la projection de l'atténuation d'une même coupe  $S$  de l'échantillon sous n'importe quel angle. L'épaisseur de la coupe est égale à la taille du pixel dans le détecteur. Le problème à résoudre est la reconstruction, dans le plan de l'espace réel  $S(x, y)$ , de la carte des valeurs locales de  $\mu$ . Le théorème de la coupe-projection pose que la transformée de Fourier 1D de la projection enregistrée par la



**Figure 3.** Géométrie d'un tomographe en faisceau parallèle avec un détecteur à rayons X bidimensionnel



**Figure 4.** Les différentes étapes du processus de reconstruction de  $\mu(x, y)$  en utilisant le théorème de la coupe-projection

ligne considérée pour une orientation  $\alpha$  de l'échantillon est égale à la section, dans cette même direction, de la transformée de Fourier 2D de  $\mu(x, y)$ . Ainsi, un nombre élevé de telles projections permet de reconstruire totalement la transformée de Fourier 2D de la fonction recherchée qu'il suffit ensuite d'inverser pour calculer  $\mu(x, y)$ . Ce processus est représenté sur la figure 4. La répétition de cette procédure pour chacune des lignes du détecteur permet de reconstruire coupe par coupe la carte de l'absorption en 3D. Ceci donne une image indirecte de la microstructure de l'échantillon (Baruchel *et al.*, 2000).

### 3.1.2. Dispositif et conditions expérimentales pour la tomographie en faisceau synchrotron

Différents types de dispositifs peuvent être utilisés pour la tomographie aux rayons X. Tous sont constitués d'une source, d'une table de rotation sur laquelle est fixé l'objet et d'un détecteur de rayons X. La façon la plus simple d'obtenir aujourd'hui des images digitalisées est d'utiliser directement un détecteur de radioscopie des rayons X. Ce type de détecteur est composé d'un écran qui transforme les rayons X en lumière visible qui est transférée par des lentilles optiques vers une caméra CCD (Charge Coupling Device) constituée d'un réseau de lignes et de colonnes d'éléments sensibles à la lumière. Le point critique pour appliquer la tomographie à l'observation en science des matériaux est la résolution spatiale qui est à comparer à l'échelle pertinente des observations à réaliser. La valeur limite de cette résolution est gouvernée principalement par la qualité du détecteur et surtout par le flux de photons  $N_0$  délivré au niveau de l'échantillon. Les images présentant la meilleure qualité en terme de rapport signal sur bruit et de résolution spatiale sont obtenues actuellement grâce aux tomographes installés sur les synchrotrons. Les rayons X issus des synchrotrons de troisième génération sont produits par des électrons introduits à forte énergie dans un anneau de stockage où ils sont accélérés par des champs magnétiques. Les rayons X sont émis dans un cône d'angle solide très étroit avec une trajectoire tangente à l'anneau de stockage. Ces rayons X ont des propriétés très intéressantes pour les applications de type microtomographie. Les propriétés principales sont :

- une intensité du faisceau très importante permettant de réduire les temps d'exposition des radiographies ;
- la monochromaticité des faisceaux, qui supprime d'éventuels artefacts de reconstruction tels que le « cupping effect » dû au durcissement d'un faisceau de rayons X polychromatique au cours de la traversée de l'échantillon, c'est-à-dire l'augmentation de son énergie moyenne par absorption préférentielle des photons de faible énergie.

Plusieurs lignes sont par exemple accessibles pour réaliser des expériences de microtomographie aux rayons X à l'European Synchrotron Radiation Facility (ESRF) de Grenoble (France). Le tomographe utilisé dans la présente étude est situé sur la ligne ID19. Il combine les propriétés spécifiques du rayonnement synchrotron avec l'utilisation d'un détecteur présentant à la fois une large dynamique (13 bits), un faible bruit et un temps de transfert très court (60 ms pour une image de 1024 x 1024 pixels). Cette combinaison permet d'obtenir de façon routinière une résolution de l'ordre de 1  $\mu\text{m}$ .



L'acquisition des 1500 radiographies requises pour reconstruire l'échantillon dure environ 20 minutes. L'étape de reconstruction est réalisée en utilisant un codage en 32 bits des valeurs de  $\mu$  calculées, au moyen du programme HST (Hammersley, 2001). Les images finales sont recadrées sur des niveaux de gris codés sur 8 bits. Pour ceci, une autre routine informatique<sup>1</sup> transforme les données tout en préservant la dynamique des images de départ et en évitant les saturations de niveaux de gris. Cette procédure peut conduire à de petites variations de brillance et de contraste entre images d'un même échantillon à divers états mécaniques, qui ne sont toutefois pas néfastes à l'analyse par corrélation grâce au critère de corrélation adopté (voir l'équation [6]). Pendant les trois expériences réalisées au cours de ce projet, la résolution dans les images reconstruites a été de  $2 \mu\text{m}$  ou de  $2,8 \mu\text{m}$ . La taille typique des images finales était de  $600 \times 700 \times 850$  voxels. Certains blocs de taille plus importante ont parfois été utilisés pour analyser des échantillons plus gros.

### 3.2. Matériaux avec marqueurs

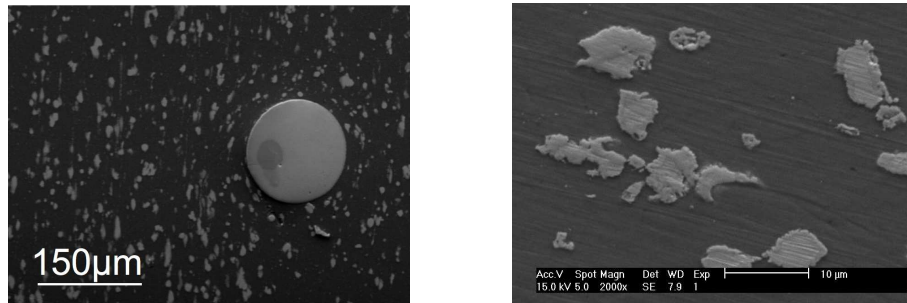
Les matériaux utilisés dans ce travail pour optimiser les mesures de déplacement ont été fabriqués pour répondre aux critères d'un cahier des charges très précis. Ils doivent être ductiles (pour permettre d'obtenir des valeurs de déformation suffisamment importantes, typiquement quelques pourcents) et suffisamment transparents aux rayons X pour faciliter l'étape d'imagerie par absorption. Des matrices à base d'aluminium ont ainsi été choisies : les matériaux fabriqués sont à base d'aluminium pur ou d'alliage 2124 à durcissement structural.

Pour la validation de la démarche expérimentale de mesure à l'échelle des microstructures hétérogènes, il est également souhaité que les matériaux soient mécaniquement microhétérogènes pour induire des variations à micro-échelle dans les champs de déplacement à mesurer. Certains échantillons fabriqués sont donc renforcés par des particules quasi sphériques en Zircon/Silice (ZS) (ZirPro, Saint-Gobain, n.d.). Ces billes sont constituées d'un mélange de 70 % de  $\text{ZrO}_2$  cristalline et 30 % de  $\text{SiO}_2$  amorphe jouant le rôle de liant. Leur diamètre varie entre 150 et  $400 \mu\text{m}$ . Leur forme très simple est susceptible de favoriser les comparaisons ultérieures entre les mesures de champs et leur prédiction par les modèles micromécaniques analytiques ou numériques.

La méthode de corrélation utilisée pour mesurer les champs de déplacement requiert la présence de contraste dans l'image à une échelle plus fine que les gradients de déformation à mesurer. Pour ceci, des « marqueurs » en cuivre, présentant un coefficient d'absorption des rayons X très supérieur à celui de l'aluminium, sont ajoutés dans la matrice. Leur diamètre (5 à  $10 \mu\text{m}$ ) et leur fraction volumique (5 %) ont été choisis pour permettre une mesure cinématique du champ de déformation avec un espacement dans les points de mesure d'environ  $40 \mu\text{m}$  (*i.e.* dimension de trois à 8 fois plus petite que la taille des inclusions céramiques). Les marqueurs ne devraient

---

1. Due à P. Cloetens de l'ESRF.



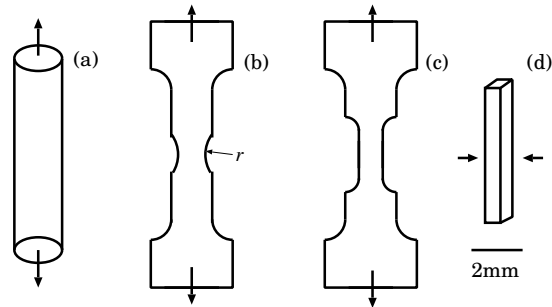
**Figure 5.** Micrographies en MEB à deux grossissements montrant la microstructure des matériaux étudiés avec une inclusion de ZS et des marqueurs de cuivre jouant le rôle de « mouchetis volumique »

pas perturber l'interaction locale entre les grosses inclusions céramiques et la matrice. Cette question est abordée plus précisément à la section 3.4. La résolution retenue pour les images de tomographie assure que les marqueurs sont résolus par 2 à 5 voxels selon leur diamètre, ce qui, par analogie aux méthodes bidimensionnelles semble un « minimum nécessaire » pour assurer un fonctionnement satisfaisant des méthodes de corrélation. Notons que des marqueurs en tungstène, similaires à ceux en cuivre utilisés dans notre travail, ont déjà permis à (Nielsen *et al.*, 2003) de mesurer les gradients macroscopiques dans un matériau homogène à base d'aluminium. Dans cette étude, la méthode de mesure des champs de déplacement reposait sur le repérage des centres de masse des marqueurs d'un état de déformation à l'autre.

Les matériaux étudiés sont fabriqués par métallurgie des poudres selon une procédure spécifique qui vise à disperser les marqueurs de façon homogène dans la matrice. Les poudres sont mélangées en phase liquide dans de l'acétone qui contient un liant organique (le PolyEthylène Glycol -PEG-) dissous. Après mélange, l'acétone est éliminée par chauffage à environ 70°C sous léger vide. Le liant colle les grains de poudres. Ce mélange après solidification est brisé en granulés qui sont tamisés à un diamètre d'environ 500  $\mu\text{m}$ . Ces granulés sont mélangés avec une quantité appropriée de grosses billes de ZS. Le mélange composite est chauffé pour brûler le liant PEG. Le mélange ainsi délianté est ensuite extrudé à 450°C avec un rapport d'aspect de 16/1 afin d'obtenir une densification et de conférer à la matrice une certaine ductilité<sup>2</sup>. Les images de microscopie électronique à balayage (MEB) présentées sur la figure 5 montrent les structures obtenues.

Des éprouvettes de traction contenant 0, 1, 5 et 15 % d'inclusions de ZS ont été fabriquées par cette méthode. La partie utile cylindrique de l'échantillon présente une

2. L'extrusion est réalisée grâce à l'équipement du laboratoire GPM2 de Grenoble et avec l'aide du Dr L. Salvo.



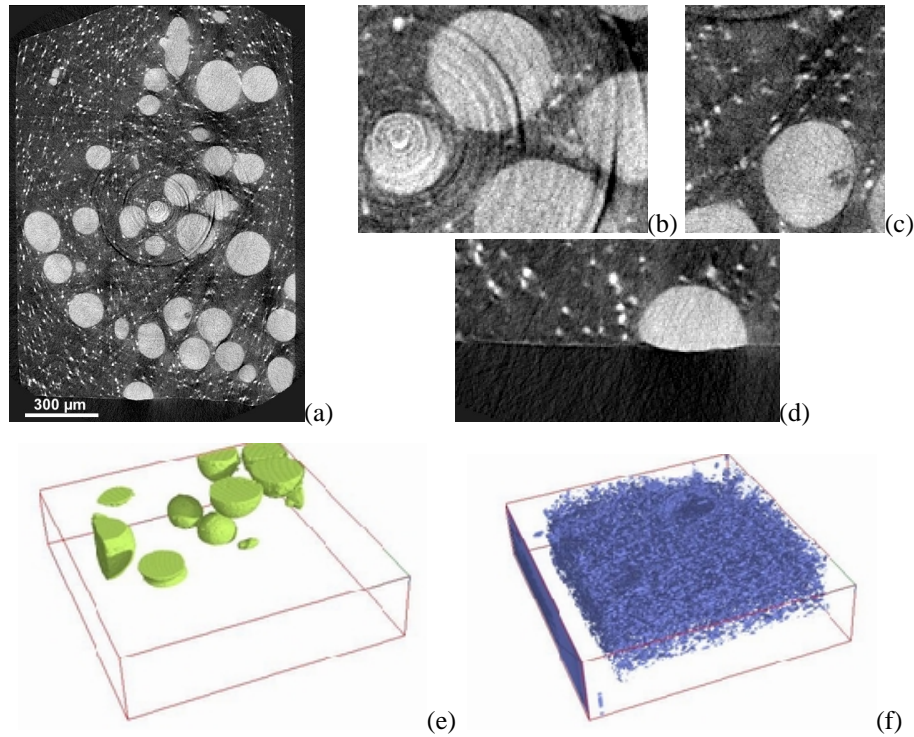
**Figure 6.** Géométrie des divers échantillons testés in situ en traction simple au moyen d'une machine transparente aux rayons X : cylindre homogène (a), échantillons entaillés homogènes (b), échantillons plats composites (c), échantillon composite testé en compression interrompue (d)

section de 1 à 4 mm<sup>2</sup> et une longueur d'environ 1 cm. Plusieurs échantillons non renforcés ont été entaillés avec des rayons d'entaille  $r$  de 0,3 ; 1 et 2 mm (figure 6). Ces entailles induisent des gradients de déformation susceptibles d'être mesurés par la méthode proposée, et représentatifs de gradients plus macroscopiques observables en mécanique des structures. Des microgrilles d'or avec un pas de 8  $\mu\text{m}$  ont aussi été déposées<sup>3</sup> (Allais *et al.*, 1994) sur la surface polie de certains des échantillons avant traction pour permettre la comparaison entre la méthode décrite ici et des mesures plus classiques par corrélation d'images MEB en surface (Bornert *et al.*, 2000a).

La figure 7 montre un exemple de reconstruction tomographique en niveau de gris. Ces coupes reconstruites extraites dans la direction perpendiculaire à l'axe de rotation du tomographe, présentent des artefacts typiques en anneaux dus à la présence de défauts dans certains pixels du détecteur 2D. On observe également des phénomènes d'ombrage au voisinage des particules ZS beaucoup plus denses, ainsi qu'un bruit prononcé en surface. Les représentations 3D en 7e et 7f (obtenues avec une résolution plus élevée) révèlent la répartition spatiale des deux types de particules. Précisons que les images des échantillons composites (matrice Al + inclusions ZS) sont notablement plus bruitées que les échantillons sans inclusions ; ce bruit a une incidence importante sur l'incertitude de mesure, comme on le verra à la section 4.1.

Les échantillons sont observés dans leur état initial puis pour différents états déformés. De deux à quatre états de déformation ont été analysés, le chargement mécanique étant appliqué à l'aide d'une machine de traction spéciale (Buffière *et al.*, 1999), dont la pièce de structure est constituée d'un tube en polymère (PMMA), quasi transpa-

3. Avec l'aide de D. Caldemaïson du LMS de l'École polytechnique.



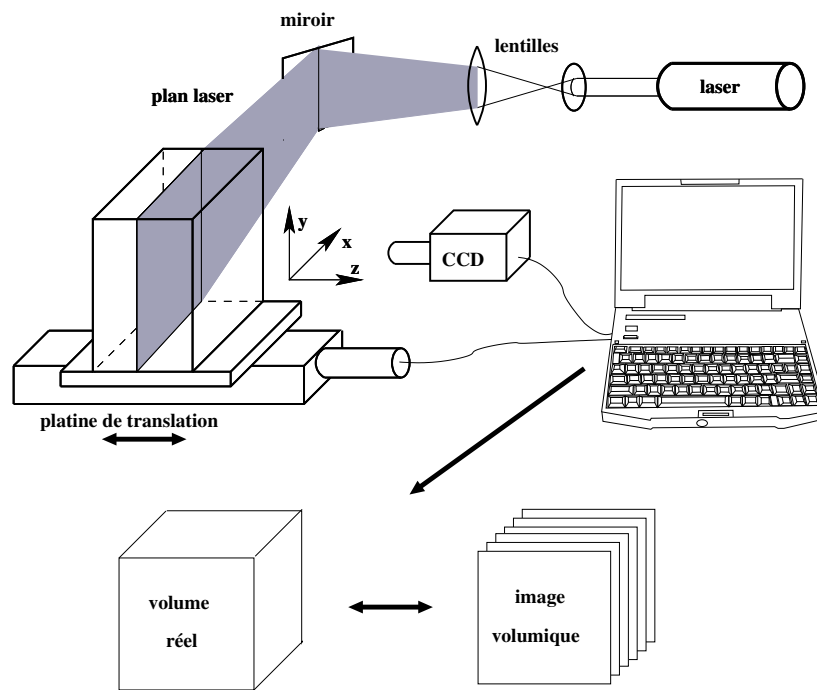
**Figure 7.** Reconstruction tomographique utilisée pour l'extensométrie 3D, résolution  $2 \mu\text{m}/\text{voxel}$  : vue globale d'une section à  $z$  constant d'un échantillon composite (a) ; détails montrant des artefacts de reconstruction en forme d'anneaux d'axe  $z$  (b) dus à des pixels défectueux dans le détecteur, ou de rayons (c) induits par le fort contraste d'absorption entre matrice et particules ZS ; le bruit en surface d'échantillon est visible en (d) ; visualisations 3D de la distribution spatiale des sphères de ZS (e) et des marqueurs en cuivre (f) ; résolution  $0,7 \mu\text{m}/\text{voxel}$  pour (e) et (f)

rent aux rayons X, qui permet d'acquérir sous charge des radiographies sous  $180^\circ$  de rotation.

### 3.3. Diffusion laser

Dans les matériaux transparents, l'obtention d'images tridimensionnelles est basée sur les propriétés de transmission de la lumière. Avec une source appropriée de lumière, il est assez aisé d'éclairer une partie d'un échantillon, comme une section, et d'enregistrer une image 2D standard représentant cette section. Le contraste de cette image n'est pas modifié par le reste du volume non éclairé. En répétant ce proces-

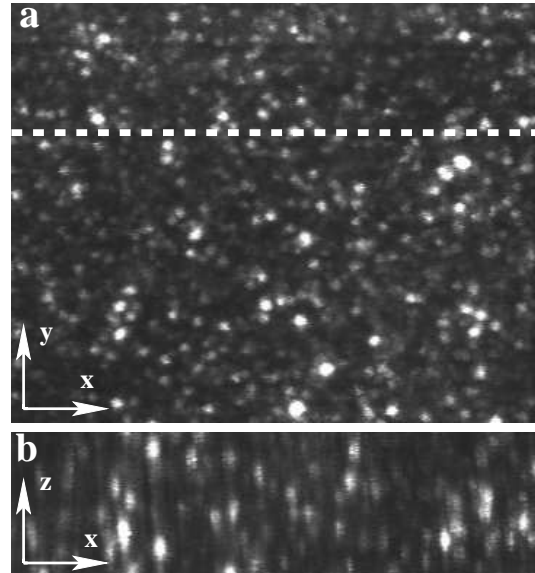
sus pour différentes zones, il est possible d'obtenir une image tridimensionnelle de l'échantillon. Dans notre cas, une image 3D est formée à partir d'une série d'images 2D de sections obtenues en balayant le volume du spécimen par un faisceau laser plan. Le faisceau lumineux est obtenu avec un montage optique simple, constitué d'un laser d'une puissance maximale de 3W, d'une lentille convergente, d'un compensateur de Babinet et d'une lentille cylindrique. L'enregistrement des images est effectué par une caméra CCD située perpendiculairement au plan laser (figure 8) et le balayage du volume est obtenu de manière automatique grâce à une table de translation motorisée. Ces deux opérations sont complètement gérées par un logiciel spécifiquement développé.



**Figure 8.** Reconstruction du volume

Pour utiliser la technique de corrélation, il est nécessaire de disposer de marqueurs suivant la déformation du spécimen au cours du chargement. Les matériaux transparents présentent naturellement des impuretés qui forment un motif aléatoire avec la diffusion de la lumière. Cependant, si le contraste ou la densité de ce motif est trop faible, des particules sont ajoutées à l'échantillon. En fonction du matériau, plusieurs types de particules peuvent être utilisés, comme des particules de silice ou de polyamide, ou des sphères creuses de verre revêtues d'argent. L'exemple présenté ici est une résine époxy transparente et des particules de silice de quelques micromètres de diamètre sont incluses en faible proportion (0,02 % en masse). La figure 9 représente

le contraste obtenu dans le plan  $xy$  de la caméra CCD (image a,  $366 \times 288$  pixels, 8 bits) et dans le plan perpendiculaire  $xz$  matérialisé par la ligne dessinée en pointillés (image b,  $366 \times 100$  pixels, 8 bits), avec une puissance du laser de 0,3W.



**Figure 9.** Motif aléatoire dans un matériau transparent ; sections dans une image 3D de  $366 \times 288 \times 100$  voxels, représentant un volume de  $10,6 \times 8,35 \times 2,9 \text{ mm}^3$

Pour assurer une mesure par corrélation avec la meilleure précision en tout point, le contraste et la densité du motif aléatoire doivent être uniformes dans tout le volume. Un soin particulier est nécessaire pour obtenir une distribution uniforme des particules durant la réalisation de l'échantillon. L'enregistrement des images 3D n'assure pas de manière automatique une représentation du motif aléatoire avec la même résolution dans la direction  $z$ , perpendiculairement au plan de la caméra CCD et dans les directions  $x$  et  $y$  d'une tranche. Pour avoir des voxels cubiques, le pas entre deux sections successives et le grandissement de la lentille de focalisation définissant l'épaisseur du plan laser doivent être sélectionnés en accord avec la résolution de la caméra. Par exemple, l'image de la figure 9 correspond à une résolution de 0,029 mm/voxel, obtenue avec une lentille x10. Le contraste local peut être altéré par la présence de franges de Weller liées aux propriétés photoélastiques et de diffusion des matériaux transparents. Ces franges sont atténuées par la présence du compensateur de Babinet dans le montage optique (Dupré *et al.*, 1997). Un contraste additionnel d'origine speckle laser (interférence de la lumière diffusée de chaque impureté due à la cohérence du laser) présente des variations liées à l'évolution de l'indice optique avec la déformation. Pour permettre d'apparier les images à différents états, ce contraste est éliminé en rendant la lumière du laser incohérente. Bien que la distance entre la caméra CCD et le plan laser n'évolue pas, on note l'apparition d'un flou quand la distance parcourue par la

lumière à travers le volume dans la direction  $z$  augmente. Cet effet dépend de la nature diffusante du matériau et de la quantité de particules ajoutées. Si la diffusion dans le matériau est trop importante ou si une trop grande proportion de particules est introduite dans l'échantillon, la lumière des particules dans la section éclairée est modifiée par la diffusion des particules qui se situent entre cette section et la caméra CCD. Ce phénomène limite la profondeur maximale que l'on peut analyser avec cette méthode de mesure. Pour l'échantillon étudié, un parallélépipède de  $82 \times 72 \times 38 \text{mm}^3$ , la limite est de l'ordre de 20 mm.

### 3.4. Perturbations induites par la présence des marqueurs

Pour les deux types d'images, le contraste nécessaire à l'analyse par corrélation est obtenu par l'introduction d'un matériau additionnel sous la forme de petites particules, de taille nettement plus faible que les dimensions caractéristiques des gradients de déformation à mesurer. Les matériaux ainsi marqués ne sont plus les mêmes que les matériaux d'origine et leur comportement mécanique est susceptible d'être modifié. Le but de l'analyse présentée dans cette partie est de vérifier que les matériaux marqués peuvent être considérés, à l'échelle de la mesure, comme des matériaux homogènes, de comportement certes légèrement modifié par rapport aux matériaux d'origine, mais tels que les champs mesurés dans ces matériaux modèles puissent être considérés comme étant représentatifs de ceux rencontrés, à la même échelle de mesure, dans des matériaux réels non marqués.

Cette influence des marqueurs a été étudiée par une approche numérique, qui reprend les données de la situation *a priori* la plus défavorable : celle des images de microtomographie où la fraction volumique des marqueurs est élevée. Les marqueurs de cuivre utilisés présentent un comportement mécanique plus dur que celui de l'aluminium ; ils renforcent donc légèrement le comportement de la matrice et, de plus, risquent de modifier le champ des déformations mesurées dans la matrice lorsque le composite est sollicité. Dans une première étape, le comportement de la matrice en présence des marqueurs a été déterminé, et un comportement homogénéisé en a été déduit. Dans une deuxième étape, le système à trois phases « aluminium + marqueurs de cuivre + renforts de zircone-silice » a été comparé au système à deux phases « matrice homogénéisée (Al+Cu) + renforts de zircone-silice ». Toutes les simulations numériques présentées ici ont été menées sous l'hypothèse des petites perturbations au moyen d'une méthode numérique à base de transformée de Fourier rapide (FFT) introduite par (Moulinec *et al.*, 1998) et autorisant l'analyse des microstructures avec un nombre très élevé de degrés de liberté.

#### 3.4.1. Microstructures synthétiques

Plusieurs microstructures synthétiques ont été construites dans lesquelles les marqueurs et les renforts étaient considérés comme des sphères impénétrables disposées aléatoirement dans le volume élémentaire représentatif (VER). Des sphères de ZS d'un diamètre de  $150 \mu\text{m}$  et occupant une fraction volumique de 20 % ont été choisies

Diamètre des marqueurs Cu en voxels	$\Sigma_{xx}$ (à $E_{xx} = 0, 1$ )
29,25	105,37
4,63	105,54
7,31	105,79
3,66	105,16

**Tableau 1.** *Effet de la résolution spatiale : contrainte macroscopique du même système Al + 8 marqueurs de Cu, fraction volumique=5 %, soumis à une traction simple dans la direction x, pour différentes résolutions spatiales*

pour cette simulation. Les marqueurs de cuivre avaient un diamètre de 5  $\mu\text{m}$  et une fraction volumique de 4 % (c'est-à-dire de 5 % dans la matrice). Ce rapport entre la taille des sphères de ZS et celle des marqueurs de Cu est presque le plus petit dans la gamme des granulométries des matériaux expérimentaux. Ainsi, le cas traité numériquement correspond à une situation défavorable, dans laquelle la séparation d'échelle entre les effets des marqueurs et des renforts est la plus réduite. L'aluminium est supposé avoir un comportement élasto-plastique (module de Young de 69 GPa, coefficient de Poisson de 0,33, écrouissage isotrope décrit par une courbe obtenue expérimentalement). Pour le cuivre, un comportement élasto-plastique parfait (module de Young de 110 GPa, coefficient de Poisson de 0,33, contrainte limite d'écoulement de 300 MPa) est retenu. La zircone-silice est supposée élastique linéaire isotrope (module de Young de 102 GPa, coefficient de Poisson de 0,23).

#### 3.4.2. Homogénéisation de la matrice Aluminium + Cuivre

Afin de pouvoir générer des microstructures Al+Cu+ZS comportant un nombre suffisant d'inclusions de ZS sans que le volume de calcul devienne prohibitif, il est préférable de choisir une discrétisation pour laquelle le nombre de voxels décrivant un marqueur de cuivre sera petit, sans que la qualité des calculs en soit affectée. Afin de déterminer la sensibilité de la méthode numérique à la discrétisation spatiale, une microstructure donnée composée d'une matrice d'aluminium et de 8 sphères de cuivre a été générée pour plusieurs tailles (mesurées en voxels) du volume élémentaire, ou, autrement dit, pour plusieurs tailles en voxels du diamètre d'un marqueur. Un essai de traction simple sur cette microstructure a été simulé avec différentes résolutions. Par ailleurs, la méthode numérique employée utilise des transformées de Fourier discrètes (algorithme de FFT) et suppose ainsi des conditions implicites de périodicité pour les champs de déformations et de contraintes, avec pour période le volume parallélépipédique sur lequel porte le calcul. Les courbes de traction obtenues (non présentées ici) sont quasi identiques. Le tableau 1 présente la contrainte macroscopique obtenue à une déformation de 10 % dans la direction de traction. Il apparaît qu'une discrétisation pour laquelle le diamètre d'un marqueur de cuivre est de 3,66 voxels est suffisante pour bien décrire le comportement macroscopique de l'aluminium en présence de marqueurs de cuivre.



Cette résolution a été utilisée dans une microstructure synthétique de plus grande taille ( $64 \times 64 \times 64$  voxels, 512 marqueurs de cuivre), assurant un comportement macroscopique plus isotrope et le même essai de traction que précédemment a été simulé. La courbe de réponse (voir figure 10) révèle un certain renforcement dû à la présence des marqueurs (pour une déformation de 10 %, la contrainte macroscopique dans l'aluminium pur atteint 101,2 MPa contre 105,37 MPa dans le composite Al+Cu). Une loi d'écroutissement du matériau homogénéisé (Al+Cu) a été déduite de cette courbe de traction.

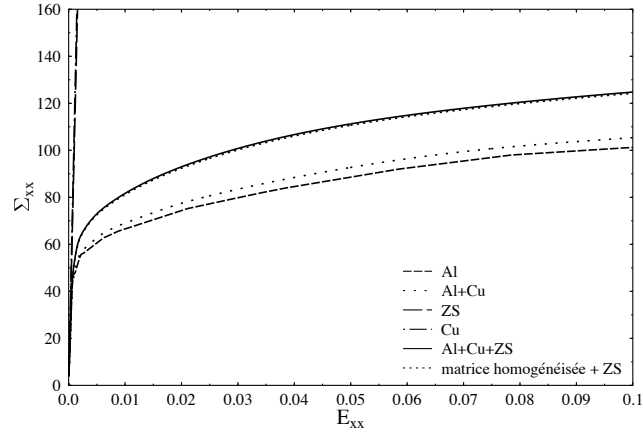
### 3.4.3. Influence de la présence de marqueurs de cuivre dans un composite d'aluminium renforcé par des particules de zircon-silice

Le comportement du système triphasé Al+Cu+ZS a été comparé à celui du système biphasé « matrice homogénéisée (dont le comportement a été obtenu comme indiqué ci-dessus) + ZS », pour une microstructure dans laquelle 8 sphères de ZS ont été disposées. Ces systèmes ont été choisis de façon que la microstructure qu'ils décrivent soit suffisamment complexe pour bien rendre compte des hétérogénéités dans un matériau réel, dans les limites des moyens informatiques utilisés (un calcul occupe près de 7 Go de mémoire centrale), sans chercher à ce que le volume constitue un véritable volume élémentaire représentatif. Ces microstructures ont été construites avec la résolution retenue dans la section précédente et comportaient  $300 \times 300 \times 300$  voxels. Elles sont représentées en figure 12a et b.

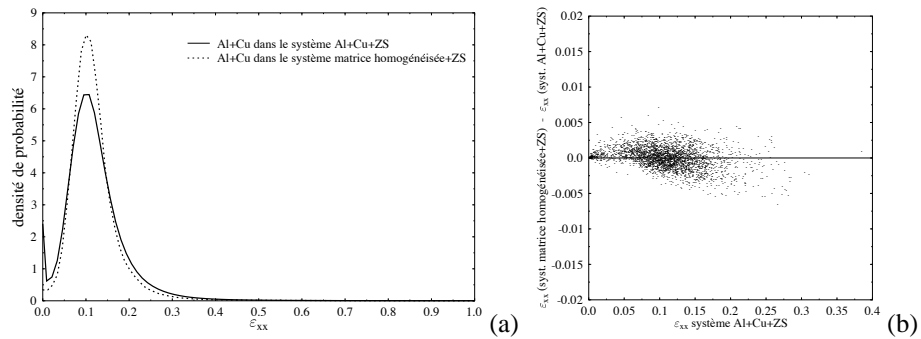
Les courbes de traction obtenues pour le système 3 phases et le système matrice homogénéisée + renforts de ZS sont très proches (voir figure 10). L'écart entre la contrainte à 10 % de déformation des deux systèmes était de 0,45 %.

Les valeurs moyennes de la déformation  $\epsilon_{xx}$  (*i.e.* la déformation dans la direction de traction) dans la matrice pour le système à deux phases ou le système à trois phases sont quasi identiques ( $\langle \epsilon_{xx} \rangle_{matrice} = 12,45$  % dans les deux cas, pour une déformation moyenne dans le composite de 10 %). En revanche, les histogrammes des déformations locales dans la matrice pour le système biphasé ou le système triphasé révèlent quelques différences (voir figure 11). Les valeurs plus élevées de l'histogramme pour le système 3 phases aux valeurs de déformation voisines de 0 sont dues aux voxels dans les marqueurs de cuivre qui sont très peu déformés. Les localisations de déformations dans l'aluminium au proche voisinage des marqueurs dans le système 3 phases induisent des valeurs plus élevées de l'histogramme pour les grandes valeurs des déformations ( $\epsilon_{xx} > 0,15$ ).

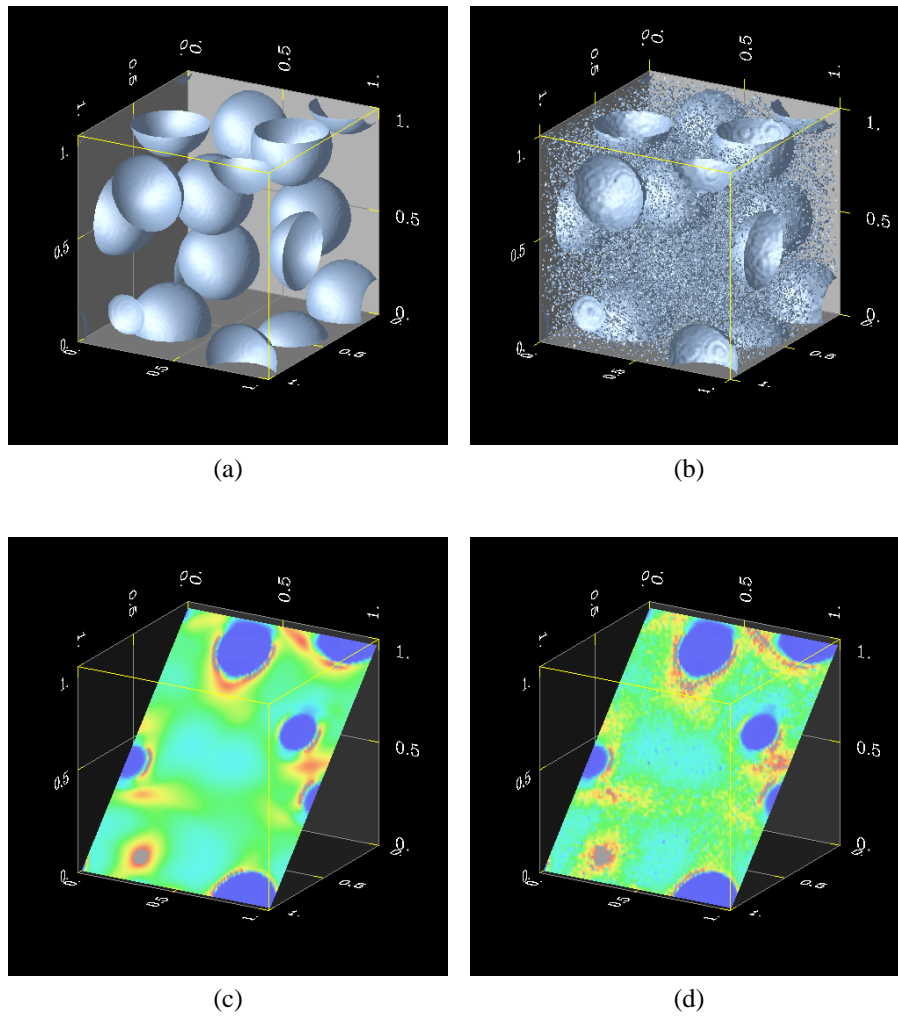
On observe donc une différence des champs locaux à l'échelle des marqueurs. En revanche, à l'échelle de la mesure expérimentale par corrélation d'images, les deux calculs donnent quasiment la même réponse. Ceci est illustré par le nuage de points en figure 11b, donnant l'écart entre la déformation moyenne dans des volumes de  $20^3$  voxels, correspondant sensiblement à la résolution spatiale de la mesure, dans les deux calculs, à la même position, en fonction de la valeur de cette déformation dans l'un des calculs. Ces écarts sont presque tous inférieurs à 0,5 %, pour des niveaux de déformation proches de 10 %, confirmant ainsi la représentativité des champs mesurés



**Figure 10.** Courbes (contrainte de traction/déformation de traction) issues des simulations numériques : aluminium, cuivre, zircone-silice, matrice Al + marqueurs de Cu, microstructure contenant 8 inclusions de ZS dans la matrice homogénéisée (Al+Cu), ou dans la matrice d'Al en présence de marqueurs



**Figure 11.** Comparaison entre microstructures comportant 8 sphères de ZS, dans le système 3 phases (Al + marqueurs de Cu + renforts de ZS) et le système à deux phases (matrice homogénéisée + renforts de ZS) : (a) histogramme des déformations à l'échelle des voxels du calcul, (b) comparaison des déformations à l'échelle de la mesure expérimentale (moyennes dans des volumes de  $20^3$  voxels)



**Figure 12.** Microstructures et déformations équivalentes calculées pour un essai de traction simple dans la direction  $x$  (déformation moyenne  $\langle \epsilon_{xx} \rangle = 10\%$ ) : a) microstructure composée de la matrice homogénéisée (Al+Cu) + 8 inclusions sphériques de ZS ; b) microstructure composée de la matrice Al + marqueurs de Cu + 8 inclusions sphériques de ZS ; c) vue en coupe du champ des déformations équivalentes pour la microstructure a ; d) vue en coupe du champ des déformations équivalentes pour la microstructure b

dans les matériaux marqués vis-à-vis de ceux dans un matériau à matrice homogène. Cette similitude entre les champs de déformation pour les deux systèmes est illustrée qualitativement par les représentations tridimensionnelles des champs de déformation équivalente  $\epsilon_{eq} (= \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\underline{e}} : \underline{\underline{e}}}$ ,  $\underline{\underline{e}}$  étant le déviateur) fournies en figure 12c et d.

#### 4. Résultats

Dans cette partie sont présentés les résultats de la mise en œuvre effective de la technique décrite précédemment pour trois types de sollicitation. Il s'agit d'abord de mouvements rigides de translation permettant d'évaluer pour des situations réelles les incertitudes d'appariement de points homologues en volume, tant pour la technique tomographique que pour les images optiques. La mesure de déformations volumiques sur des matériaux homogènes est ensuite abordée, d'abord dans une situation où l'on attend une déformation homogène, puis sur les échantillons entaillés présentant des gradients macroscopiques de dimensions caractéristiques millimétriques. La méthode est finalement appliquée à l'analyse de gradients locaux dans les matériaux composites, de dimensions caractéristiques de l'ordre de la centaine de micromètres. Pour ces deux derniers cas, seuls les résultats obtenus avec la technique microtomographique sont discutés.

##### 4.1. Évaluation des incertitudes par l'analyse de mouvements de translation

L'incertitude sur la mesure des déplacements par les techniques de corrélation 2D avec des images de caméras CCD (images en 8 bits de bonne qualité) et un motif aléatoire approprié est connue (de l'ordre de 1/100 pixel, pour de petites déformations). On se propose ici de vérifier que la même précision peut être atteinte avec l'extension 3D de ces techniques et des images de microtomographie aux rayons X et de diffusion laser. Des études antérieures sur des matériaux biologiques réels ou modèles (Bay *et al.*, 1999; Verhulp *et al.*, 2004), observés en tomographie avec des résolutions spatiales plus faibles (quelques dizaines de micromètres), concluent à une incertitude plus élevée et aucun résultat n'est connu pour les matériaux transparents. L'évaluation est menée à partir de l'analyse de translations « subvoxel » de l'échantillon. Le résultat peut être considéré comme une minoration des incertitudes réelles pour des mouvements arbitraires non rigides, qu'il est malheureusement très difficile d'évaluer de manière purement expérimentale, du fait de l'inexistence de dispositifs permettant l'application de déformations homogènes parfaitement maîtrisées.

Le principe consiste à enregistrer deux images 3D d'un même échantillon avant et après translation et à mesurer par corrélation le mouvement de plusieurs milliers de points sur une grille régulière d'un pas de 20 voxels dans toutes les directions. L'analyse a été menée avec des domaines de corrélation de  $30^3$  voxels. Un traitement statistique permet d'évaluer la valeur moyenne et les fluctuations du champ de déplacement mesuré et fournit notamment l'écart type dans chaque direction. Pour les matériaux

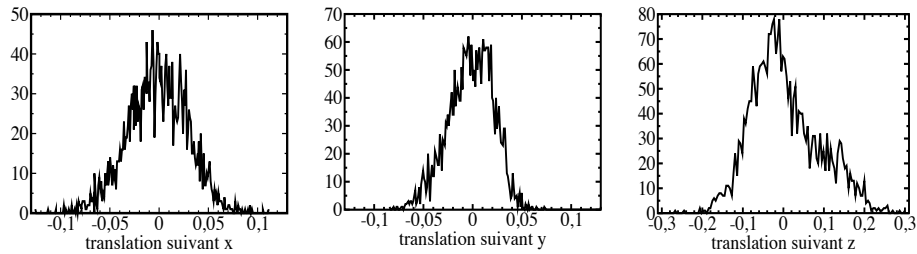
transparents, la valeur de la translation est connue, puisqu'elle est imposée au moyen de la platine de translation motorisée utilisée pour l'enregistrement des images. En plus de l'erreur aléatoire, l'erreur systématique peut être évaluée par différence entre la translation moyenne mesurée et la valeur imposée. Pour la microtomographie, le déplacement réel imposé par une platine de translation n'est pas connu avec une précision suffisante pour permettre une comparaison avec le traitement d'image. Pour des raisons pratiques, il n'est pas possible d'imposer de mouvement selon l'axe  $z$ .

Les tableaux 2 et 3 fournissent les résultats des traitements statistiques pour le matériau transparent et pour un échantillon cylindrique homogène (figure 6a) observé par tomographie, présentant un niveau de bruit de reconstruction relativement faible. Pour ces deux applications, la technique de corrélation volumique conduit à une incertitude proche de celle connue en 2D : pour les images de microtomographie, l'écart type est de l'ordre de 0,01 voxels et légèrement plus élevé pour les matériaux transparents pour les directions  $x$  et  $y$  (0,02 à 0,03 voxels), du fait d'une moins bonne qualité des images de diffusion due au phénomène de flou évoqué précédemment. Pour ces images, on note également dans la direction  $z$  une incertitude deux à trois fois plus grande que celle dans les directions  $x$  et  $y$ , qui correspond à la présence d'une autre erreur systématique, illustrée par la figure 13 qui donne les histogrammes des écarts dans chaque direction. Les deux premiers histogrammes montrent une distribution aléatoire gaussienne des erreurs contrairement au dernier qui présente une distribution asymétrique. Pour la direction  $z$ , on observe en effet une augmentation de la valeur des écarts avec  $x$  (de gauche à droite). Cette croissance est légère jusqu'au 2/3 de l'échantillon puis plus forte, comme le montre la figure 14a. Le phénomène est lié à l'entrée du faisceau laser dans le matériau : la surface de l'échantillon diffuse la lumière dans toutes les directions et le faisceau n'éclaire pas seulement une tranche dans cette zone. L'éclairage des particules voisines s'ajoute à celui de la tranche à acquérir. Avec un tel contraste, il est impossible de suivre précisément les déplacements des particules. Lorsque l'on s'écarte de cette zone, l'intensité de la lumière diffusée par le bord diminue et le contraste supplémentaire disparaît. L'évaluation de l'erreur de mesure en dehors du voisinage du bord, comme sur la zone représentée sur la figure 14, donne une distribution plus symétrique et une valeur plus faible de l'écart type, évalué à 0,046 voxel, plus proche de celles obtenues dans les autres directions. L'écart maximal diminue également de -0,752 voxel à -0,155 voxel. Pour résoudre le problème, on peut immerger l'échantillon dans un réservoir à liquide d'indice.

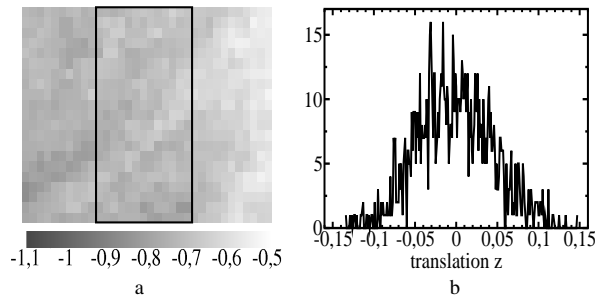
	Translation imposée	Erreur			Paramètres
		moyenne	écart type	écart maxi	
X	-22,188	-0,634	0,030	-0,124	29 $\mu\text{m}/\text{voxel}$
Y	0	-0,151	0,025	0,212	2 856 points
Z	6,275	-0,847	0,085	-0,752	

**Tableau 2.** *Évaluation des erreurs en voxels pour les matériaux transparents*

Dans le cas des images de microtomographie rayons X, on n'observe pas d'erreur systématique significative, les écarts se répartissant selon une loi aléatoire normale de



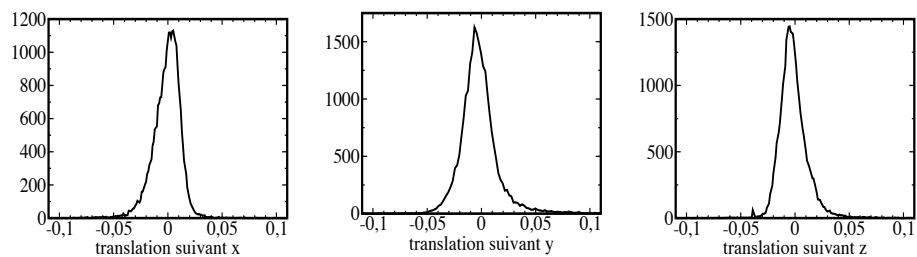
**Figure 13.** Histogrammes des écarts en voxels dans les trois directions  $x$ ,  $y$  et  $z$  ; matériaux transparents



**Figure 14.** Écarts en voxels dans la direction  $z$  : représentation dans le second plan de points de mesure (a), histogramme sur la zone réduite entourée en noir (b)

	Translation moyenne	Écart type	Écart maxi	Paramètres
X	4,10	0,013	0,193	2 $\mu\text{m}$ /voxel 24 024 points
Y	13,52	0,011	-0,273	
Z	-0,23	0,013	-0,246	

**Tableau 3.** Évaluation des erreurs en voxels pour la tomographie aux rayons X ; matériau sans particules ZS



**Figure 15.** Histogrammes des écarts en voxels dans les trois directions  $x$ ,  $y$  et  $z$  ; microtomographie

moyenne nulle comme en témoignent les histogrammes de la figure 15. Les incertitudes atteintes sont ainsi légèrement supérieures à celles obtenues avec des images optiques en 2D, à cause d'une plus grande difficulté à obtenir des images 3D sans défaut de contraste. Pour les images de microtomographie aux rayons X, on note plusieurs points situés au centre de l'échantillon, dont le contraste local est modifié entre les images de référence et déformée, en raison des erreurs de reconstruction des niveaux de gris tomographiques, liées à l'existence de pixels défectueux dans le détecteur, affectant ainsi des voxels différents après translation de l'échantillon. La technique de corrélation échoue en ces points. Comme leur nombre reste faible, l'écart type de l'erreur n'est que légèrement affecté mais les écarts maximaux présentent des valeurs plus grandes. Notons que lorsqu'on adopte des domaines de corrélation plus petits ( $20^3$  voxels), l'incertitude s'élève à environ 0,02 voxels, du fait de l'effet croissant de ces erreurs de reconstruction, occupant un domaine relatif plus grand dans les domaines de corrélation, ainsi que par le nombre moyen de marqueurs dans les domaines plus petit.

Dans le cas des matériaux transparents, il n'existe aucun point où le contraste évolue notablement entre les deux images, mais le flou évoqué à la partie précédente agit sur l'ensemble du volume rendant les marqueurs moins nets et la détection de leur déplacement moins sensible. En conséquence, les écarts maximaux sont plus faibles mais l'incertitude est supérieure à celle obtenue en microtomographie.

L'erreur systématique par rapport à la translation imposée que l'on peut évaluer pour les matériaux transparents est importante dans cet exemple, particulièrement dans les directions  $x$  and  $z$ . Pour la résolution utilisée, l'amplitude réelle de l'erreur reste faible, au maximum de l'ordre de  $24 \mu\text{m}$ , et est liée à un léger défaut d'alignement entre les axes de la caméra CCD et de la platine de translation. Un tel défaut d'alignement existe aussi pour les images de tomographie, puisqu'on enregistre un petit mouvement selon la direction  $z$ , alors qu'aucun mouvement n'est imposé. Ces erreurs systématiques n'ont pas d'incidence sur la détermination des tenseurs des déformations locales.

L'incertitude de mesure des déplacements tridimensionnels avec cette méthode est ainsi du même ordre de grandeur que celle obtenue avec les techniques de corrélation plus classiques. D'après la relation [11], pour les matériaux transparents, on peut espérer pouvoir mesurer toutes les composantes du tenseur des déformations locales sur une base de mesure de 30 voxels (soit environ 0,9 mm) avec une incertitude d'environ  $\pm 0,1 \%$  (éventuellement plus élevée pour les gradient du déplacement  $w$  si les perturbations évoquées plus haut ne sont pas corrigées). Pour les images de microtomographie, les incertitudes sont potentiellement légèrement plus faibles, d'environ  $\pm 0,03 \%$  pour une base de mesure de 30 voxels (soit  $60 \mu\text{m}$ ), ou  $\pm 0,07 \%$  pour une base de mesure de 20 voxels. Il faut toutefois s'attendre à des erreurs maximales relativement élevées (environ 20 fois l'écart type) du fait de la présence des artefacts perturbant localement notablement le contraste local. Rappelons que les valeurs ci-dessus sont des *minorants des écarts types des incertitudes*, ignorant les sources d'erreurs additionnelles, notamment celles induites par la déformation.

L'application à l'étude par tomographie de matériaux composites s'avère malheureusement plus difficile. L'analyse de mouvements de translation d'échantillons renforcés conduit en effet aux résultats du tableau 4, où l'on constate d'une part que les écarts types sont 10 fois plus élevés et d'autre part que la procédure de corrélation peut être mise en échec dès la phase de recherche d'une solution approchée au voxel près, comme en témoignent les valeurs des écarts maximaux, atteignant plusieurs voxels. Ce résultat peut s'expliquer par le bruit dû aux erreurs de reconstruction, d'intensité nettement plus élevée, pouvant fortement perturber voire masquer le contraste fourni par les marqueurs, et notablement plus nombreuses. Un grand nombre de domaines de corrélation sont ainsi affectés d'un bruit important qui dégrade l'incertitude moyenne, et un nombre non négligeable de domaines sont affectés d'un bruit masquant trop fortement le contraste des marqueurs et induisant des évaluations de déplacement totalement aberrantes. L'incertitude sur la mesure des déformations locales dans les conditions évoquées plus haut peut ainsi approcher 1 %, avec des erreurs locales susceptibles d'atteindre plusieurs pourcents. Ces défauts perturbent fortement l'analyse des déformations locales dans les composites faiblement déformés, ainsi qu'on le constatera à la section 4.3.

	Translation moyenne	Écart type	Écart maxi	Paramètres
X	6,19	0,188	7,0	2 $\mu\text{m}/\text{voxel}$
Y	0,38	0,106	5,4	15 120 points
Z	-0,19	0,110	1,3	

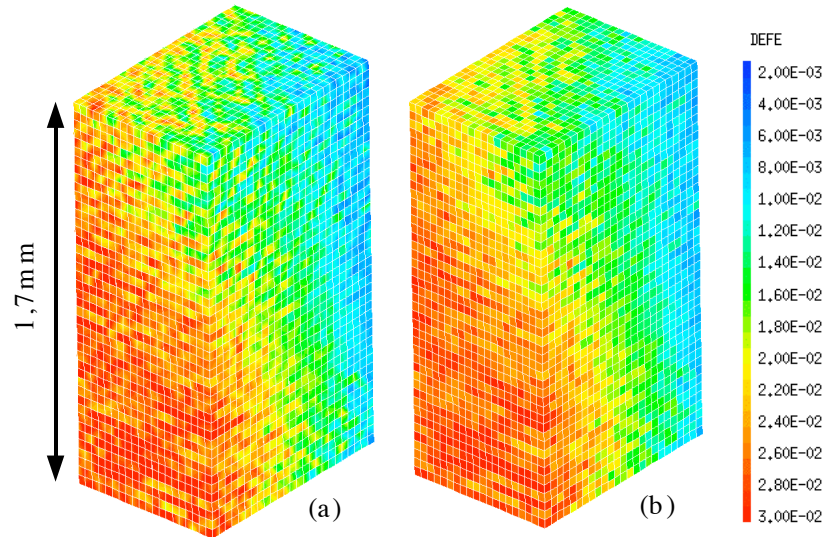
**Tableau 4.** *Évaluation des erreurs en voxels pour les matériaux composites ; analyse sur les points dans la matrice marquée, le contraste dans les renforts ZS n'étant pas suffisant pour la corrélation*

Pour achever cette partie sur l'évaluation des incertitudes, précisons que les erreurs résiduelles obtenues avec les images des matériaux non renforcés semblent réparties uniformément dans tout l'espace d'analyse, sans corrélations spatiales (à l'exception des rares points affectés d'un artefact de reconstruction), ce qui suggère qu'il n'y a pas de distorsion géométrique notable. Ce point mériterait toutefois une vérification complémentaire reposant sur l'analyse de mouvements rigides de plus grande amplitude et comportant des rotations.

#### **4.2. Analyse d'échantillons présentant des gradients macroscopiques**

L'analyse des déformations au sein d'un bloc au cœur d'un échantillon cylindrique (géométrie (a) en figure 6) a pu être menée sans difficulté majeure, sous l'hypothèse de translation pure des domaines de corrélation. La figure 16 présente la distribution des déformations équivalentes, à l'issue de la première étape de chargement, les parties





**Figure 16.** Déformation équivalente dans un bloc à cœur d'un échantillon homogène cylindrique, calculée aux points d'intégration (a) ou moyennée sur les éléments CUB8 (b); domaines de corrélation de  $20^3$  voxels, formulation sans prise en compte du gradient; un point de mesure tous les 20 voxels, soit  $40 \mu\text{m}$ , 24 024 points de mesure

symétrique et antisymétrique du gradient moyen de la transformation sur ce domaine valant, en pourcents :

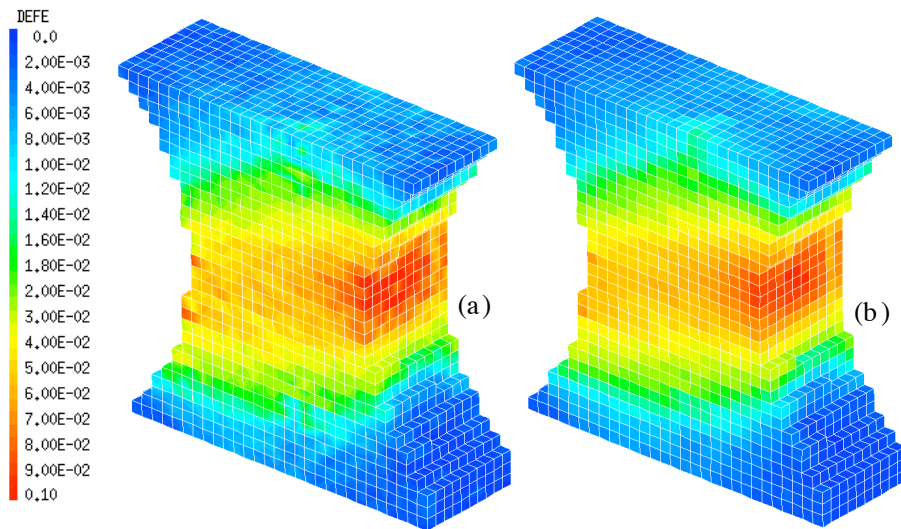
$$\underline{[F - \underline{I}]} = \begin{bmatrix} -0,58 & 0,03 & 0,15 \\ 0,03 & -1,01 & 0 \\ 0,15 & 0 & 1,81 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0 & -0,52 & 0,32 \\ 0,52 & 0 & 0,38 \\ -0,32 & -0,38 & 0 \end{bmatrix} \quad [13]$$

Le fait d'observer un gradient local de déformation et non pas l'état homogène attendu peut être attribué à un léger défaut d'alignement du dispositif de traction induisant une flexion en début d'essai, que confirme l'existence d'une légère rotation de corps rigide globale, d'environ 0,4 degrés. Ce résultat confirme l'aptitude de la technique à détecter sans ambiguïté de tels défauts, contrairement à une approche plane ne fournissant qu'une projection des mouvements associés. L'analyse révèle aussi l'anisotropie du comportement du matériau induite par son extrusion à travers une filière non circulaire : les contractions transverses ne sont pas identiques selon les directions  $x$  et  $y$ , mais ces deux directions sont bien des directions principales puisque la composante  $\epsilon_{xy}$  est presque nulle.

D'après la relation [11], l'incertitude sur les composantes locales de  $\underline{F}$  devrait être de l'ordre de 0,07 % en écart type (domaines de corrélation et éléments finis de 20 voxels de côté). La représentation 16b donnant les déformations moyennées sur les éléments révèle toutefois des fluctuations apparemment aléatoires d'amplitude

légèrement plus élevée (l'incrément entre deux nuances de couleurs est de 0,2 %), ce bruit étant plus prononcé dans la représentation des déformations aux points de Gauss en figure 16a. On note aussi l'existence de quelques franges parallèles suggérant la présence d'erreurs systématiques corrélées à la partie décimale du déplacement local en voxels, analogues à celles observées en 2D (Doumalin *et al.*, 1999).

La prise en compte du gradient local atténue cet effet comme en attestent les mesures au premier niveau de charge sur les échantillons entaillés, représentés en figure 17 pour l'échantillon avec une entaille de rayon 2 mm, où la carte des couleurs pour les faibles niveaux de déformation est quasiment la même qu'en figure 16. On n'observe quasiment plus de telles franges, la représentation des déformations aux points d'intégration restant, comme il se doit, toujours plus fluctuante que celle des moyennes sur les éléments. L'incertitude estimée d'après [11] est de 0,04 % (domaine de corrélation de  $30^3$  voxels, moyenne sur les éléments, base de mesure de 20 voxels soit  $56 \mu\text{m}$ ), et il semble qu'elle soit effectivement proche de cette valeur, en tout cas meilleure que 0,2 % pour des niveaux de déformation variant entre 0 et quelques pourcents.



**Figure 17.** Échantillon entaillé (rayon d'entaille 2 mm, largeur en fond d'entaille 1 mm, épaisseur 0,7 mm) au premier état de déformation ; résolution  $2,8 \mu\text{m}/\text{voxel}$ , domaines de corrélation de  $30^3$  voxels avec prise en compte du gradient de la transformation ; 7 869 points de mesure ; déformation équivalente calculée aux points d'intégration (a) ou moyennée sur les éléments CUB8 (b) ; échelle de couleur non linéaire

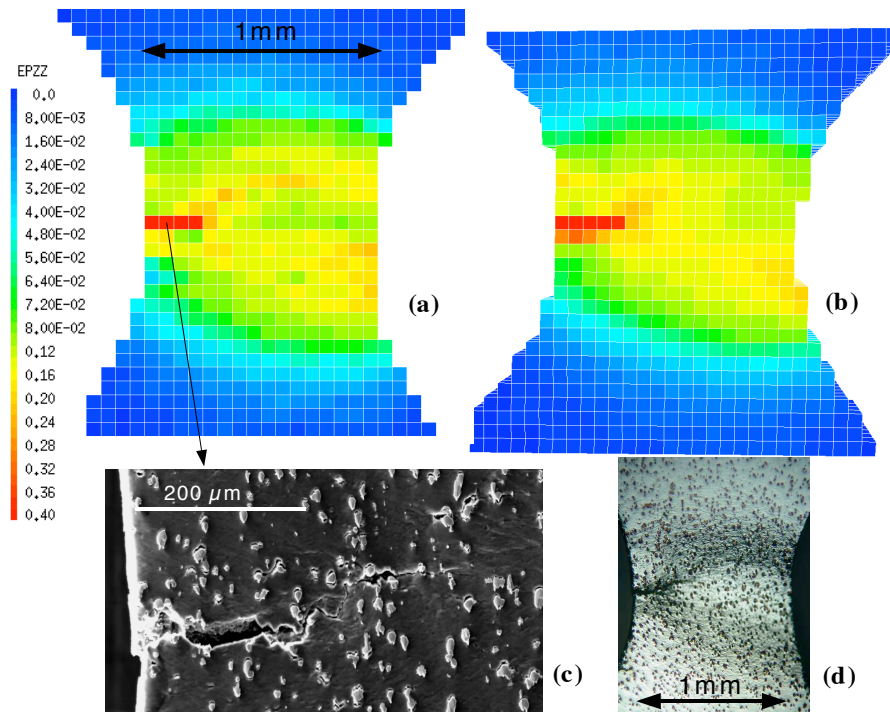
L'aptitude de la technique à suivre des déformations plus importantes est illustrée par la comparaison, pour ce même échantillon entaillé mais au dernier état de sollicitation, avec la mesure surfacique par corrélation d'images MEB, présentée en figure 18. Pour cette confrontation, on s'est assuré de l'égalité des bases de mesure,

en prenant un pas de 110 pixels pour l'analyse surfacique et des domaines de corrélation de même taille (résolution des images MEB de  $0,5 \mu\text{m}$  par pixel, utilisation du contraste des marqueurs pour l'appariement par corrélation) et de l'identité des procédures de calcul des déformations, le déplacement hors plan n'ayant pas été pris en compte dans le calcul des déformations par tomographie. Les deux mesures aboutissent à un résultat très proche qualitativement, mais aussi quantitativement pour ce qui concerne les gradients globaux. On note quelques petites différences dans la zone la plus déformée en fond d'entaille, le champ mesuré au MEB semblant plus fluctuant. Les sources d'écart sont multiples : incertitudes de la mesure sous MEB (marquage non idéal, variation de grandissement ou modification du positionnement de l'échantillon, les images ayant été acquises à plusieurs semaines d'intervalle, non planéité de l'échantillon, etc.), états mécaniques légèrement différents (mesure sous charge pour les images 3D, hors charge pour les mesures 2D, dégradation de l'échantillon très fragile lors des manipulations, etc.), mesure 3D légèrement sous la surface, alors que le champ de déformation n'est pas parfaitement plan comme en atteste la figure 17... Ce résultat établit toutefois que l'analyse tridimensionnelle de déformations relativement importantes, supérieure à 25 %, est possible, y compris dans des zones endommagées à proximité d'une fissure (figure 18c), l'incertitude de mesure étant néanmoins certainement moins bonne dans ces situations.

Notons que les marqueurs contribuent notablement à l'endommagement du matériau puisque ce dernier semble se manifester principalement sous forme de décohesion entre le cuivre et la matrice d'aluminium (figure 18c). Ceci empêche d'atteindre des déformations plastiques locales réparties de plus de 30 %. L'endommagement ne semble toutefois pas trop présent jusqu'à environ 20 % de déformation locale, ce qui valide les hypothèses des calculs de la section 3.4 et conforte la démarche expérimentale pour ces niveaux de déformation intermédiaires.

### 4.3. Champs locaux au sein de matériaux composites

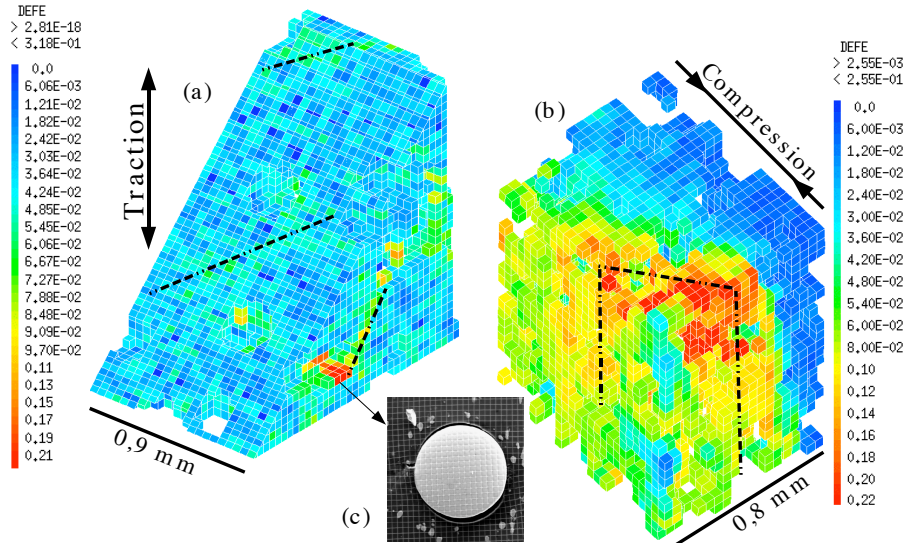
L'analyse de gradients de déformations à l'échelle plus fine de la microstructure des matériaux composites a été tentée avec les échantillons comportant 5 et 15 % de particules ZS sollicités sous traction (géométrie d'échantillon de la figure 6c). Il s'est malheureusement avéré que les interfaces entre les renforts et la matrice étaient insuffisamment adhérentes, induisant une décohesion précoce. Du fait de la très petite taille des échantillons et donc du petit nombre de renforts dans la section utile, cet endommagement a induit une localisation de la déformation au « maillon le plus faible » et une rupture prématurée des échantillons, facilitée par l'endommagement dû aux marqueurs, avant même qu'un état de déformation plastique réparti ait pu se développer dans la matrice. Notons que des renforts de même composition mais de taille inférieure avaient déjà été utilisés dans l'étude (Babout *et al.*, 2001) au cours de laquelle des niveaux de déformations plus élevés avaient pu être obtenus. La modification de la taille des renforts par rapport à celle des échantillons semble ainsi avoir modifié le mode d'endommagement, comme observé par d'autres auteurs (Downes



**Figure 18.** Même échantillon qu'en figure 17, dernier état de sollicitation ; comparaison entre la mesure tomographique (b) (mêmes conditions qu'en figure 17b) et la mesure surfacique à partir d'images MEB (a) ; composante  $\epsilon_{zz}$  de la déformation linéarisée selon la direction de traction, calculée avec la même base de mesure ; détail de l'image MEB présentant la fissure macroscopique et l'endommagement autour des marqueurs et image d'ensemble en microscopie optique (d)

*et al.*, 1991; Hadiandfrad *et al.*, 1994; Mummery *et al.*, 1993). Une autre source de fragilité des composites étudiés pourrait être une probable diffusion du cuivre dans l'aluminium, provoquant un durcissement de la matrice des composites marqués et induisant ainsi des niveaux de contrainte bien plus élevés, suffisants pour dégrader les interfaces.

L'analyse par corrélation a néanmoins été menée sur les étapes de charge précédant la rupture ainsi qu'après rupture lorsque cela était possible. La figure 19a présente un exemple de résultat sur un domaine au cœur d'un échantillon avec 5 % de renforts. La mesure, restreinte au domaine occupé par la matrice du fait de l'absence de contraste suffisant dans les renforts, est très bruitée, ainsi que l'analyse des mouvements rigides le laissait présager. Les incertitudes sont de l'ordre de 1 %, voire supérieures, ce qui ne permet pas de révéler les gradient locaux dans la matrice dont la déformation moyenne, évaluée par corrélation est d'environ 1,25 % dans la direction de sollicita-



**Figure 19.** Champs locaux dans des composites Al + ZS, sous traction et avec 5 % de renforts (a) et sous compression avec 15 % de renforts (b) ; domaines de corrélation de  $20^3$  voxels, résolution  $2 \mu\text{m}/\text{voxel}$ , 30 539 points de mesure en (a) et 12 445 en (b) ; déformation équivalente moyennée sur les éléments (base de mesure =  $40 \mu\text{m}$ ) ; mesure très bruitée en (a), du fait des faibles niveaux de déformation atteints à cause de l'endommagement précoce de ces composites (décohésion observée au MEB en (c)) ; on devine toutefois des plans de localisation repérés par les traits pointillés ; localisation selon un plan unique en (b)

tion macroscopique. On devine toutefois quelques zones de déformation plus intense, repérées par les traits pointillés, qui pourraient être les prolongements à cœur des bandes de localisation observées en surface sur d'autres matériaux composites élastoplastiques (Doumalin *et al.*, 2003; Bornert *et al.*, 2000b). La mesure est toutefois trop bruitée pour qu'une analyse exhaustive de telles surfaces de localisation puisse être entreprise.

Pour contourner les difficultés induites par cet endommagement trop précoce, des essais d'écrasement sur des échantillons en forme d'allumette (figure 6d) ont également été entrepris. Les images de tomographie ont dans ce cas été enregistrées hors charge, l'échantillon étant repositionné sur la table de rotation après chaque incrément de déformation plastique. Ce mode de sollicitation induit moins d'endommagement si bien que des niveaux plus élevés de déformation plastique ont pu être atteints. La figure 19b fournit un exemple de résultat pour un composite avec 15 % de renforts, dans lequel la déformation moyenne dans l'ensemble de la matrice atteint 3,8 %. Cette déformation est distribuée de manière très hétérogène puisqu'elle se concentre dans une bande de localisation unique, sensiblement à  $45^\circ$  par rapport à la direction de

compression, traversant tout l'échantillon et dont l'épaisseur est d'environ  $300 \mu\text{m}$ . Localement la déformation y atteint 25 %, pour une base de mesure de  $40 \mu\text{m}$ , et le champ n'est dans ce cas pas masqué par le bruit de mesure. Ce mode de déformation très localisé peut toutefois difficilement être considéré comme représentatif d'une distribution réelle de déformation dans un volume élémentaire représentatif d'un composite à renforts ; il s'agit plutôt d'un mode macroscopique de localisation, traversant un plan faible de l'échantillon et rendu possible par la proximité des surfaces libres.

Il semblerait donc que l'analyse des microhétérogénéités au sein d'un VER, qui requiert la restitution de trois échelles caractéristiques dans le domaine de mesure, celle des marqueurs, celle de la microstructure et celle du VER, contrairement à une analyse de gradients macroscopiques ne nécessitant de résoudre que deux échelles, soit encore à la marge des possibilités offertes par les techniques actuelles de microtomographie. Il convient toutefois de poursuivre les investigations dans ce sens. L'une des voies d'amélioration pourra provenir de procédures de traitement d'images plus performantes permettant de diminuer le bruit de mesure et/ou d'augmenter la résolution spatiale à résolution d'image identique. La dernière partie de cet article est consacrée à la proposition d'un critère d'appariement plus performant susceptible de permettre d'y parvenir.

## 5. Amélioration de la formulation classique

Comme on l'a vu, la principale limitation rencontrée dans l'application à des images de microtomographie des principes de la corrélation est associée à l'existence de défauts de reconstruction, relativement localisés dans les matériaux homogènes mais beaucoup plus présents dans les matériaux composites, qui ont pour effet d'induire des erreurs locales très importantes, pouvant même mettre en défaut les procédures d'appariement au voxel près. Si l'on exclut ces bruits localisés, le bruit intrinsèque des images reconstruites est d'intensité suffisamment faible pour garantir une dynamique réelle des images de microtomographie de 256 niveaux et une incertitude sur la détermination des déplacements de l'ordre de 0,01 voxels. Cette dernière partie est consacrée à la présentation d'un critère d'appariement nettement moins sensible au bruit que le critère de corrélation classique.

### 5.1. Formulations L1, L2 et loi bivariable

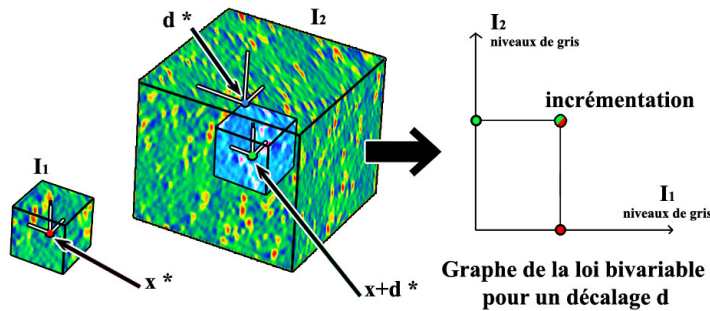
L'approche la plus classique d'appariement en traitement du signal utilise le critère quadratique  $E[(I_1 - I_2)^2]$  pour minimiser une déviation entre un signal réel  $I_1$  et une version de ce signal déplacée  $I_2$ . Dans le cas stationnaire, une optimisation de cette approche devient équivalent à maximiser l'inter-corrélation  $C_{I_1 I_2} = E[I_1 I_2]$ , qui peut être calculée soit dans l'espace direct comme on l'a présenté plus haut, soit au moyen d'une transformée de Fourier rapide après « zéro-padding », pour accélérer le calcul lorsque le domaine de recherche est grand. Pour simplifier, on n'aborde pas ici les situations de variations de brillance ou de contraste conduisant au critère [6], bien que



la démarche présentée puisse être étendue à ce cas sans difficulté majeure. En présence d'artefacts, l'approche L1, consistant à minimiser la déviation absolue  $E[|I_1 - I_2|]$  entre les deux signaux peut se montrer plus robuste que la précédente approche L2.

Mais ces approches peuvent être mises en défaut si les deux images présentent un bruit fort et non corrélé, ou si elles contiennent des défauts importants, notamment tels que ceux évoqués plus haut. Les deux approches L1 et L2 utilisant une partie de la loi à deux points d'appui, nous proposons une approche exploitant au mieux la forme de cette loi, en effectuant une segmentation des points aberrants dans le graphe de la loi bivariante (Moreaud *et al.*, 2004).

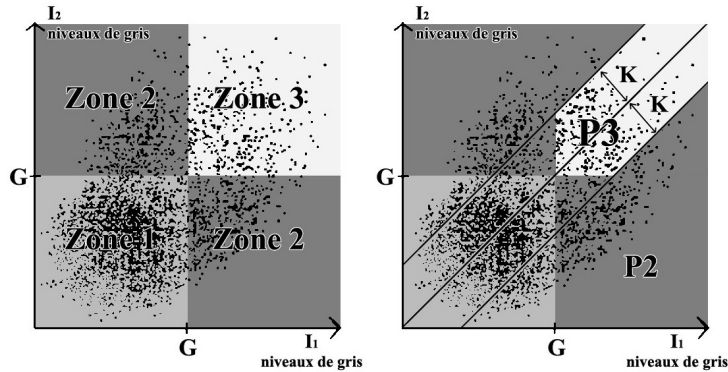
L'estimation de la loi bivariante se construit à l'aide de l'histogramme des co-occurrences des deux images (Figure 20). Plus précisément, pour un décalage  $d$  de  $I_1$  dans  $I_2$ , le support spatial  $D$  (ou domaine de corrélation) fournit des réalisations du couple de variables aléatoires  $(I_1, I_2)$ . Nous recherchons alors la position optimale (au sens d'un critère indiqué plus loin) d'une image motif  $I_1$  de support spatial  $D$  dans un domaine de recherche  $I_2$ .



**Figure 20.** Création du graphe de la loi bivariante pour un décalage  $d$  et un voxel  $x$

La figure 21 montre un graphe typique de la loi bivariante de deux images de matériaux possédant une matrice sombre et des marqueurs clairs telles que celles manipulées dans l'étude présentée. Ce graphe peut être divisé en trois zones distinctes : la zone 1 correspond à une corrélation matrice-matrice, la zone 2 rend compte d'une corrélation matrice-marqueurs, alors que la zone 3 présente une corrélation marqueurs-marqueurs. Le graphe exhibe une pseudosymétrie d'axe, la première bissectrice, les points proches de cette dernière correspondant à une similitude importante des valeurs des deux variables aléatoires.

Un critère de maximisation de la corrélation peut être défini par le rapport  $A$  des cardinaux de deux ensembles particuliers du graphe. Le premier ensemble  $P2$  désigne les points présentant une corrélation matrice-marqueurs ou marqueurs-marqueurs faible. Un second ensemble  $P3$  correspond aux points présentant une forte corrélation marqueurs-marqueurs. Comme l'illustre la figure 21, ces deux ensembles peuvent être définis à l'aide de deux paramètres  $G$  et  $K$ , respectivement valeur de sépara-



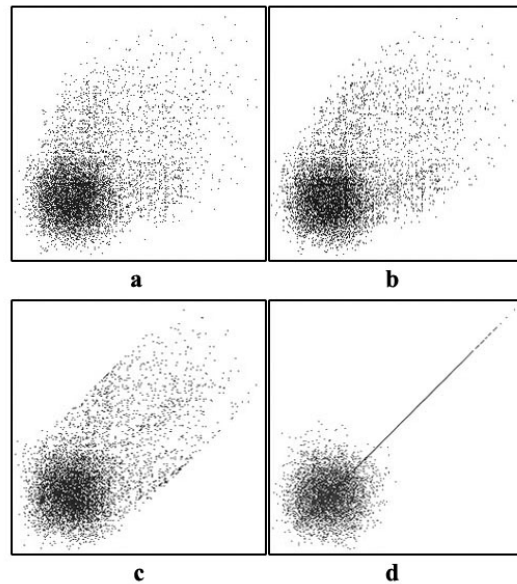
**Figure 21.** A gauche, découpe du graphe de la loi bivariable en trois zones : 1- corrélation matrice-matrice, 2 - corrélation matrice-marqueurs, 3 - corrélation marqueurs-marqueurs. A droite, position des deux ensembles P2 (corrélation marqueurs-matrice et marqueurs-marqueurs faible) et P3 (corrélation marqueurs-marqueurs forte). Ces deux ensembles sont paramétrés par  $G$  (valeur en niveau de gris séparant matrice et marqueurs) et  $K$  (distance à la première bissectrice). Pour le recalage, on cherche à maximiser le rapport  $P3/P2$

tion matrice-marqueurs et distance seuil à la première bissectrice (c'est-à-dire forte corrélation marqueurs-marqueurs).

La figure 22 illustre une analyse du graphe de la loi bivariable. Des paires d'images avec des matrices différentes sombres et bruitées sont générées en incluant des marqueurs sphériques clairs dont le positionnement est contrôlé. Nous observons le graphe de la loi bivariable dans le cas d'un déplacement nul entre les deux images mais avec des translations variables pour la position des marqueurs dans la seconde image. Comme le montre la figure 22, plus la translation diminue, plus le nuage de points dans la zone de corrélation marqueurs-marqueurs (zone 3 de la figure 21) se recentre sur la première bissectrice.

L'extension subvoxel de la démarche permet une augmentation de la résolution de la mesure ; elle dérive des méthodes itératives utilisées en 2D notamment en Vélocimétrie par Images de Particules (Lecordier *et al.*, 1999). Une première recherche de corrélation optimale conduit à la translation  $d_0$  d'un nombre entier de voxels qui servira d'offset discret de la nouvelle image  $I_1^{(1)}$ . Avec cet offset, la translation résiduelle est inférieure au demi-voxel et tous les marqueurs seront appariés (Westerweel *et al.*, 1997). L'estimation subvoxel est réalisée en effectuant une nouvelle maximisation du critère après interpolation des images  $I_1^{(0)}$  et  $I_2^{(0)}$  en respectivement  $I_1^{(1)}$  et  $I_2^{(1)}$  (avec un facteur d'agrandissement  $M$ ). Ceci fournit un pas de translation  $d_1$  qui est ajouté à  $d_0$  pour déterminer le déplacement recherché. Cette procédure peut être répétée tout en réduisant la taille de l'image et/ou en appliquant une déformation à l'image courante  $I_1^{(k)}$ , améliorant ainsi la résolution de mesure. Ici, la réduction de taille et le



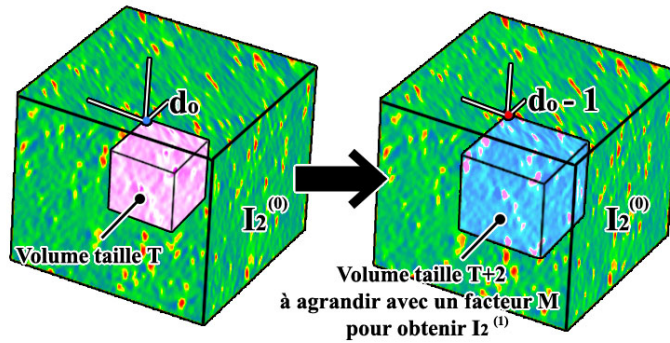


**Figure 22.** Graphes de loi bivariable pour des déplacements nuls obtenus par simulation d'images avec différentes translations relatives des marqueurs :  $\sqrt{3}$  voxels (a),  $\sqrt{2}$  voxels (b), 1 voxel (c) et 0 voxel (d)

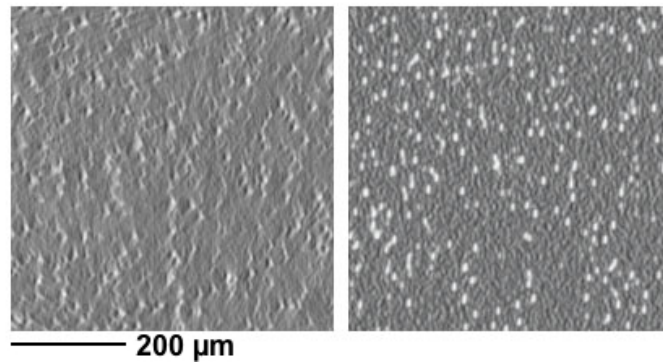
nombre d'itérations sont limités à un ou deux à cause d'une faible concentration en marqueurs.

## 5.2. Évaluation sur images simulées

Dans le but de qualifier les méthodes présentées ci-avant pour une déformation connue, des images 3D représentatives des images réelles de microtomographie des matériaux marqués non renforcés ont été simulées. Elles sont obtenues en ajoutant dans une matrice sombre bruitée uniformément (niveau de gris moyen = 55, écart type = 20, pour 256 niveaux de gris) de petites sphères claires (niveau de gris moyen = 200) placées aléatoirement dans l'image en suivant une loi uniforme avec une distance de répulsion empêchant le chevauchement de deux sphères. Les images ainsi créées permettent un contrôle de la densité des marqueurs introduits et de leur déplacement. Un exemple de réalisation est comparé à une image réelle en figure 24). Un bruit additionnel sous la forme de petits cubes noirs imitant les artefacts de reconstruction est ajouté dans certaines simulations. Les résultats obtenus sur ces images montrent une précision et une résistance au bruit plus élevées pour la méthode basée sur la loi bivariable que pour celle basée sur une approche L2, ainsi qu'en atteste le tableau 5 donnant les erreurs moyennes entre déplacement estimé et déplacement réel



**Figure 23.** Extraction d'un volume de recherche pour le traitement subvoxel. Le décalage  $d_0$  désigne la position optimale au voxel près. Un volume de la taille du motif additionnée de deux voxels est prélevé à la position  $d_0 - 1$ . Un agrandissement par interpolation trilineaire est ensuite réalisé pour permettre une nouvelle recherche subvoxel



**Figure 24.** Coupe de matériau réel à gauche (échantillon entaillé, résolution  $2,8 \mu\text{m}/\text{voxel}$ ) et simulé à droite

obtenues sur huit mesures. L'analyse subvoxel a été limitée au  $1/10$  de voxel dans ces simulations. En particulier les biais de plusieurs voxels observés avec la formulation L2 classique, dans ces simulations et dans les cas réels (cf. section 4.1), peuvent être évités avec la loi bivariable.

Tests réalisés sur images simulées	Erreur moyenne mesurée en voxel		
	L2	L1	Loi bivariable
<b>Densité de marqueurs de 5 %</b>	0,37	0,36	0,05
<b>Densité de marqueurs de 20 %</b>			
Déplacement simple	0,15	0,10	0,02
Compression suivant l'axe y de 5 %	0,20	0,11	0,05
<b>Ajout de défauts (cube noir de 5<sup>3</sup> voxels)</b>			
Densité de défauts de 20 %	0,35	0,10	0,11
Densité de défauts de 40 %	0,64	0,20	0,15
Densité de défauts de 60 %	0,74	0,36	0,30
Densité de défauts de 80 %	» 1	0,46	0,31

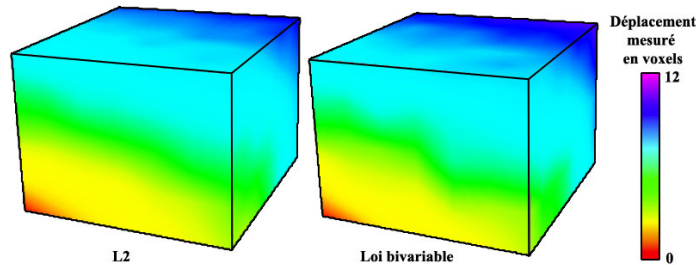
**Tableau 5.** Tests effectués sur matériaux simulés. Les résultats donnés sont des moyennes arithmétiques d'erreurs en voxels calculées sur un nombre de 8 recherches d'un motif de taille 20<sup>3</sup> voxels dans un volume de recherche de 60<sup>3</sup> voxels

### 5.3. Première application aux images réelles

Les principes de la méthode de corrélation utilisant la segmentation du graphe de la loi bivariable ont été appliqués à des zones des images de microtomographie des matériaux marqués sans renforts sous traction simple (échantillons cylindriques) présentant des artefacts de reconstruction en forme d'anneau, un fort endommagement (décohésion des marqueurs) ou du bruit lié à la proximité du bord de l'échantillon. Des différences de mesures entre la méthode classique par approche L2 et celle basée sur la loi bivariable peuvent être observées dans les zones fortement bruitées, comme l'illustre la figure 25 concernant une portion d'image au centre de l'échantillon comportant des artefacts en formes d'anneaux. À partir d'une analyse au voxel près, on observe qu'en l'absence d'écart entre les déplacements estimés par les deux méthodes, la loi bivariable du déplacement obtenu est du même type qu'à la figure 22d, avec un rapport  $P3 / P2$  voisin de 0,235. En cas d'écart d'un voxel entre les deux méthodes, la loi bivariable correspondant au déplacement tiré de l'approche L2 est du type de la figure 22a, avec  $P3 / P2 = 0,126$  et celle qui est obtenue pour notre nouvelle approche est du type de la figure 22c, avec  $P3 / P2 = 0,14$ . En comparant ces observations à celles qui sont tirées des simulations (figure 22 et tableau 5), on en déduit que l'estimation du déplacement par la méthode de la loi bivariable est plus précise dans les situations où les images sont perturbées.

## 6. Conclusions

L'étude présentée confirme la faisabilité de mesures tridimensionnelles de champs de déplacement par l'analyse d'images volumiques. Ce résultat, déjà connu pour des images de tomographie macroscopique de matériaux présentant un contraste natu-



**Figure 25.** Exemple d'application à une zone d'une image réelle (matériau non renforcé sous traction simple, zone proche du bord). Le volume de recherche est de  $160 \times 160 \times 120$  voxels et la recherche est effectuée pour des cubes de  $20^3$  voxels (245 points de mesure). Les mesures subvoxels résultent d'une interpolation trilineaire et la représentation ci-dessus utilise la même interpolation pour les déplacements

rel, est étendu à des images de microtomographie de résolution micrométrique ainsi qu'à des reconstructions sériées d'objets transparents. On montre aussi qu'il est possible de s'intéresser à des matériaux métalliques ou polymères massifs, non poreux, à condition qu'ils présentent une hétérogénéité d'absorption des rayons X ou de diffusion de la lumière à l'échelle de quelques voxels. Dans le cas présent, cette propriété a été obtenue par l'adjonction artificielle de marqueurs au moment de l'élaboration. Rien n'interdit toutefois d'appliquer les procédures décrites à des matériaux présentant naturellement une telle propriété, tels que les composites à renforts particuliers micrométriques ou les alliages contenant des précipités. La résolution de la mesure de déplacement s'avère proche de celle obtenue avec des images optiques de même dynamique et permet d'analyser en volume des gradients de déformation avec une résolution spatiale de quelques dizaines de micromètres et une incertitude d'environ  $10^{-3}$ . La mise en œuvre pratique requiert des moyens informatiques adéquats pour gérer les grandes quantités de données nécessaires, relativement plus lourdes que ceux requis pour les analyses surfaciques, mais parfaitement compatibles avec les systèmes actuels. La principale difficulté rencontrée lors du traitement d'image est liée, pour les images de microtomographie, à la présence de bruit non aléatoire, spécifique à ce mode d'imagerie, dû aux erreurs de reconstruction. La modification du critère d'appariement est toutefois susceptible de corriger efficacement les erreurs que ce bruit induit. Les procédures décrites devraient ainsi permettre d'analyser en volume de manière assez systématique des gradients globaux à l'échelle du domaine d'analyse, sans les limitations inhérentes aux mesures surfaciques. Le développement de telles approches reste toutefois tributaire de la démocratisation des moyens d'observation tomographique, encore trop peu répandus et donc difficiles d'accès. De ce point de vue, l'observation d'objets transparents, bien que limitée à des classes de matériaux plus restreintes, présente un intérêt certain pour l'analyse des structures tridimensionnelles, notamment du fait de sa mise en œuvre plus aisée.

L'analyse micromécanique de champs de déformations microscopiques au sein d'un volume élémentaire représentatif hétérogène est plus délicate car elle requiert la présence d'un contraste à une échelle plus fine que la microstructure et la restitution de trois échelles caractéristiques dans le domaine d'observation. Les premiers résultats obtenus, bien que moins concluants que ceux relatifs à la mesure de gradients globaux, du fait notamment d'un bruit de mesure plus élevé et d'un endommagement précoce des matériaux étudiés, montrent toutefois qu'une telle caractérisation est envisageable. Il serait toutefois préférable de pouvoir analyser des domaines plus grands, de telle sorte que les champs locaux soient moins sensibles aux effets de bord et aux configurations particulières rencontrées dans des domaines trop petits. La disponibilité de détecteurs de plus grande dimension ( $2K^2$  pixels) devrait permettre d'y parvenir.

#### Remerciements

La partie du travail présenté, relative à l'exploitation des images de microtomographie, a bénéficié du soutien du programme « Matériaux » du CNRS, dans le cadre de l'appel à propositions « Approches multi-échelles des propriétés macroscopiques des matériaux de structure » (Bornert *et al.*, 2004). Le personnel de la ligne ID19 de l'ESRF (P. Cloetens, E. Boller, J. Baruchel) est également remercié.

#### 7. Bibliographie

- Adrian R., « Particle imaging techniques for experimental fluid mechanics », *Annual revue of fluid mechanics*, vol. 23, p. 261-304, 1991.
- Allais L., Bornert M., Bretheau T., Caldemaison D., « Experimental characterization of the local strain field in a heterogeneous elastoplastic material », *Acta metallurgica et materialia*, vol. 42, n° 11, p. 3865-3880, 1994.
- Babout L., Maire E., Buffière J., Fougères R., « Characterisation by x-ray computed tomography of decohesion, porosity growth and coalescence in model metal matrix composites », *Acta Materialia*, vol. 49, p. 2055-2063, 2001.
- Baruchel J., Buffière J., Maire E., Merle P., Peix G., *X-Ray Tomography in Material Sciences*, Hermes Science, 2000.
- Bay B. K., Smith T. S., Fyhrie D. P., Saad M., « Digital volume correlation : three-dimensional strain mapping using X-ray tomography », *Experimental Mechanics*, vol. 39, n° 3, p. 217-226, 1999.
- Bilger N., Auslender F., Bornert M., Michel J., Moulinec H., Suquet P., Zaoui A., « Effect of a nonuniform distribution of voids on the plastic response of voided materials : a computational and statistical analysis », *International Journal of Solids and Structures*, vol. 42, p. 517-538, 2005.
- Bornert M., Castelnau O., Chaix J. M., Doumalin P., Fournel T., Jeulin D., Maire E., Moreaud M., Moulinec H., « Analyse tridimensionnelle expérimentale et théorique des champs locaux dans un composite non linéaire », *Colloque d'étape du Programme Matériaux, Toulouse 2004 (CD-Rom)*, CNRS, 2004.

- Bornert M., Doumalin P., « Micromechanical applications of digital image correlation techniques », in P. Jacquot, J. Fournier (eds), *Interferometry in Speckle Light, Theory and Applications*, Springer, p. 67-74, 2000a.
- Bornert M., Doumalin P., Soppa E., « Computational and experimental investigations of the local strain field in elastoplastic two-phase materials », in D. Miannay et al (eds), *EUROMAT 2000, Advances in mechanical behaviour, plasticity and damage*, vol. 1, p. 323-328, 2000b.
- Bruck H., McNeill S., Sutton M., Peters W., « Digital Image Correlation Using Newton-Raphson Method of Partial Differential Correction », *Experimental Mechanics*, vol. 29, p. 261-267, 1989.
- Buffière J., Maire E., Cloetens P., Lormand G., Fougères R., « Characterisation of internal damage in a MMCp using X-ray synchrotron phase contrast microtomography », *Acta Materialia*, vol. 47, p. 1613-1625, 1999.
- Chasiotis I., Knauss W. G., « A new microtensile tester for the study of MEMS materials with the aid of atomic force microscopy », *Experimental Mechanics*, vol. 42, n° 1, p. 51-57, 2002.
- Choi S., Shah S. P., « Measurement of deformations on concrete subjected to compression using image correlation », *Experimental Mechanics*, vol. 37, n° 3, p. 307-313, 1997.
- Chu T., Ranson W., Sutton M., Peters W., « Applications of the digital-image-correlation techniques to experimental mechanics », *Experimental Mechanics*, vol. 25, n° 3, p. 232-244, 1985.
- Doumalin P., Bornert M., Caldemaison D., « Microextensometry by Image Correlation Applied to Micromechanical Studies Using the Scanning Electron Microscopy », *International Conference on advanced technology in experimental mechanics 1999 « Atem 99 »*, vol. I, The Japan Society of Mechanical Engineering, p. 81-86, 1999.
- Doumalin P., Bornert M., Crépin J., « Characterisation of the strain distribution in heterogeneous materials », *Mécanique et industries*, vol. 4, p. 607-617, 2003.
- Downes T. J., King J. E., « The effect of SiC particle size on the fracture toughness of a metal matrix composite », in N. Hansen, D. Juul Jensen (eds), *Metal matrix Composites : Processing, Microstructure and Properties - Proc. of 12th Risø International Symposium on Materials Science.*, p. 305-310, 1991.
- Dupré J.-C., Lagarde A., « Photoelastic analysis of a three-dimensional specimen by optical slicing and digital image processing », *Experimental Mechanics*, vol. 37, n° 4, p. 393-397, 1997.
- Feldkamp L. A., Davis L. C., Kress J. W., « Practical cone beam algorithm », *Journal of the Optical Society*, vol. 1/6, p. 612, 1984.
- Garcia D., Orteu J. J., Penazzi L., « A combined temporal tracking and stereo-correlation technique for accurate measurement of 3D displacements : application to sheet metal forming », *Journal of Materials Processing technology*, vol. 125-126, p. 736-742, 2002.
- Hadiandfrad M. J., Healy J., Mai Y. W., « The influence of temperature on the mechanical and fracture properties of a 20 vol% ceramic particulate-reinforced aluminium matrix composite », *Journal of Materials Science*, vol. 29, n° 15, p. 3906-3912, 1994.
- Hammersley A., « High speed tomography reference manual v0.4 », 2001. Site internet : <http://www.esrf.fr/computing/scientific/FIT2D/HST/hst.html>.

- Kahm-Jetter Z. L., Chu T. C., « Three-dimensional displacement measurements using digital image correlation and photogrammic analysis », *Experimental Mechanics*, vol. 30, n° 1, p. 10-16, 1990.
- Kanit T., Forest S., Galliet I., Mounoury V., Jeulin D., « Determination of the size of the representative volume element for random composites : statistical and numerical approach », *International Journal of Solids and Structures*, vol. 40, p. 3647-3679, 2003.
- Kimura I., Takamori T., « Image processing of flow around a circular cylinder using cross correlation technique », *Flow visualization*, vol. IV, p. 221-226, 1986.
- Lecordier B., Lecordier J., Trinite M., « Iterative sub-pixel algorithm for the cross-correlation PIV measurements », *Third Int. Workshop On PIV, Santa Barbara*, 1999.
- Moreaud M., Fournel T., Jeulin D., « Estimation de champ de déformation 3D de matériaux observés par microtomographie à rayons X », *Photomécanique 2004*, 2004.
- Moulinec H., Suquet P., « A numerical method for computing the overall response of nonlinear composites with complex microstructures », *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 157, p. 69-94, 1998.
- Mummery P. M., Derby B., Scruby C. B., « Acoustic emission from particulate-reinforced metal matrix composites », *Acta Metallurgica and Materialia*, vol. 41, n° 5, p. 1431-1445, 1993.
- Nielsen S., Poulsen H., Beckmann F., Thorning C., Wert J., « Plastic strain measurements in three dimensions using marker particles and synchrotron X-ray absorption microtomography », *Acta Materialia*, vol. 51, p. 2047-2415, 2003.
- Schreier H., Garcia D., Sutton M. A., « Advances in light microscope stereo vision », *Experimental Mechanics*, vol. 44, n° 3, p. 278-288, 2004.
- Smith T. S., Bay B. K., Rashid M. M., « Digital volume correlation including rotational degrees of freedom during minimization », *Experimental Mechanics*, vol. 42, n° 3, p. 272-278, 2002.
- Soppa E., Doumalin P., Binkele P., Wiesendanger T., Bornert M., Schmauder S., « Experimental and numerical characterisation of “in plane” deformation in two-phase materials », *Computational Materials Science*, vol. 21, p. 261-275, 2001.
- Tatschl A., Kolednik O., « On the experimental characterization of crystal plasticity in polycrystals », *Materials Science and Engineering*, vol. A342, p. 152-168, 2003.
- Verhulp E., van Rietbergen B., Huiskes R., « A three-dimensional digital correlation for strain measurements in microstructures », *Journal of biomechanics*, vol. 37, p. 1313-1320, 2004.
- Westerweel J., Dabiri D., Gharib M., « The effect of a discrete window offset on the accuracy of cross-correlation analysis of digital PIV recordings », *Experiments in Fluids*, vol. 23, p. 20-28, 1997.
- ZirPro, Saint-Gobain, Site internet : <http://www.zirpro.com/>, n.d.