



HAL
open science

Une approche des phénomènes de recirculation lors de la mise en œuvre de suspensions de fibres courtes par un écoulement de cavité

Etienne Prulière, Amine Ammar, Nadia El Kissi, Francisco Chinesta

► To cite this version:

Etienne Prulière, Amine Ammar, Nadia El Kissi, Francisco Chinesta. Une approche des phénomènes de recirculation lors de la mise en œuvre de suspensions de fibres courtes par un écoulement de cavité. 41e Congrès du Groupe Français Rhéologie, 2006, Cherbourg, France. hal-00080996

HAL Id: hal-00080996

<https://hal.science/hal-00080996>

Submitted on 26 Aug 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Une approche des phénomènes de recirculation lors de la mise en œuvre de suspensions de fibres courtes par un écoulement de cavité.

E. Pruliere, A. Ammar, N. El Kissi, F. Chinesta

Laboratoire de Rhéologie – 1301 rue de la piscine, BP 53, 38041 Grenoble
Laboratoire de Mécanique des Systèmes et des Procédés – 151 Bd de l'Hôpital, 75013 Paris

Résumé : Nous parlons ici de la résolution numérique de l'écoulement d'une suspension de fibres courtes dans une cavité recirculante. Nous commençons par étudier des écoulements simples dont la solution exacte peut être déterminée afin d'évaluer l'efficacité de la méthode particulière testée. Ensuite nous étudions le problème de la cavité qui est un écoulement plus réaliste. Les résultats obtenus sont reliés à la réalité physique de l'état microstructurel qui est observée à l'aide d'un dispositif expérimental dédié.

Mots-clé : Rhéologie, suspensions de fibres courtes, Fokker-Planck, recirculation

1. Introduction

On retrouve des zones de recirculation dans un grand nombre d'écoulement industriel. Il est donc intéressant de se pencher sur le comportement des fluides complexes dans des écoulements du type recirculation. Le problème de la cavité est un problème modèle permettant d'étudier les phénomènes de recirculation.

Plusieurs équations d'évolution permettent de modéliser les suspensions de fibres courtes. D'un point de vue microscopique, l'évolution de l'orientation d'une fibre dans un fluide newtonien est décrite par l'Equation de Jeffery [1] :

$$\frac{d\rho}{dt} = \underline{\underline{\Omega}}\rho + k(\underline{\underline{D}}\rho - (\underline{\underline{D}}:(\rho \otimes \rho))\rho) \quad (1)$$

ρ est le vecteur d'orientation. Il s'agit d'un vecteur unitaire aligné sur l'axe de la fibre. $\underline{\underline{D}}$ et $\underline{\underline{\Omega}}$ sont respectivement le tenseur des taux de déformations et le tenseur des taux de rotation. k est un facteur dépendant de la forme de la fibre.

Mais cette équation ne tient pas compte des interactions entre les fibres. L'Equation de Fokker-Planck adaptée aux suspensions de fibres [2] décrit l'évolution de la distribution d'orientation (Ψ) :

$$\frac{d\Psi(\rho)}{dt} + \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\Psi(\rho) \frac{d\rho}{dt} \right) = \frac{\partial}{\partial \rho} \left(D_r \frac{\partial \Psi(\rho)}{\partial \rho} \right) \quad (2)$$

Les interactions entre fibres sont modélisées par un paramètre de diffusion D_r .

Pour étudier l'évolution des fibres d'un point de vue macroscopique, on définit le tenseur d'orientation par :

$$\underline{\underline{a}} = \int \rho \otimes \rho \Psi(\rho) d\rho \quad \text{avec} \quad (\rho \otimes \rho)_{ij} = \rho_i \rho_j \quad (3)$$

L'équation d'évolution de $\underline{\underline{a}}$ déduite des équations (1) et (2) nous contraint à utiliser une approximation de fermeture [3,4]. Pour cette raison, nous nous concentrons ici sur la description probabiliste de l'orientation.

2. Etude numérique

La détermination numérique de l'état microstructurel d'une suspension de fibres courtes a été l'objet de plusieurs études.

Les approches faisant intervenir le tenseur d'orientation ont été largement considérées. En particulier une technique particulière a été développée pour les écoulements recirculant [5].

Une autre possibilité réside dans les méthodes stochastiques considérant un grand nombre de particules. Les collisions entre particules sont modélisés par un effet brownien [6] ou en lissant l'effet de chaque particule et en appliquant Fokker-Planck. Cette méthode pose des difficultés dans l'évaluation des paramètres et le grand nombre de particules nécessaires entraîne des coûts de calculs souvent trop importants.

2.1 Description de la méthode utilisée

La méthode numérique de résolution que nous utilisons dans cette étude est une méthode lagrangienne basée sur les éléments finis. Cette

méthode nécessite la détermination au préalable du champ de vitesse et des lignes de courants. Pour cela, une méthode éléments finis classique est utilisée sur l'espace physique (figure 1).

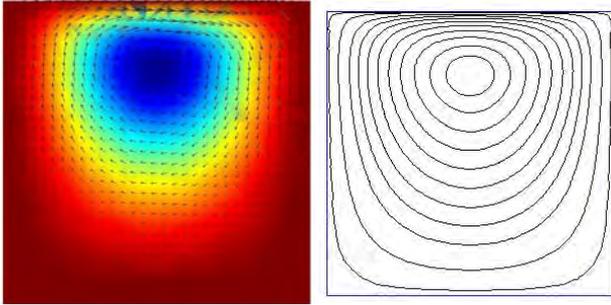


Figure 1 : Champ de vitesse et lignes de courants dans la cavité.

Dans un deuxième temps, la méthode consiste à utiliser une discrétisation SUPG sur l'espace des configurations. Pour un problème plan, on peut se limiter à une seule dimension qui est l'angle d'orientation des fibres.

L'introduction de cette approximation ainsi que l'assemblage des matrices globales conduit à l'équation temporelle suivante :

$$\underline{K}_1 \frac{d\Psi}{dt} + \underline{K}_2 \Psi = 0 \quad (4)$$

A ce niveau, il est possible d'utiliser une méthode eulerienne telle que Galerkin discontinue pour résoudre l'équation.

Dans notre cas, nous considérons une ligne de courant divisée en N pas de temps. Un schéma explicite en temps nous permet d'écrire :

$$\underline{\Psi}(t_{n+1}) = (\underline{I} - \Delta t \underline{K}_1^{-1} \underline{K}_2) \underline{\Psi}(t_n) \quad \forall n \in [0, N-1] \quad (5)$$

\underline{K}_1 et \underline{K}_2 sont des fonctions de n car elles dépendent du gradient de vitesse qui varie le long de la ligne de courant.

En posant $\underline{M}_n = \underline{I} - \Delta t \underline{K}_1^{-1} \underline{K}_2$ l'équation (5) nous permet d'écrire :

$$\underline{\Psi}(t_N) = \underline{M}_{N-1} \underline{M}_{N-2} \dots \underline{M}_0 \underline{\Psi}(t_0) \quad (6)$$

Or la condition de périodicité sur la ligne de courant se traduit par $\underline{\Psi}(t_N) = \underline{\Psi}(t_0)$. En introduisant cette condition, l'équation (6) devient :

$$(\underline{M}_{N-1} \underline{M}_{N-2} \dots \underline{M}_0 - \underline{I}) \underline{\Psi}(t_0) = 0 \quad (7)$$

L'équation (7) associée à une condition de normalité sur $\underline{\Psi}$ permet finalement de trouver $\underline{\Psi}(t_0)$.

2.2 Validation de la méthode

Avant de confronter la méthode avec le problème de la cavité, il est souhaitable de la tester sur des cas d'écoulement dont la solution est connue analytiquement. Pour cela nous nous penchons sur deux problèmes simples : le cisaillement simple et la recirculation simple.

Bien que les lignes de courants d'un cisaillement simple ne soient pas périodiques, il est possible d'appliquer des conditions de périodicité car la solution stationnaire recherchée est constante le long d'une ligne de courant. Nous pouvons donc appliquer une condition de périodicité entre deux points de positions indifférentes. Dans ce cas, les résultats donnés par notre méthode sont parfaitement confondus avec la solution analytique quelque soit la diffusion. Pour avoir une idée des performances de notre méthode, la méthode classique de Galerkin discontinue a été testée avec un petit maillage incluant les conditions de symétrie. Sur ce cas simple, Galerkin discontinue donne aussi de très bons résultats.

La recirculation simple est définie par le champ de vitesse suivant :

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y\sqrt{x^2+y^2} \\ x\sqrt{x^2+y^2} \end{pmatrix} \quad (8)$$

Les lignes de courant sont des cercles. La méthode de Galerkin discontinue est utilisée en considérant un domaine circulaire (le flux sortant du domaine est nul). Contrairement au cas précédent, la méthode de Galerkin discontinue diffère de la solution analytique, d'autant plus que la taille de l'élément est grande devant le rayon de courbure de la trajectoire. Par contre, notre méthode donne toujours des résultats quasi-identiques avec la solution analytique quelque soit la diffusion.

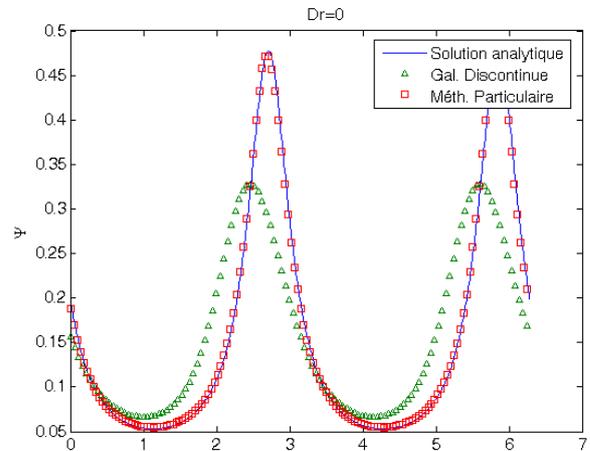


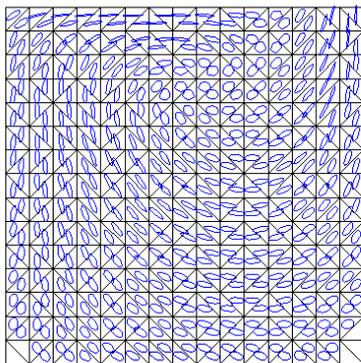
Figure 2 : Distribution d'orientation analytique et calculée sur la recirculation parfaite.

La figure 2 est un exemple de résultats pour un maillage de taille raisonnable en un point situé à une distance intermédiaire entre le centre de la recirculation et la frontière du domaine.

2.3 Résultats

Nous pouvons maintenant appliquer la méthode au problème de la cavité. Nous caractérisons l'écoulement par un nombre adimensionnel de Weissenberg pour le problème des fibres défini par : $We = \frac{Vh}{D_r}$ (h est la largeur de la cavité, V la vitesse maximale imposée et D_r le coefficient de diffusion). Le résultat obtenu dépend évidemment du nombre de Weissenberg.

Pour un We donné, une distribution d'orientation est obtenue pour chaque élément. Nous représentons graphiquement l'état d'orientation des fibres en affichant les ellipsoïdes d'orientation qui viennent du calcul des valeurs propres et des vecteurs propres du tenseur d'orientation [6].



Pour $We=10$, la direction principale d'orientation est globalement suivant les lignes de courant, mais sur la partie supérieure droite de la cavité, l'orientation principale peut se trouver perpendiculaire aux lignes de courant (figure 3). Ce phénomène est d'autant plus net que We est faible.

2.4 Réduction dimensionnelle

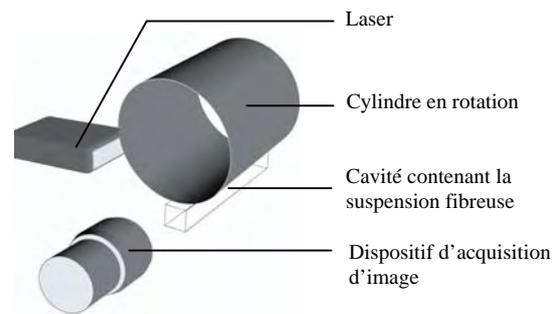
Afin de réduire le coût du calcul, il est possible d'appliquer une réduction dimensionnelle. Le principe repose sur la décomposition en fonctions représentatives de Kahunen-Loève [8]. A partir du calcul de l'orientation d'une fibre, la décomposition nous donne des fonctions caractéristiques prises par la distribution d'orientation le long de la ligne de courant. L'idée est de remplacer les fonctions de bases de l'approximation en éléments finis par les fonctions de base issues de la décomposition. En calculant la base réduite pour une fibre située sur

une trajectoire moyenne dans la cavité on peut trouver très rapidement les distributions d'orientation pour tous les autres points de la cavité.

L'erreur des résultats ainsi obtenus est inférieure à 0.01% et le gain de temps de calcul pour $We=10$ est de l'ordre de 1/600 (sans prendre en compte le calcul de la base réduite).

3. Etude expérimentale

3.1 Dispositif expérimental



En parallèle avec notre étude numérique, nous avons monté un dispositif permettant de visualiser l'orientation de fibres dans une cavité (figure 4). La cavité contenant la suspension de fibres est en plexiglas avec une section carrée de 1 cm de coté et une longueur de 11,5 cm. Nous regardons ce qui se passe pour une section au centre de la cavité, ce qui permet de nous affranchir des effets de bord. La suspension étudiée est mise en mouvement par un cylindre en aluminium dont les dimensions sont grandes devant celles de la cavité. La rotation du cylindre entraîne la recirculation du fluide.

Le dispositif de visualisation est composé d'un laser associé à une lentille permettant d'éclairer un plan et d'une caméra pour l'acquisition des images.

Le fluide utilisé est une huile de colza alimentaire dont la viscosité est proche de 0,07 Pa.s. En première approximation, le fluide est considéré newtonien dans les conditions de notre expérience. Les fibres sont en polyamide de 300 μm de longueur avec une section circulaire de 19 μm de diamètre. Elles sont distribuées par Swissflock. La concentration en fibre est choisie de façon à avoir une fibre par volume de 1 mm^3 (optimal pour l'observation). Cela est équivalent à une concentration massique de 0,011%. Il est largement vérifié que nous restons dans un régime dilué. De plus, la masse volumique des fibres est proche de celle du fluide ce qui rend les effets de sédimentation négligeable dans la durée de l'expérience.

3.2 Analyse des résultats

Le dispositif expérimental permet d'obtenir une série de photos sur lesquelles nous observons l'orientation des fibres (figure 5). Pour utiliser ces résultats de façon quantitative il faut procéder à un traitement d'image. Un logiciel dédié permet d'effectuer cette étape de façon semi automatique. Nous récupérons ainsi la position et l'orientation de chaque fibre.

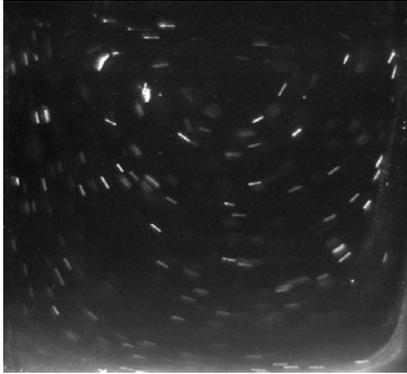


Figure 5 : Photo d'orientation des fibres.

Une fois que nous connaissons la position et l'orientation d'un grand nombre de fibres, la cavité est divisée en plusieurs carrés et pour chacun de ces carrés nous calculons le tenseur d'orientation [6]. Nous pouvons alors visualiser les résultats en affichant les ellipsoïdes d'orientations.

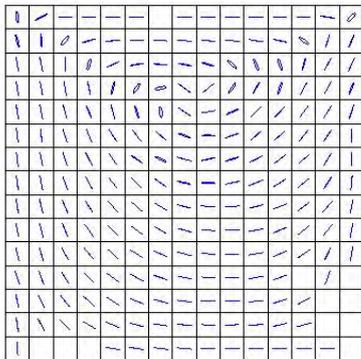


Figure 8 : Etat d'orientation des fibres déterminé expérimentalement pour une vitesse de rotation de 6.2 mm/s.

Les fibres sont orientées dans une direction proche des trajectoires de l'écoulement et la différence entre les résultats obtenus avec différentes vitesses de rotation est très faible. La diffusion est donc vraisemblablement très faible à ces nombres de Weissenberg et dans les conditions de l'expérience.

4. Conclusion et perspectives

L'erreur sur les valeurs numérique entre l'approche par le calcul (avec $We=100$) et l'approche expérimentale est de l'ordre de 30% (figure 8). Malgré l'importance de cette valeur, les angles d'orientations correspondent assez bien entre les deux approches.

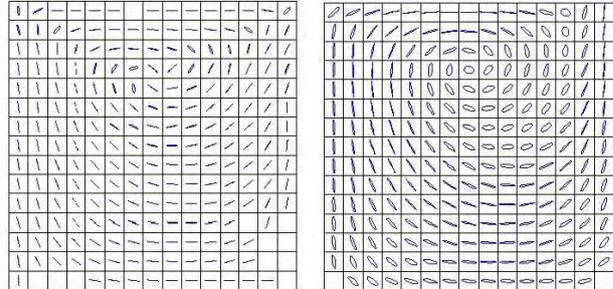


Figure 8 : Comparaison des résultats expérimentaux (à gauche) et numériques pour $We=100$ (à droite).

Dans le cas testé, en régime dilué, il y a très peu d'interaction entre fibres, et de façon expérimentale, on voit que le paramètre de diffusion est presque nulle. Dans l'avenir, nous allons chercher à voir si il en est de même avec d'autres fluides, et en particulier comment se comporte une suspension de fibres diluées dans une matrice viscoélastique.

Références

- [1] Jeffery, G.B. The motion of Ellipsoidal Particles Immersed in Viscous Fluid. *Proc. Royal Soc.*, A 102, p 161 (1922)
- [2] Folgar, F. et Tucker III, C.L. Orientation Behaviour of Fibers in Concentrated Suspensions. *J. Reinf. Plast. Composites*, 3, 98-119 (1984)
- [3] Advani, S.G. et Tucker III, C.L. Closure approximations for three-dimensional structure tensors *J. Rheol.*, 34, 367-386 (1990).
- [4] Dupret, F. et Verleye, V. Modelling the Flow of Fiber Suspensions in Narrows Gaps. *Advances in the Flow and Rheology of Non-Newtonian Fluids*, D.A. Siginer, D. De Kee and R.P. Chhabra editors, Rheology Series, Elsevier, Amsterdam, 1347-1398 (1999)
- [5] Chinesta, F. et Chaidron, G. On the Steady solution of linear advection problems in steady recirculating flows. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 98, 65-80 (2001)
- [6] Chinesta, F. et Chaidron, G. et Poitou, A. On the solution of Fokker-Planck equations in steady recirculating flows involving short fiber suspensions. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 113, 97-125 (2003)
- [7] Ryckelynck, D. et Chinesta, F. et Cueto, E. et Ammar, A. On the a priori model reduction: overview and recent developments. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 13/1, 91-128, (2006).