



**HAL**  
open science

# Modélisation et élaboration de commande de stabilisation de vitesse et de correction d'assiette pour un drone de type X4-flyer

Nicolas Guenard, Tarek Hamel, Vincent Moreau

► **To cite this version:**

Nicolas Guenard, Tarek Hamel, Vincent Moreau. Modélisation et élaboration de commande de stabilisation de vitesse et de correction d'assiette pour un drone de type X4-flyer. Conférence Internationale Francophone d'Automatique, 2004, Douz, Tunisie. hal-00090342

**HAL Id: hal-00090342**

**<https://hal.science/hal-00090342v1>**

Submitted on 30 Aug 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modélisation et élaboration de commande de stabilisation de vitesse et de correction d'assiette pour un drone de type X4-Flyer

N. Guenard<sup>†</sup>, T. Hamel<sup>‡</sup>, V. Moreau<sup>†</sup>

<sup>†</sup>, CEA/List, F92265 Fontenay-Aux-Roses, France, vincent.moreau@cea.fr, guenardn@zoe.cea.fr

<sup>‡</sup> I3S, UNSA-CNRS, 2000 route des Lucioles, 06903 Sophia Antipolis France, thamel@i3s.unice.fr,

## Résumé

Dans cet article, afin de simplifier le mode téléopéré d'un drone miniature à quatre voilures tournantes connu sous le nom du "X4-flyer", nous nous intéressons via la correction d'assiette à la stabilisation de sa vitesse. Le modèle dynamique de l'appareil est établi dans les conditions de vol proche du vol stationnaire. La loi de commande non linéaire synthétisée fait appel à la méthode du backstepping. Elle est simple, robuste et facilement embarquable. Cette loi utilise les quaternions pour représenter l'attitude du drone. Des résultats de simulation confirment la validité et donne un bon aperçu de la robustesse de notre approche.

## 1 Introduction

L'intérêt pour les drones aériens télécommandés semble grandir de plus en plus notamment pour des applications militaires (démunage par exemple) et pour l'intervention dans des environnements hostiles (milieux radioactifs). On peut imaginer l'utilisation d'un drone afin d'explorer un immeuble ou un tunnel contaminé et de réaliser une première observation avant toute intervention humaine. Toutefois et contrairement à la commande d'une voiture télé-commandée, la commande d'un engin aérien, via un joystick, nécessite des centaines d'heures d'apprentissage encadrées [7]. Les avancées récentes en électronique et dans la technologie des capteurs ont rendu possible la construction de tels robots aériens. Les calculateurs embarqués traitant en temps réel les algorithmes de pilotage de ces robots possèdent néanmoins leurs limites en terme de puissance de calcul (notamment dans le nombre d'instructions effectuées par seconde). Par conséquent ces algorithmes se doivent d'être simples, robustes et efficaces afin d'assurer leur embarquabilité. Les drones aériens de type avion étant déjà couramment utilisés dans les domaines militaire et météorologique, on considère ici les engins héliportés. On s'intéresse particulièrement au pilotage manuel assisté qui permettra à un néophyte le pilotage de l'appareil sans grande difficulté. L'idée consiste en l'élaboration d'un contrôleur intégré qui à partir des informations provenant de la télé-commande et des mesures filtrées et corrigées d'une centrale inertielle embarquée, de stabiliser les vitesses de déplacement en contrôlant les angles de tangage et de roulis de l'appareil.

Plus précisément, on se propose de faire la synthèse

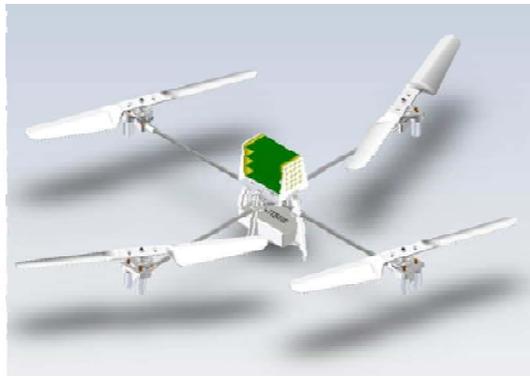


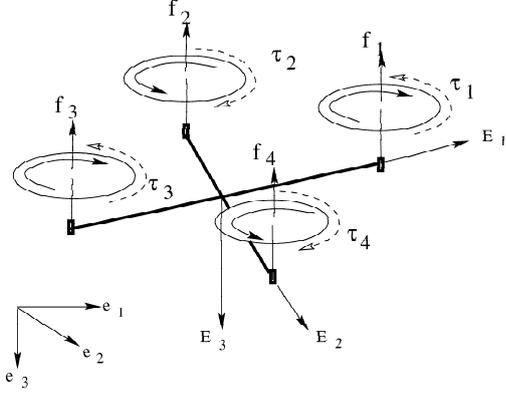
FIG. 1: Le X4-flyer

d'une loi de commande d'un drone aérien quadripale et téléopéré de type "X4-flyer" (cf. figure 1). Cet algorithme de contrôle a pour but de permettre la commande de cet engin à distance par un utilisateur placé au sol envoyant des ordres simples et permettant son pilotage de façon intuitif. Les consignes envoyées à celui-ci sont la vitesse de translation sur les trois axes ainsi que l'angle de lacet.

Dans un premier temps, un modèle mathématique du drone va être présenté et va servir de base à notre étude. Par la suite, une loi de commande basée sur la méthode du backstepping et utilisant le formalisme des quaternions va être synthétisée. Des simulations du contrôleur dans la dernière partie permettront de conclure quant à l'efficacité de la loi.

## 2 MODELE DYNAMIQUE

Le drone étudié est un X4-Flyer. C'est un engin omnidirectionnel à décollage et à atterrissage vertical (VTOL : Vertical Take-Off and Landing) capable d'effectuer des vols quasi stationnaires. Il est constitué de quatre pales à pas fixe accouplées à des moteurs à courant continu fixés aux extrémités d'un corps rigide en forme de croix comme le montre la figure 1. Le mouvement vertical de montée et de descente d'un tel appareil est assuré par les quatre rotors à la fois. La différence de poussée entre les moteurs arrière et avant produit un couple de tangage qui contrôle le mouvement de translation (avant/arrière). Le déplacement gauche/droite, quant à lui, est assuré par la différence de poussée entre les ro-



**FIG. 2:** Les quatre moteurs générant les forces de poussée et les couples de commande. Le sens de rotation des pales est représenté en trait plein et le couple résistant dû à la résistance de l'air sur chacune des pales en pointillé.

tors situés sur la gauche et sur la droite. Enfin pour le contrôle en lacet de l'appareil, c'est la somme des anticouples produits par les quatre rotors qui définit le sens de rotation. En effet, chaque hélice tournant à une certaine vitesse génère un couple résistant opposé au sens de rotation. Les sens de rotation des hélices avant/arrière et droite/gauche étant inversés, on peut ainsi annuler ou réguler la somme des 4 couples résistants. Par conséquent, tant que les quatre moteurs sont soumis au même couple résistant, (tournent à la même vitesse dans notre cas), leur somme est nulle et il n'y a pas de rotation horizontale de l'appareil. Par contre, si on crée une différence de vitesse entre des moteurs tournant en sens inverse, les couples résistants provoquent la rotation de l'engin. La modélisation est inspirée de [2, 4, 1].

Pour modéliser l'engin, on définit deux repères représentés sur la figure 2,

- Un repère inertiel lié à la terre. Il est supposé Galiléen, défini par le trièdre direct  $(e_1, e_2, e_3)$  et a pour origine le point  $O$ .
- Un repère  $\mathcal{R}_a$  lié au corps du drone défini par le trièdre direct  $(E_1, E_2, E_3)$  et a pour origine le centre de gravité  $G$  du drone.

On note  $\omega \in R^4$  le vecteur rotation des moteurs intégrant la vitesse de chacun des quatre moteurs. Pour repérer la rotation du drone autour de son centre d'inertie, on utilise les angles d'Euler définis comme étant les angles de lacet, tangage et roulis. Le vecteur représentant les angles d'Euler est noté :  $\xi(\phi, \theta, \psi)$ . On définit également le vecteur  $\Omega$  comme étant le vecteur rotation de la structure exprimé dans  $\mathcal{R}_a$ . On définit alors la matrice  $W_\xi$  telle que  $\Omega = W_\xi \xi$  avec :

$$W_\xi := \begin{pmatrix} -s_\theta & 0 & 1 \\ c_\theta s_\psi & c_\psi & 0 \\ c_\theta c_\psi & -s_\psi & 0 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

où  $c_\alpha$  (resp.  $s_\alpha$ ) représente la notation simplifiée de  $\cos \alpha$

(resp.  $\sin \alpha$ ). On appelle  $x$  le vecteur position du centre de gravité du drone et  $v$  sa vitesse définis tous deux dans  $\mathcal{R}_i$ . La rotation du drone autour de son centre de gravité, encore appelé attitude, est représentée par la matrice de rotation  $R$  associée aux angles d'Euler. Elle permet le passage de  $\mathcal{R}_a$  vers  $\mathcal{R}_i$  et est définie comme suit :

$$R = \begin{pmatrix} c_\theta c_\phi & s_\psi s_\theta c_\phi - c_\psi s_\phi & c_\psi s_\theta c_\phi + s_\psi s_\phi \\ c_\theta s_\phi & s_\psi s_\theta s_\phi + c_\psi c_\phi & c_\psi s_\theta s_\phi - s_\psi c_\phi \\ -s_\theta & s_\psi c_\theta & c_\psi c_\theta \end{pmatrix}. \quad (2)$$

On considère alors que l'état du drone est totalement déterminé par la connaissance des états  $x$ ,  $v$ ,  $\xi$  et  $\Omega$ . Pour commander le drone, on ne dispose directement que de la vitesse de chacun des quatre moteurs. Les mesures des états  $v$ ,  $\xi$  et  $\Omega$  seront basées sur les informations filtrées de la centrale inertielle embarquée.

En appliquant le principe fondamental de la dynamique, on obtient les équations régissant le comportement dynamique du drone :

$$m\dot{v} = mge_3 + F \quad (3)$$

$$\mathbf{I}\dot{\Omega} = -\Omega \times \mathbf{I}\Omega + C \quad (4)$$

où  $m$  représente la masse du drone et  $\mathbf{I}$  sa matrice d'inertie de dimension  $3 \times 3$  exprimée dans le repère du drone.  $F$  représente la somme des forces engendrées par les moteurs et définies dans  $\mathcal{R}_i$ . On note  $C$  l'ensemble des couples s'exerçant sur la structure du drone. Parmi ces couples, on retient les couples gyroscopiques  $\Gamma_g$  et l'ensemble des couples de commande  $\Gamma$  induits par les différences de vitesse de rotation des moteurs. Par conséquent,

$$C = \Gamma_g + \Gamma \quad (5)$$

La force  $f_i$  délivrée par le moteur  $i$  en rotation à la vitesse  $\omega_i$  est modélisée de la façon suivante :

$$f_i = -b\omega_i^2 E_3 \quad (6)$$

où  $b$  est une constante positive liée principalement à la géométrie de la pale et à la densité de l'air. Le couple dû à la résistance de l'air sur les pales est donné par la relation

$$\tau_i = -\kappa\omega_i|\omega_i|E_3 \quad (7)$$

Après avoir défini l'expression du couple résistant, il convient maintenant de définir la dynamique de rotation d'un rotor.

$$\mathbf{I}_r\omega_i = \mathbf{u}_i - \tau_i \quad (8)$$

où  $\mathbf{I}_r$  représente l'inertie du rotor  $i$  autour de son axe de rotation et  $\mathbf{u}_i$  le couple du moteur. Dans la suite du document on supposera que la dynamique des moteurs est négligeable par rapport à celle du drone.

Sachant que les centres des hélices sont disposés de façon symétrique et à une distance constante  $d$  du centre de masse  $G$  du drone, on en déduit alors l'expression

des couples de commande  $\Gamma$  ainsi que l'expression de la norme de la poussée  $T$  générée par les quatre moteurs :

$$\begin{pmatrix} T \\ \Gamma_1^1 \\ \Gamma_1^2 \\ \Gamma_1^3 \\ \Gamma_1^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b & b & b & b \\ 0 & db & 0 & -db \\ db & 0 & -db & 0 \\ \kappa & -\kappa & \kappa & -\kappa \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{pmatrix} \quad (9)$$

Par conséquent, l'expression de la force  $F$  dans  $\mathcal{R}_i$  est

$$F = -TRE_3 \quad (10)$$

On envisage ici le couple gyroscopique comme étant la conséquence de la rotation simultanée de la structure de l'X4-flyer et de la rotation à grande vitesse des hélices possédant une certaine inertie  $I_r$ . Le comportement de ce couple est régi, par l'équation :

$$\Gamma_g = \sum_{i=1}^4 \sigma_i \times \Omega \quad (11)$$

$\sigma_i = I_r \omega_i E_3$  étant le moment cinétique de l'hélice  $i$  et  $\times$  le produit vectoriel. Les hélices ne tournant pas toutes dans le même sens, on suppose que les sens de rotation des hélices sont ceux présentés (figure 2). Le couple gyroscopique  $\Gamma_g$  exprimé dans  $\mathcal{R}_a$  et s'exerçant sur le drone peut être modélisé par le système :

$$\Gamma_g = - \sum_{i=1}^4 I_r (\Omega \times E_3) \omega_i.$$

En conclusion, on note que le comportement dynamique du drone peut être modélisé par le système :

$$\dot{\xi} = v \quad (12)$$

$$\dot{v} = ge_3 - \frac{1}{m} TRE_3 \quad (13)$$

$$\dot{R} = Rsk(\Omega), \quad (14)$$

$$I\dot{\Omega} = -\Omega \times I\Omega + \Gamma_g + \Gamma. \quad (15)$$

$$I_r \omega_i = u_i - \tau_i \quad (16)$$

où  $sk(\Omega)$  représente la matrice anti-symétrique du vecteur  $\Omega$ . Le modèle considéré a été synthétisé en omettant les perturbations liées aux imperfections de la structure comme le balourd des hélices par exemple.

### 3 Loi de commande

Dans cette partie, on se propose de mettre au point une loi de commande non linéaire à partir de fonctions de Lyapunov. La méthode mise en oeuvre pour l'élaboration de celle-ci est le Backstepping [3].

L'objectif de la loi de commande est de faire converger respectivement la vitesse  $v$  du centre de gravité ainsi que l'angle de lacet  $\phi$  du drone vers la vitesse  $v_d$  et le lacet désirés  $\phi_d$  fournis par l'utilisateur via la télécommande.

Pour se déplacer dans l'espace, l'inclinaison de la structure du drone permet à la force de poussée  $T$ , générée au centre de gravité, de se décomposer dans le repère inertiel  $\mathcal{R}_i$  en deux forces : une force verticale qui compense le poids de l'engin et une force horizontale qui induit une vitesse de déplacement dans cette direction. Pour générer cette inclinaison, les couples  $\Gamma$ , dits de commande, sont créés sur la structure via une différence de poussée des moteurs situés de part et d'autre des axes (figure 2). On peut alors décomposer la loi de commande en deux parties : une première partie qui calcule la force  $T$  et les couples  $\Gamma$  à appliquer en fonction des consignes et de l'attitude observée ainsi que d'une seconde, qui à partir des valeurs de  $T$  et  $\Gamma$ , élabore la consigne de vitesse de chacun des quatre moteurs.

#### 3.1 Calcul de $T$ et de l'attitude désirée

Dans un premier temps, on souhaite faire converger la vitesse du centre de gravité vers la vitesse désirée. On pose alors la fonction erreur :

$$\varepsilon = v - v_d \quad (17)$$

Définissons  $S_1$  comme une fonction de Stockage afin de stabiliser la dynamique de translation :

$$S_1 = \frac{1}{2} m \|\varepsilon\|^2 \quad (18)$$

En remplaçant Eq. 17 dans Eq. 18 et en dérivant, il vient :

$$\dot{S}_1 = \varepsilon^T (m\dot{v} - m\dot{v}_d) \quad (19)$$

En tenant compte de l'Eq. 13,

$$\dot{S}_1 = \varepsilon^T (mge_3 - TRE_3 - m\dot{v}_d) \quad (20)$$

Si l'on considère le terme  $TRE_3$  comme vecteur de contrôle pour la dynamique de translation, alors il est possible de proposer une loi de contrôle permettant une convergence exponentielle vers le but. Il nous paraît, toutefois, que ce type de convergence n'est pas tout à fait recommandé lorsque l'écart  $\varepsilon$  est assez grand. En effet, le modèle dynamique utilisé n'est plus valide, en particulier en raison du mode de vol provoqué par la dynamique d'une telle convergence qui se trouve différent du vol quasi-stationnaire. Pour y remédier, il convient d'utiliser les techniques de contrôle par petits gains [6]. Cette approche nous paraît particulièrement adaptée à notre problème. En effet, si l'on sature la dynamique de translation, on sature par la même occasion l'inclinaison de l'appareil. De ce fait, on définit la fonction saturation continue et dérivable  $\text{sat}(c)$  associée à la borne  $M$  satisfaisant :

- $x^T \text{sat}(x) > 0$  pour tout  $x \neq 0$
- pour toute composante  $x_i$  de  $x$  et toute composante  $y_i$  de  $\text{sat}(x)$  appartenant à  $\mathbb{R}$ ,  $y_i = x_i$  si  $|x_i| \leq M_i$  et  $y_i = \text{sign}(x_i)M_i$  sinon .

En considérant  $TRE_3$  comme une entrée de commande virtuelle, stabiliser  $S_1$  revient à traiter  $TRE_3$  permettant d'avoir  $\dot{S}_1$  définie négative. Pour permettre ceci, on impose un  $TRE_3$  désiré comme suit :

$$(TRE_3)_d = -m\dot{v}_d + mge_3 + k_1 \text{sat}(\varepsilon) \quad (21)$$

avec  $k_1$  gain strictement positif.

**Remarque 3.1** *La saturation sur  $\varepsilon$  nous permet de limiter l'inclinaison due à la commande du drone. On peut régler cette inclinaison en jouant sur les paramètres de saturation ( $M_i$ ).*

On suppose ici que la dynamique des moteurs accouplés aux hélices est négligeable par rapport à celle du drone. Par conséquent, on admet que la force  $T$  désirée est atteinte immédiatement. En réécrivant la quantité vectorielle de commande comme suit :

$$(TRE_3)_d = T(RE_3)_d, \quad (22)$$

Nous séparons la dynamique de translation de la dynamique de rotation. En effet le vecteur directeur de la commande  $(RE_3)_d$  définira les orientations désirées en tangage et en roulis. En rajoutant l'orientation désirée sur le lacet fournie par la télécommande, nous pouvons formellement déduire toute la matrice d'orientation désirée  $R_d$ .

En introduisant Eq. 22 dans Eq. 20, il vient :

$$\dot{S}_1 = -k_1 \varepsilon^T \text{sat}(\varepsilon) + \varepsilon^T (TR_d E_3 - TRE_3) \quad (23)$$

Sachant que  $R$  est une matrice orthogonale et en factorisant par  $R^d E_3$ , on obtient :

$$\dot{S}_1 = -k_1 \varepsilon^T \text{sat}(\varepsilon) - T \varepsilon^T (RR_d^T - I_3) R^d E_3 \quad (24)$$

On pose  $\tilde{R} = RR_d^T$  qui correspond à la rotation nécessaire pour passer de la rotation actuelle à la rotation désirée.

Sachant que  $\|R_d E_3\| = 1$  et donc par conséquent,  $\|TR_d E_3\| = T$ . Il vient alors :

$$T = \|-m(v_d - gE_3) + k_1 \text{sat}(\varepsilon)\| \quad (25)$$

$$R_d E_3 = \frac{-m(v_d - gE_3) + k_1 \text{sat}(\varepsilon)}{T} \quad (26)$$

La poussée  $T$  (Eq. 25) étant bornée, on en déduit la convergence asymptotique de  $S_1$  vers zéro, si une convergence exponentielle de  $\tilde{R}$  vers  $I_3$  est garantie, c'est à dire si  $R$  converge exponentiellement vers  $R_d$  (cf. théorème 3.2).

### 3.2 Stabilisation de la dynamique de rotation

Faire converger une matrice vers une autre, en l'occurrence  $\tilde{R}$  vers  $I_3$ , n'est pas un problème facile. Toutefois, si l'on se base sur la norme Frobinus de l'écart [5, 2], on obtient :

$$\|\tilde{R} - I_3\|_F = 2\sqrt{2}\|\tilde{\eta}\|,$$

où  $\tilde{\eta}$  représente le vecteur du quaternion de la déviation angulaire  $\tilde{R}$ . On constate alors que faire converger  $\tilde{R}$  vers  $I_3$  revient à faire converger  $\tilde{\eta}$  vers 0. Ceci, nous

conduit à une utilisation explicite des quaternions pour représenter la déviation angulaire  $\tilde{R}$  en lieu et place des angles d'Euler (tangage ( $\theta$ ), roulis ( $\psi$ ) et lacet ( $\phi$ )). Les quaternions utilisés seront représentés sous leur forme géométrique, c'est à dire composés d'un scalaire et d'un vecteur. Par conséquent, la rotation d'angle  $\alpha$  dont l'axe est porté par le vecteur unitaire  $u$  est représentée par le quaternion  $\tilde{Q}$  composé de la partie réelle  $\tilde{\eta}_0 = \cos \frac{\alpha}{2}$  et du vecteur  $\tilde{\eta} = \sin \frac{\alpha}{2} u$ . En associant le quaternion  $\tilde{Q}$  à la déviation angulaire  $\tilde{R}$ , on obtient :

$$\tilde{R} = (\tilde{\eta}_0^2 - \|\tilde{\eta}\|^2)I + 2\tilde{\eta}\tilde{\eta}^T + 2\tilde{\eta}_0 \text{sk}(\tilde{\eta}) \quad (27)$$

avec  $\|\tilde{\eta}\|^2 + \tilde{\eta}_0^2 = 1$

La dérivée du quaternion est donnée par [5](pg. 74) :

$$\dot{\tilde{\eta}} = \frac{1}{2}(\tilde{\eta}_0 I + \text{sk}(\tilde{\eta}))\tilde{\Omega}, \quad \dot{\tilde{\eta}}_0 = -\frac{1}{2}\tilde{\eta}^T \tilde{\Omega} \quad (28)$$

où  $\tilde{\Omega}$  représente la différence de vitesse angulaire :

$$\tilde{\Omega} = R_d(\Omega - \Omega_d) \quad (29)$$

Nous introduisons à ce stade de l'étude, la procédure du backstepping pour établir la loi de contrôle de la dynamique de rotation. Soit la fonction de stockage  $W$  telle que :

$$W = \frac{1}{2}\|\tilde{\eta}\|^2 \quad (30)$$

En dérivant cette fonction et en introduisant Eq. 28, on obtient :

$$\dot{W} = \frac{1}{2}\tilde{\eta}_0 \tilde{\eta}^T \tilde{\Omega} \quad (31)$$

Pour faire converger  $\tilde{\eta}$  exponentiellement vers zero, il suffit de prendre comme commande virtuelle :

$$\tilde{\Omega}^v = -2k_\eta \tilde{\eta}_0 \tilde{\eta}, \quad k_\eta > 0$$

On pose  $\sigma = \tilde{\Omega} - \tilde{\Omega}^v$ . En poursuivant la procédure du backstepping, on considère désormais la fonction de stockage suivante :

$$S_2 = W + \frac{\gamma}{2}\|\sigma\|^2, \quad \gamma > 0 \quad (32)$$

Sachant que  $\dot{R}_d = R_d \Omega_d$  et en combinant les relations Eq. 28, Eq. 29 et Eq. 3.2, il vient

$$\begin{aligned} \dot{S}_2 = & -k_\eta \tilde{\eta}_0^2 \|\tilde{\eta}\|^2 + \frac{1}{2}\tilde{\eta}_0 \tilde{\eta}^T \sigma + \gamma \sigma^T \left( R_d(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_d) \right. \\ & \left. + R_d \text{sk}(\Omega_d) R_d^T \tilde{\Omega} + k_\eta \left( (\text{sk}(\tilde{\eta}) + \tilde{\eta}_0 I_3) \tilde{\Omega} \tilde{\eta}_0 - \tilde{\eta}^T \tilde{\Omega} \tilde{\eta} \right) \right). \end{aligned} \quad (33)$$

A ce stade de la procédure rappelons que la relation entre  $\tilde{\Omega}$  et le couple  $\Gamma$  est algébrique (cf. Eq. 15). On prend alors le vecteur  $\Gamma$  pour contrôler la dynamique de rotation. En choisissant le vecteur couple comme suit :

$$\Gamma = \text{sk}(\Omega)\mathbf{I}\Omega - \Gamma_g + \frac{\mathbf{I}}{\gamma}(\dot{\Omega}_d + R_d^T(-k_\sigma\sigma - \frac{1}{2}\tilde{\eta}_0\tilde{\eta} + k_\eta\tilde{\eta}^T\tilde{\Omega}\tilde{\eta} - (R_d\text{sk}(\Omega_d)R_d^T + k_\eta\tilde{\eta}_0^2I_3 + k_\eta\tilde{\eta}_0\text{sk}(\tilde{\eta}))\tilde{\Omega})), \quad k_\sigma > 0 \quad (34)$$

la dérivée de la fonction de stockage  $S_2$  devient :

$$\dot{S}_2 = -k_\eta\tilde{\eta}_0^2\|\tilde{\eta}\|^2 - k_\sigma\|\sigma\|^2 \quad (35)$$

Connaissant la poussée totale  $T$  et le vecteur couple  $\Gamma$  à exercer, il nous faut maintenant piloter les moteurs. La relation décrite par l'Eq. 9 liant  $(T, \Gamma)$  et les vitesses des quatre moteurs  $(\omega_i)$  étant algébrique et bijective, un contrôleur de type grand gain peut être utilisé. Cependant et pour des raisons de simplicité, nous considérons dans le théorème suivant que la poussée  $T$  et le vecteur couple  $\Gamma$  comme étant les entrées de contrôle du système.

**Théorème 3.2** *Considérons le système dynamique défini par les équations Eq. 12 - Eq. 15, la commande de poussée  $T$  Eq. 25, le vecteur couple  $\Gamma$  Eq. 34. Soit  $v_d$  une consigne bornée de vitesse. Soit  $\delta \ll 1$  un réel positif. Alors pour toute condition initiale  $(\varepsilon(0), \tilde{\eta}(0), \sigma(0))$  telle que :*

$$\tilde{\eta}_0(0) > \delta, \quad \gamma \leq \frac{\delta^2}{\sigma(0)^2} \quad (36)$$

la stabilité exponentielle de  $\tilde{R}$  et la convergence asymptotique de  $\varepsilon$  vers zéro sont garanties.

**Démonstration :** Rappelons tout d'abord les expressions de la fonction de stockage  $S_2$  (Eq. 32) et de sa dérivée (Eq. 35) :

$$S_2 = \frac{1}{2}\|\tilde{\eta}\|^2 + \frac{\gamma}{2}\|\sigma\|^2$$

$$\dot{S}_2 = -k_\eta\tilde{\eta}_0^2\|\tilde{\eta}\|^2 - k_\sigma\|\sigma\|^2$$

Il est clair que la stabilisation exponentielle de  $S_2$ , garantissant également une stabilisation exponentielle de  $\tilde{\eta}$  vers zéro et de celle de  $\tilde{\eta}_0$  vers  $+1$  ou  $-1$  (cf. Eq. 27). Pour montrer que  $\tilde{\eta}_0$  converge bel et bien à  $+1$  et enlever l'ambiguïté, introduisons la condition du théorème (Eq. 36) dans l'expression de  $S_2$  (Eq. 32). Il vient alors :

$$S_2(0) < \frac{1}{2}$$

assurant ainsi que  $\tilde{\eta}_0$  ne passe jamais par zéro et ne peut converger donc que vers  $+1$ .

Rappelons maintenant l'expression de la dérivée de  $S_1$  (Eq. 24) et procédons à une majoration de cette dernière, il vient alors :

$$\dot{S}_1 \leq -k_1\varepsilon\text{sat}(\varepsilon) + 2\sqrt{2}T\|\varepsilon\|\|\tilde{\eta}\| \quad (37)$$

Sachant que  $T$  est bornée et que la dynamique de  $\tilde{\eta}$  est bornée par une exponentielle, dont la norme est au plus égale à 1 (cf. Eq. 27), de la forme :

$$\|\tilde{\eta}\| \leq e^{-\alpha t}, \quad \alpha > 0,$$

la borne supérieure sur  $\dot{S}_1$  peut être exprimée comme suit :

$$\dot{S}_1 \leq -k_1\varepsilon\text{sat}(\varepsilon) + \|\varepsilon\|\sqrt{2}\beta e^{-\alpha t}, \quad \beta = 2T \quad (38)$$

En examinant cette relation on constate qu'il existe un temps fini  $t_s$  à partir duquel  $\text{sat}(\varepsilon) = \varepsilon$ . C'est à dire pour tout  $t \geq t_s$  :

$$\dot{S}_1 \leq -k_1\|\varepsilon\|^2 + \sqrt{2}\beta\|\varepsilon\|e^{-\alpha t}, \quad \forall t \geq t_s \quad (39)$$

$$\leq 2k_1S_1 + 2\beta\sqrt{S_1}e^{-\alpha t} \quad (40)$$

Afin d'écrire cette relation sous une forme un peu plus commode, on pose  $S = \sqrt{S_1}$ . Il vient alors :

$$\dot{S} = \frac{\dot{S}_1}{2\sqrt{S_1}} \leq -k_1S + \beta e^{-\alpha t}, \quad \forall t \geq t_s,$$

ou encore :

$$\dot{S} \leq -k_1S + \frac{\beta}{\sqrt{2}}e^{-\alpha t}, \quad \forall t \geq t_s$$

On peut, maintenant, facilement montrer que :

$$S(t) \leq e^{-k_1(t-t_s)}S_1(t_s) + \beta \int_{t_s}^t e^{-k_1(t-\mu)}e^{-\alpha\mu}d\mu, \quad \forall t \geq t_s$$

converge naturellement vers 0 assurant ainsi la convergence de  $\varepsilon$ .  $\triangle$

## 4 Résultats de simulation

Afin de valider la loi de commande proposée précédemment, nous avons procédé à des simulations sous le logiciel Matlab. Le modèle du drone utilisé est celui décrit précédemment auquel nous avons rajouté :

- un bruit blanc sur les signaux issus des capteurs. Le bruit simulé est issu d'expériences effectuées avec une centrale inertielle et qui sera embarquée sur l'engin,
- un bruit modélisant les vibrations provoquées par la rotation des hélices. Ce bruit est fonction de la vitesse de rotation de celles-ci.

On considère lors de ces simulations que la poussée n'est pas instantanée et que les moteurs ont un temps de réponse de 25ms.

On impose, à l'instant  $t=1$  seconde, une consigne de vitesse de déplacement de 20 cm par seconde sur l'axe  $e_1$  du repère inertiel  $\mathcal{R}_i$  et un lacet  $\phi_d = 45$  à l'instant  $t=1.25$  seconde. Initialement la vitesse de translation ainsi que le lacet sont nuls.

Pour ces simulations les gains sont réglés comme suit :  $k_1 = 7$ ,  $k_\eta = 10$  et  $k_\sigma = 10$ . La saturation de l'inclinaison est réglée telle que le max de la valeur absolue des composantes de  $\varepsilon$  soit inférieur 0,1.

On constate que la vitesse sur l'axe  $e_1$  (figure 3) effectuée un léger dépassement puis se stabilise à la vitesse de

## References

- [1] E. Frazzoli, M.A. Dahleh M.A., and E. Feron. Landing an unmanned air vehicle : vision based motion estimation and nonlinear control. *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 5(1) :116–129, 2002.
- [2] T. Hamel, R. Mahony, R. Lozano, and J. Ostrowski. Dynamic modelling and configuration stabilization for an X4-flyer. In *International Federation of Automatic Control Symposium, IFAC 2002*, Barcelona, Spain, 2002.
- [3] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and P. V. Kokotovic. *Nonlinear and adaptive control design*. American Mathematical Society, Rhode Islande, USA, 1995.
- [4] R. Mahony and T. Hamel. Robust trajectory tracking for a scale model autonomous helicopter. *To appear in the International Journal of Non-linear and Robust Control*, 2003.
- [5] R. M. Murray, Z. Li, and S. S. Sastry. *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*. CRC Press, Inc., Florida, U.S.A., 1994.
- [6] A. R. Teel. A nonlinear small gain theorem for the analysis of control systems with saturation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41(9) :1256–1270, 1996.
- [7] L.A. Young and E.W. Aiken. New concepts and perspectives on micro-robotcraft and small autonomous rotary-wing vehicles. In *Proceedings of the 20th AIAA Applied Aerodynamics conference*, St Louis, Missouri, June 2002.

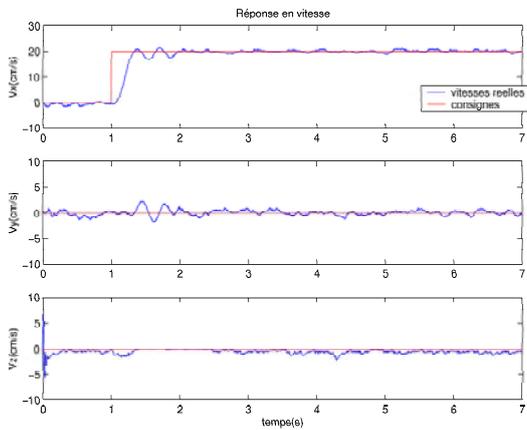


FIG. 3: Réponse en vitesse en fonction du temps

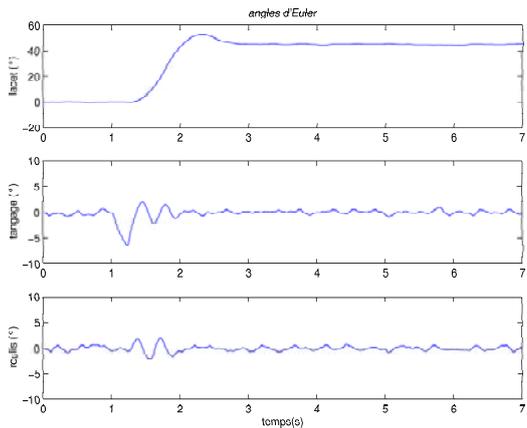


FIG. 4: Comportement des angles en fonction du temps

consigne. Les composantes de la vitesse sur les autres axes restent quasiment nulles. L'évolution de l'angle de lacet perturbe légèrement la commande des vitesses mais ne déstabilise pas le drone.

L'évolution des angles (figure 4) permet de constater que l'angle de lacet atteint bien sa consigne après un léger dépassement et que les angles de tangage et de roulis sont en accord avec l'évolution des vitesses.

## 5 Conclusion

Dans cet article, nous avons proposé une loi de commande non linéaire simple et robuste ayant pour objectif de contrôler la vitesse de translation via la correction d'assiette, ainsi que l'angle de lacet d'un drone aérien de type " X4-flyer ". Sa simplicité ainsi que l'utilisation d'outils comme les quaternions permettent sa portabilité dans un calculateur embarqué dont la puissance est modérée. Des tests sur une carte d'évaluation ont été réalisés en vue d'une implémentation prévue dans les trois mois à venir. La robustesse de la loi de commande n'a été vérifiée qu'en se basant sur quelques expériences de simulation. Il nous paraît toutefois possible d'apporter une étude théorique de robustesse de la loi de contrôle.