



HAL
open science

Prédiction du comportement vibratoire du fraisage latéral de finition des pièces à parois minces

François Lapujolade, Tarek Mabrouki, Kadour Raïssi

► **To cite this version:**

François Lapujolade, Tarek Mabrouki, Kadour Raïssi. Prédiction du comportement vibratoire du fraisage latéral de finition des pièces à parois minces. *Mechanics & Industry*, 2002, 3 (4), pp.403-408. <hal-00021146>

HAL Id: hal-00021146

<https://hal.science/hal-00021146v1>

Submitted on 21 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

Prédiction du comportement vibratoire du fraisage latéral de finition des pièces à parois minces

Vibratory behavior prediction of thin-walled parts during lateral finish milling

François Lapujoulade *, Tarek Mabrouki, Kadour Raïssi

LMSM UMR CNRS ENSAM-ESEM, 151 Boulevard de l'Hôpital, 75013 Paris, France

Résumé

Le fraisage de finition des pièces minces génère des phénomènes vibratoires complexes qui rendent son utilisation difficile sans le recours à des mises au point coûteuses et délicates. Il conjugue les difficultés relatives à l'usinage des pièces déformables dont la principale est la grande variabilité du comportement en fonction de la position de la zone d'usinage sur la plaque, et les difficultés du fraisage de finition qui sont essentiellement liées à la faible valeur de l'épaisseur de coupe. La simulation numérique permet de prendre en compte tous les aspects du phénomène vibratoire et permet d'enrichir la notion de stabilité. En effet, elle renseigne sur la façon dont se fait le retour vers le cycle stable. Il est montré que l'approche analytique décrite par la majorité des auteurs n'est pas utilisable sous sa forme habituelle car certaines hypothèses ne sont pas respectées dans le cas de la finition avec engagement radial très faible. Les déplacements de la pièce influent sur les conditions d'interaction entre l'outil et la pièce, de telle sorte que les angles d'entrée et de sortie des arêtes sont modifiés. Le régime stationnaire effectif qui en résulte s'écarte du régime nominal. Un algorithme est proposé pour calculer rapidement ce régime effectif sans intégration temporelle. Il est montré l'importance capitale d'avoir une loi de coupe représentative aux faibles épaisseurs de coupe. Des tests expérimentaux valident l'approche par simulation pour la détermination de la stabilité de l'usinage d'une part, et la méthode proposée pour la détermination du régime stationnaire effectif d'autre part. Ces résultats permettent de mieux choisir un point de fonctionnement à l'intérieur du domaine de stabilité en fonction d'objectifs industriels.

Abstract

The milling of thin walls generates complex vibratory phenomena making it hard to implement and then very expensive. This process is facing various difficulties. The main one is the variability of machined part vibratory behaviour according to the machining point location. Further more these difficulties are mainly induced by the low cutting thickness. Numerical modelling allows to take into account all the aspects of the vibratory phenomenon and to enrich the concept of stability. Indeed, it informs on the way in which the return is done towards the stable cycle. It is shown that the analytical approach is not usable in its usual form because certain hypotheses are not respected. The piece displacements affect the interaction conditions between tool and plate. Consequently, entry and exit edge's angles are modified. As a result, the effective stationary regime is far from the nominal one. In order to calculate this effective regime a numerical method is presented. It is shown that it is important to use a cutting law representing the behaviour of low cutting thickness. The experimental tests valid the numerical approach which concern machining stability and also the proposed method which determine the effective stationary regime. Eventually, these results allow a covenant choice of the operating point enclosed the stability domain according to industrial objectives.

1. Introduction

L'usinage des parois minces se rencontre dans de nombreux domaines industriels : le secteur aéronautique et spatial, l'industrie des moules, les turbomachines, les capteurs,

* Correspondance et tirés à part.
Adresses e-mail : Francois.Lapujoulade@paris.ensam.fr
(F. Lapujoulade), Tarek.Mabrouki@paris.ensam.fr (T. Mabrouki),
Kadour.Raïssi@paris.ensam.fr (K. Raïssi).

Nomenclature

$A(t)$	coefficient périodique de la force de coupe	$[K]$	matrice de raideur $N \cdot m^{-1}$
A_e	engagement radial mm	K_h, K_v	coefficients de la loi de coupe $N \cdot mm^{-1}$
A_p	engagement axial mm	$[M]$	matrice de masse kg
b	largeur de coupe mm	N	vitesse de rotation $trs \cdot min^{-1}$
$[b]$	matrice de répartition des forces	p	degrés de liberté du modèle complet m
C	coefficient entre les composantes radiale et tangentielle	q	degrés de liberté dans la base modale
$[C]$	matrice d'amortissement $N \cdot s \cdot m^{-1}$	s	pente de la surface à l'avant de l'outil °
F_h, F_v	composantes radiale et tangentielle de la force de coupe N	T	période de passage des dents s
F_T	fonction de transfert force-déplacement en un point $m \cdot N^{-1}$	V_c	vitesse de coupe $m \cdot min^{-1}$
F_y	composante de la force de coupe orthogonale à la plaque N	y	déplacement de la plaque m
f_z	avance par dent mm	$\delta(t)$	fonction de contact outil – pièce
h	épaisseur de coupe mm	Δy	variation d'épaisseur de coupe
h_n	épaisseur de coupe nominale mm	$[\Phi]$	matrice des vecteurs propres
		$[\Gamma]$	matrice des amortissements modaux
		$[\Omega]$	matrice des fréquences propres
		θ	position angulaire de la fraise rad

etc. Il existe deux grandes familles de pièces qui présentent des parois minces usinées. La première est celle des pièces réalisées dans la masse et qui se présente à la fin comme une succession d'alvéoles. L'exemple le plus typique est celui des panneaux de voilure. On distingue alors des parois latérales qui séparent les alvéoles entre-elles et les parois de fond. Ces parois sont rigidifiées sur une partie importante de leur pourtour. La deuxième catégorie est celle des ailettes et des aubes qui entrent dans la composition des turbomachines. Il s'agit souvent de pièces très fines, fortement courbées et encastrées sur un seul côté. Dans tous les cas, ces parois sont très déformables si on se situe loin des zones de maintien. L'action d'une fraise est susceptible d'entraîner de fortes vibrations. Le développement récent du fraisage à grande vitesse permet d'aller plus loin dans l'obtention de voiles très minces à des conditions économiques acceptables. S'il permet d'atteindre des points de fonctionnement stables très intéressants, il est aussi susceptible d'engendrer de très fortes instabilités qui vont jusqu'à la destruction de l'outil et de la pièce. Il est crucial de disposer de moyens qui autorisent la prédiction fiable des comportements vibratoires, d'autant plus que la mise au point sur machine est dangereuse et très coûteuse.

Le fraisage de finition des parois minces intervient dans de mauvaises conditions. Le voile déjà ébauché est très souple. De nombreuses stratégies de fraisage ont été proposées pour éviter cette situation. Elles consistent le plus souvent à enlever la matière par couches perpendiculaires à la paroi en alternant ébauche et finition. Chaque portion de la paroi est terminée alors qu'elle est encore fortement maintenue par la matière sous-jacente. Cette technique n'est pas applicable dans plusieurs cas. Le premier est celui des ébauches obtenues préalablement à l'usinage (fonderie,

forge, etc.). Un deuxième cas apparaît quand l'ébauche entraîne un relâchement de contraintes internes. On ne peut alors faire la finition qu'à la fin. Un cas analogue se rencontre si la pièce doit subir un traitement thermique entre l'ébauche et la finition. On pourrait citer aussi le cas des pièces réusinées après rechargement. Lors des passes de finition, la qualité de la surface est le critère principal de choix des conditions de travail et des outils. Les facteurs tels que la puissance de coupe ou le niveau moyen d'effort sont souvent très secondaires. L'impératif est que l'usinage soit stable pour garantir une qualité de surface optimale. Mais d'autres considérations, liées aux conditions de coupe de l'outil, aux efforts dynamiques subis par la pièce ou les différentes parties du système usinant (outil, broche, etc.), sont à prendre en compte pour un choix judicieux des paramètres de travail.

2. Caractéristiques du fraisage de finition des parois minces

Le fraisage de finition des pièces minces cumule les particularités de deux domaines, l'usinage des pièces peu rigides et le fraisage de finition.

Les parois minces sont des structures facilement déformables dont le comportement dynamique est caractérisé par de nombreux modes propres de vibration. Le fait essentiel est que la réponse en déplacement de la pièce sous l'effet de la sollicitation périodique exercée par l'outil est très dépendante de la position de la zone où s'exerce cette sollicitation, donc de la position de l'outil sur la pièce. Les conditions de stabilité de l'usinage, qui sont les garants de sa qualité, varient très vite tout au long de la trajectoire de l'outil. Dans ces conditions, la recherche des conditions optimales

de travail de l'outil est complexe car il s'agit soit de trouver un point de fonctionnement valable pour toute la trajectoire de l'outil dans des conditions variables souvent contradictoires, soit un ensemble de points de fonctionnement valables sur des tronçons de trajectoire qui sont à déterminer. Une autre caractéristique fréquente de l'usinage des parois minces, mais qui n'est pas exclusive de ce type d'usinage, est que l'enlèvement de matière est suffisamment significatif pour modifier progressivement les caractéristiques mécaniques du système, répartition des masses et des raideurs.

Le fraisage de finition se caractérise par un faible engagement radial de l'outil. La coupe est très discontinue. La sollicitation exercée par l'outil sur la pièce est une succession périodique de brèves impulsions de forces. Le spectre fréquentiel est donc très large. A la fréquence fondamentale d'excitation, qui est celle du passage des dents de l'outil, se superposent de nombreux harmoniques d'amplitudes significatives susceptibles d'entrer en résonance avec les modes propres de la plaque usinée. Le très faible engagement radial entraîne des difficultés de modélisation car certaines hypothèses, communément admises par les principaux auteurs ayant traité de la stabilité du fraisage, ne sont pas satisfaites, en particuliers, il faut tenir compte de la non linéarité de la loi de coupe et les angles d'entrée et de sortie ne sont plus constants.

Une situation d'usinage similaire est celle de l'utilisation d'outils longs peu rigides. Dans le cas d'un fraisage de finition, les conclusions sur le caractère discontinu de la coupe sont les mêmes. Par contre, le point d'application de la force sur l'outil reste sensiblement constant tout au long du déplacement de l'outil. Le comportement n'a pas besoin d'être étudié en différents points de la trajectoire. L'usinage d'une paroi mince est susceptible d'être effectué avec un outil flexible et de combiner les différentes difficultés. La suite de l'article est consacrée au fraisage des parois minces à l'aide d'un outil rigide et d'une broche parfaite, de sorte que seule la dynamique de la paroi est considérée. L'étude de la dynamique du système broche-outil pose d'autres problèmes dus au fait qu'il s'agit d'un ensemble complexe en rotation rapide.

3. Dynamique du fraisage de finition des parois minces

La dynamique de l'usinage est étudiée depuis les années 60. Dès cette époque, les travaux de Tobias [1] analysent les mécanismes d'apparition des phénomènes vibratoires en usinage et tout particulièrement du broutage auto-régénératif. Dans les années 80, Tlusty [2] et son équipe introduisent des méthodes analytiques commodes pour étudier la stabilité des systèmes d'usinage. Ces travaux ont été poursuivis dans les années 90 par différents chercheurs, notamment par Altintas [3], Budak [4] et Mimis [5] dans le domaine du fraisage.

L'analyse du comportement vibratoire du système d'usinage nécessite deux modèles : celui de la structure déformable et celui de l'interaction entre l'outil et la pièce. Nous

allons les développer dans le cas précis du fraisage latéral de finition des parois minces. Nous ferons les hypothèses générales suivantes :

- La machine est indéformable ainsi que la broche et l'outil et la pièce est le seul élément déformable du système,
- L'outil est parfaitement centré sur l'axe de rotation et la vitesse de rotation est constante. La vitesse d'avance garantie une avance par dent constante,
- L'outil est à pas constant. L'écart angulaire entre deux dents successives est constant,
- Le fraisage est latéral. Il ne fait pas intervenir la face avant de l'outil (fraisage en bout ou fraisage de face).

Ces hypothèses sont assez restrictives. Nous verrons ultérieurement comment elles peuvent être affaiblies. L'indéformabilité de la machine est réaliste vis-à-vis de la faible raideur des plaques minces. Le système broche – outil n'est pas pris en compte pour souligner ce qui est spécifique aux plaques minces. Dans le cas d'un outil court, il est peu probable qu'il intervienne. Dans le cas d'un outil long dont la raideur se rapproche de celle de la plaque, il est nécessaire de réintroduire la dynamique du système outil – broche avec les particularités qui lui sont propres. L'hypothèse d'un outil parfaitement centré n'est pas facile à satisfaire dans le cas du fraisage de finition car les épaisseurs de coupe réelles (20 à 50 μm) ne sont pas très supérieures aux excentrations constatées (5 à 10 μm) sur les outils même en prenant beaucoup de précautions. L'introduction des défauts radiaux est très simple en simulation, mais elle complique l'estimation de la stabilité. Elle apporte des difficultés supplémentaires pour l'approche analytique. L'hypothèse d'une vitesse de rotation constante à l'échelle fine de la fréquence de passage des dents demanderait à être vérifiée expérimentalement. On rejoint alors un point controversé, celui de l'existence possible de vibrations de torsion liées à la mécanique ou à la commande. Le problème est étudié en perçage par Bayly [16]. Il est à signaler qu'un certain nombre de tentatives d'amélioration de la stabilité sont basées sur une commande adaptative de la vitesse de rotation. Deux articles très récents de Sastry [17,18] appliquent le théorème de Floquet pour l'étude de la stabilité dans le cas d'une vitesse de rotation variable. La majorité des outils sont à pas constant, mais on pourrait s'affranchir de cette hypothèse. Différents auteurs, tel Altintas [5], ont montré l'influence de dentures décalées. Le fraisage en bout n'est pas pris en considération car il pose deux problèmes pour lesquels il n'existe pas actuellement de réponse vraiment satisfaisante. Il s'agit de la prise en compte du phénomène de régénération en fraisage de face qui peut être très complexe et de la détermination de la force de coupe dans les conditions particulières du fraisage en bout avec des fraises hémisphériques (vitesse de coupe nulle au centre).

L'étude du comportement vibratoire repose sur deux modèles principaux : le modèle mécanique de la pièce et le modèle de l'interaction entre l'outil et la pièce.

3.1. Modèle de la pièce

La géométrie de la pièce n'est pas déterminante, mais les travaux présentés suppose que son comportement réponde à l'hypothèse suivante. Si on considère le plan tangent à la surface usinée au point de contact entre l'outil et la pièce, la déformation de la pièce ne conduit qu'à un déplacement dans la direction orthogonale à ce plan. Cette restriction est justifiée pour deux raisons. La première est que la majorité des parois minces rencontrées sur les pièces usinées (aubes, ailettes, voiles entre alvéoles, etc.) se comportent de cette manière. La deuxième est liée au caractère particulier du fraisage de finition. A chaque instant, l'épaisseur de coupe, qui est le paramètre principal de l'interaction de l'outil avec la pièce, est liée au déplacement dans la direction radiale qui est ici proche de la direction orthogonale au plan d'usinage. Un déplacement éventuel dans ce plan ne peut pas conduire à un déplacement radial significatif sur une autre dent, car on a au plus une seule dent de l'outil en contact avec la pièce.

Pour les parois minces, la modélisation repose sur une approche classique par éléments finis en utilisant des éléments plaques ou coques. Les difficultés essentielles se situent dans la localisation de la zone déformable, dans la connaissance des conditions de fixation et dans l'évaluation de l'amortissement. Prenons l'exemple d'une structure alvéolée s'étendant sur plusieurs mètres avec des alvéoles séparés par des voiles minces. Faut-il prendre en compte l'ensemble de la pièce avec ses points de fixation sur la machine, ou peut-on se contenter d'une approche locale en considérant que la paroi usinée est limitée par les dimensions des alvéoles qu'elle sépare et qu'elle est immobilisée à sa périphérie ? La taille du modèle varie grandement selon le choix effectué. Pour l'approche locale, il faut évaluer avec précision la nature de l'encastrement à la périphérie de la plaque. Le problème n'est pas simple car les zones de stabilité de l'usinage sont souvent très étroites pour ce type de travail et il est souvent nécessaire de connaître les fréquences propres avec précision, à moins de 2 à 3 % près. L'un des buts recherchés par les industriels étant de supprimer les essais préalables au démarrage d'une production, il est peu réaliste de vouloir procéder à un recalage expérimental pour affiner le modèle. Ceci accentue la troisième difficulté qui est la détermination à priori des coefficients d'amortissement.

En supposant toutes ces difficultés levées, nous sommes en présence d'un modèle de la structure déformable caractérisée par les trois matrices : masse $[M]$, raideur $[K]$ et amortissement $[C]$ de dimensions $N \times N$, où N est le nombre de degrés de liberté. Même avec un maillage raisonnable, le nombre N est élevé et conduit à un nombre équivalent de modes propres. Le nombre N est trop élevé pour que la simulation numérique temporelle de l'évolution du système soit réalisable en pratique et seul un nombre restreint de modes propres participent significativement au déplacement de la plaque dans la zone d'usinage. Il faut procéder à une réduction du modèle. Pour des plaques encastrées sur

leurs bords, la réduction s'opère en tronquant la base modale pour ne garder que les N_R premiers modes.

3.2. Modèle de l'interaction de l'outil et de la pièce

Le calcul de la force de coupe, ou plutôt de la répartition des actions de contact entre l'outil et la pièce si on ne peut pas considérer le contact comme ponctuel, est mené selon l'approche classique développée par de nombreux auteurs : Amarego [6], Lee [7]. Les arêtes de coupe sont décomposées en segments dont les tailles sont choisies pour que les conditions d'interaction soient quasiment constantes à l'intérieur de chaque segment. Pour chaque segment, sa position sur l'outil, la position angulaire globale de l'outil et le déplacement local dans cette zone de la plaque usinée permettent de calculer le principal paramètre d'interaction qui est l'épaisseur de coupe. La largeur de coupe est liée uniquement à la taille de chaque segment. L'évaluation de la force de coupe locale dans un repère local lié au segment fait intervenir la loi de coupe associée à l'outil et à la matière usinée. Nous ne présentons ici que le cas du fraisage latéral avec une fraise cylindrique dont l'axe de rotation est parallèle à la surface usinée qui sera représentée localement par son plan tangent. Pour un segment d'arête, tout se passe dans un plan $\{x, y\}$ orthogonal à l'axe de rotation. La surface de la pièce est parallèle à l'axe x qui correspond à la direction du mouvement d'avance de l'outil. La pièce vibre dans la direction y et on peut localement la considérer comme en translation dans cette direction. Bien que la pièce soit l'élément déformable, il est plus facile d'analyser son interaction avec l'outil en déterminant les mouvements de l'outil par rapport à la matière, c'est-à-dire en liant le repère $\{x, y\}$ à la zone considérée de la pièce. La trajectoire T de l'outil est le résultat de la superposition du mouvement de rotation et d'avance et du mouvement vibratoire. En l'absence de vibration, l'outil suit sa trajectoire nominale T_n . Le passage de la dent précédente selon la trajectoire T' est responsable de la surface de régénération actuelle S de la pièce (Fig. 1). Nous utilisons la définition suivante de l'épaisseur de coupe. C'est la distance $h(t)$ entre l'arête de coupe située au point $P(t)$ et la surface de régénération dans la direction qui passe par le centre actuel de rotation $C(t)$ de l'outil. Contrairement à différents auteurs : Wu [8], Tlustý [9] ayant étudié ce qu'on appelle

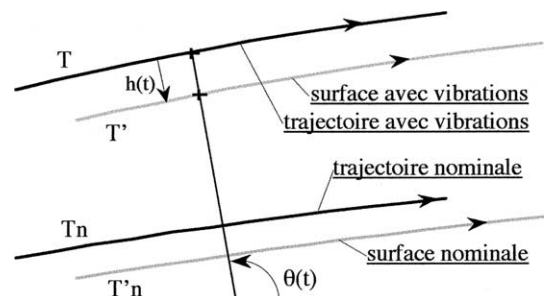


Fig. 1. Définition de l'épaisseur de coupe.

la coupe dynamique, nous ne tenons pas compte de l'angle entre la trajectoire nominale et la trajectoire réelle ni de la formation du copeau par l'intermédiaire de l'angle de cisaillement. Ces aspects sont introduits, si nécessaire, au niveau de la loi de coupe. L'épaisseur de coupe est la somme de trois termes : l'épaisseur de coupe nominale dans cette position, la position vibratoire actuelle et la position vibratoire au passage de la dent précédente. Ce dernier point constitue l'effet retard qui est la source principale des instabilités d'usinage (broutage). Pour la simulation numérique, il n'est pas utile d'introduire une formulation analytique de l'épaisseur de coupe. Ce point sera repris au paragraphe sur l'analyse de la stabilité.

La loi de coupe permet d'évaluer dans le repère local $\{\vec{h}, \vec{v}\}$ les composantes F_h et F_v . La troisième composante due à l'obliquité de l'arête n'influe pas sur le mouvement de la plaque dans le cas d'une fraise cylindrique. La loi utilisée le plus souvent est la loi linéaire dont la forme est la suivante :

$$F_v = K_v h b \quad (1)$$

$$F_h = K_h h b \quad \text{ou} \quad F_h = C F_v \quad (1')$$

La variable b est la largeur de coupe associée au segment d'arête. Le coefficient K_v est souvent appelé pression spécifique de coupe.

Le fraisage latéral de finition conduit à des épaisseurs de coupe faibles, très inférieures à l'avance par dent nominale. La loi linéaire s'avère alors peu précise. Altintas [10] propose d'utiliser une loi de la forme :

$$F_v = (F'_{v0} + K'_v h) b \quad (2)$$

Le terme F'_{v0} est une densité linéique de force liée à l'acuité de l'arête qui se superpose au terme proportionnel à la section de coupe.

Les résultats des mesures de la force de coupe que nous avons menées en fraisage à grande vitesse grâce à un capteur spécialement développé à l'ENSAM [11,12] et les difficultés d'ordre numérique introduites par la discontinuité du modèle précédent nous ont conduit à adopter le modèle suivant :

$$F_v = (F_{v0} + K_v (h - h_0)) b \quad \text{lorsque } h \geq h_0 \quad (3)$$

La constante h_0 est représentative de l'acuité d'arête. La valeur du coefficient K_v est évidemment différente de celle qui est liée à la loi linéaire. Pour $0 \leq h \leq h_0$, on utilise une courbe de forme parabolique qui se raccorde à la droite précédente au point $h = h_0$ en respectant la pente et qui possède une pente finie à l'origine. Une formulation similaire est utilisée pour la composante F_h . La Fig. 2 montre l'allure des différentes lois de coupe possibles.

On peut intégrer des coefficients complémentaires liés à l'influence de la vibration sur la formation du copeau indépendamment de la variation de l'épaisseur de coupe (coupe dynamique). Des travaux expérimentaux antérieurs [13] ont montré l'influence sur les forces de coupe de l'angle s entre la surface actuelle et la surface nominale (Fig. 3). On peut introduire un terme complémentaire de la forme $K_s s$. L'angle se déduisant de la vitesse de vibration, le terme

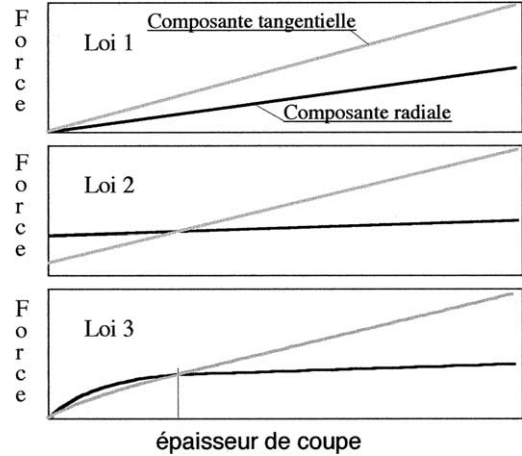


Fig. 2. Différentes formes possibles de la loi de coupe.

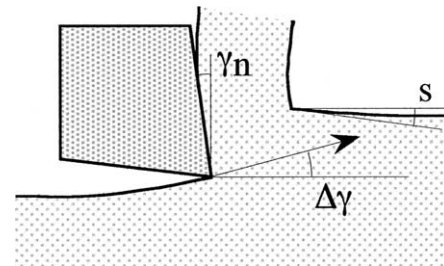


Fig. 3. Schéma de la coupe dynamique, $\Delta\gamma$: variation d'angle de coupe, s : pente de la surface.

complémentaire est assimilable à un amortissement qui est négatif ou positif selon les cas. Il serait aussi possible de tenir compte des variations de la vitesse de coupe, mais dans le cas qui nous intéresse la direction des vibrations conduit à des variations faibles de cette vitesse qui n'est d'ailleurs pas un facteur important d'évolution de la force de coupe.

La connaissance des conditions locales de coupe sur chaque segment d'arête associée à la loi de coupe permet de calculer les forces locales et donc de déterminer la répartition des efforts exercés sur la plaque usinée.

3.3. Equation de mouvement

Elle s'écrit classiquement sous la forme :

$$[M]\{\ddot{q}(t)\} + [C]\{\dot{q}(t)\} + [K]\{q(t)\} = \{F_q(t)\} \quad (4)$$

Le vecteur $\{F_q(t)\}$ des forces généralisées est lié au vecteur $\{F_c(t)\}$, décrivant la répartition des forces de coupe par la relation :

$$\{F_q(t)\} = [b]\{F_c(t)\} \quad (5)$$

Les termes de la matrice $[b]$ dépendent des points où les forces de coupe sont calculées (segments d'arête) et des formules d'interpolation utilisées pour répartir ces forces sur les nœuds adjacents. À l'inverse, les déplacements $\{y(t)\}$ de la plaque aux emplacements des segments d'arêtes sont obtenus par la relation :

$$\{y(t)\} = [c]\{q(t)\} \quad (6)$$

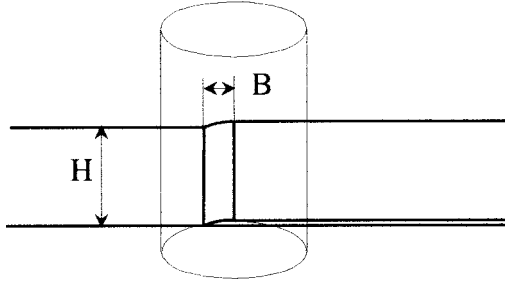


Fig. 4. Géométrie de la zone d'usinage.

Pour effectuer la réduction de taille du modèle et découpler les différentes lignes de l'Éq. (4), il est préférable d'opérer dans la base modale. En appelant $[\Phi]$ la matrice des vecteurs propres et après changement de variables, on obtient :

$$[I]\{\ddot{p}(t)\} + [\Gamma]\{\dot{p}(t)\} + [\Omega^2]\{p(t)\} = [\Phi^T b]\{F_c(t)\} \quad (7)$$

$$\{y(t)\} = [c\Phi]\{p(t)\} \quad (8)$$

En ne gardant que les N_R premiers modes, on obtient le système réduit :

$$[I_R]\{\ddot{p}_R(t)\} + [\Gamma_R]\{\dot{p}_R(t)\} + [\Omega_R^2]\{p_R(t)\} = [\Phi_R^T b]\{F_c(t)\} \quad (9)$$

$$\{y(t)\} = [c\Phi_R]\{p_R(t)\} \quad (10)$$

A priori, les matrices $[b]$ et $[c]$ dépendent du temps puisque la position de l'arête de coupe change constamment par rapport à la matière. Néanmoins, certaines approximations sont possibles dans le cas du fraisage de finition. La Fig. 4 montre que la largeur B de la zone d'interaction de l'outil avec la pièce est souvent faible vis-à-vis des dimensions de la paroi usinée. Par contre, il est rarement possible de négliger la hauteur H dans la direction axiale. On peut donc souvent considérer que l'action de l'outil se répartit selon une ligne parallèle à l'axe de rotation qui reste constante durant le laps de temps correspondant au passage d'une arête. Si la valeur de H , qui est l'engagement axial A_p de la fraise, est petite devant les dimensions de la plaque, il est possible de concentrer les efforts en un seul point et de ne calculer le déplacement qu'en ce point. Cette simplification permet d'introduire commodément la notion de fonction de transfert qui sera utilisée plus loin et qui caractérise la réponse de la structure en un point.

Remarques

La restriction au cas du fraisage latéral se justifie de plusieurs manières. En effet, si on considère le fraisage en bout, tel qu'on peut le rencontrer lors du fraisage d'un fond de poche avec l'axe de l'outil perpendiculaire à la surface réalisée, différentes difficultés surgissent. La dimension de la zone balayée par une arête frontale est de l'ordre du diamètre de l'outil. Il en résulte que les points d'application des forces de coupe peuvent se déplacer de manière très significative au cours de la rotation de l'outil, ce qui constitue plus un

obstacle technique en cas de simulation mais rend difficile l'utilisation de la notion de fonction de transfert. La surface de régénération est étendue et résulte du passage d'un grand nombre de dents sur plusieurs tours de l'outil. La gestion d'une telle surface est difficile [14]. Une évaluation analytique de l'épaisseur de coupe nécessite de nombreuses approximations. Enfin, le travail des arêtes frontales se faisant dans des conditions paradoxales, leur contribution à la force de coupe n'est dépendant que des mouvements vibratoires qui n'entraînent que des épaisseurs de coupe très faibles mais sur des largeurs importantes. Cela est fort gênant en raison de l'imprécision des lois de coupe pour les petites épaisseurs de coupe.

Par contre, l'utilisation de fraises hémisphériques ou rayonnées inclinées relève du fraisage de profil. Les calculs de l'épaisseur de coupe sont seulement plus compliqués et il faut faire intervenir la troisième composante de la force locale de coupe car le repère local est incliné par rapport à la plaque usinée.

4. Simulation numérique du fraisage latéral de finition de parois minces

La simulation fait intervenir un troisième modèle : celui de la surface usinée. Ce modèle évolue depuis la surface brute initiale jusqu'à la surface finale. En cours de simulation il intègre la surface temporaire de régénération qui permet le calcul de l'épaisseur de coupe. Une solution naturelle semble être la représentation par un modèle surfacique, par exemple des facettes triangulaires. Les travaux de [15] montrent la difficulté d'une telle approche qui est liée aux temps de calcul et à la dégénérescence possible des facettes qui introduit des problèmes numériques ardu pour déterminer l'intersection entre le volume engendré par l'outil et la surface. Pour le fraisage latéral de finition, une représentation par ligne de niveau avec projection sur une grille à pas fixe (Fig. 5) constitue un bon compromis entre volume de données et temps de calcul.

L'intégration numérique de l'équation de mouvement requiert un schéma d'intégration. Nous avons choisi le schéma de Newmark dans sa forme usuelle.

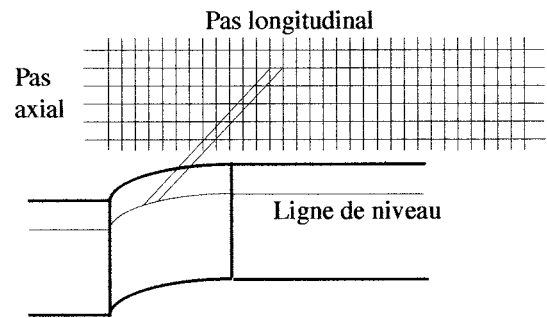


Fig. 5. Mémoire de la surface par lignes de niveaux et projection sur une grille à pas fixes.

$$\ddot{q}^{t+dt} = \frac{1}{\alpha dt^2} (q^{t+dt} - q^t - \dot{q}^t dt - \ddot{q}^t dt^2 (0,5 - \alpha)) \quad (11)$$

$$\dot{q}^{t+dt} = \dot{q}^t + \gamma_2 dt (\ddot{q}^{t+dt} + \ddot{q}^t) \quad (12)$$

Le coefficient α vaut habituellement 0,25.

Il est implicite mais inconditionnellement stable. Son caractère implicite entraîne un calcul itératif à chaque pas de temps. Si on évite des lois de coupe présentant des discontinuités, la convergence est rapide et deux à trois itérations suffisent en général. L'intégration numérique ne fournit qu'une approximation de la solution. Les défauts en amplitude de mouvement sont peu gênants compte tenu de l'imprécision de nombreux paramètres. Le déphasage de la solution approchée par rapport à la solution exacte est par contre beaucoup plus pénalisant car le problème de la stabilité de l'usinage réside principalement dans le synchronisme entre le mouvement de rotation de l'outil, qui est calculé exactement, et le mouvement vibratoire qui est calculé de façon approchée. Pour cette raison, il faut choisir avec beaucoup de soin le pas d'intégration pour ne pas entraîner de distorsions susceptibles de nuire à l'interprétation des résultats.

5. Formulation analytique approchée

Notre but étant de discuter certaines hypothèses qui fondent la formulation analytique approchée dans le cas du fraisage de finition, nous allons étudier un cas qui permet de simplifier les notations, celui d'une fraise cylindrique sans angle d'hélice avec une seule dent. L'arête est constituée d'un seul segment. La démarche correspond à celle suivie par Budak [4] dans des cas plus généraux.

La loi de coupe est linéaire :

$$F_v = K_v A_p h, \quad F_h = C F_v \quad (13)$$

L'angle $\theta(t)$ est la position angulaire de la dent à l'instant t . Par changement de repère, on obtient la composante $F_y(t)$ de l'effort de coupe dans la direction y .

$$F_{y(t)} = (F_{h(t)} \sin \theta(t) + F_{v(t)} \cos \theta(t)) \delta(\theta(t)) \quad (14)$$

La fonction $\delta(\theta(t))$ vaut 0 ou 1 selon que la dent est dans la matière ou non. Dans l'approche d'Altintas [3], cette fonction est estimée à partir du régime nominal hors vibration. Dans le cas d'un fraisage en concordance, l'angle d'entrée dépend du rayon de la fraise et de l'engagement radial A_e et l'angle de sortie est égal à $-\pi/2$.

Selon la Fig. 6, l'épaisseur de coupe vaut :

$$h(t) = P'(t)Q'(t) = h_n(t) + (y_s(t) - y(t)) \sin(\theta(t)) \quad (15)$$

Le déplacement de la plaque dû à la vibration est $y(t)$, la position de la surface par rapport à sa position nominale est $y_s(t)$ et $h_n(t)$ est l'épaisseur de coupe nominale à l'angle $\theta(t)$. La surface actuelle est celle qui est réalisée par la dent précédente et l'approximation habituelle consiste à écrire :

$$y_s(t) = y(t - T) \quad (16)$$

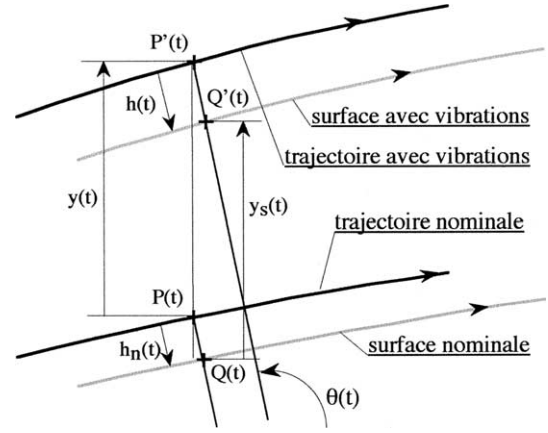


Fig. 6. Calcul de l'épaisseur de coupe.

L'épaisseur de coupe nominale est calculée par l'approximation :

$$h_n(t) = f_z \cos \theta(t) \quad (17)$$

L'épaisseur de coupe prend la forme habituelle :

$$h(t) = f_z \cos \theta(t) + (y(t - T) - y(t)) \sin \theta(t) \quad (18)$$

La variable y est le déplacement de la plaque dû à la vibration. Le paramètre f_z est l'avance par dent. Le retard T est la période de passage entre dents. On a :

$$T = \frac{60}{N_t}, \quad N_t \text{ est la vitesse de rotation en trs/min.} \quad (19)$$

En combinant les relations (14) et (18), on obtient :

$$F_{y(t)} = K_v A_p [f_z \cos \theta(t) + (y(t - T) - y(t)) \sin \theta(t)] \times \delta(\theta(t)) (C \sin \theta(t) + \cos \theta(t)) \quad (20)$$

La relation (17) se met sous une autre forme en séparant le terme lié à l'épaisseur de coupe nominale.

$$F_{y(t)} = K_v A_p f_z \cos \theta(t) \delta(\theta(t)) (C \sin \theta(t) + \cos \theta(t)) + K_v A_p [y(t - T) - y(t)] \sin \theta(t) \delta(\theta(t)) \times (C \sin \theta(t) + \cos \theta(t)) \quad (21)$$

On pose :

$$\Delta y(t) = y(t - T) - y(t) \quad (22)$$

La force se met sous la forme :

$$F_{y(t)} = F_{y_1(t)} + F_{y_2(t)} \quad (23)$$

Le premier terme de la relation (23) devient :

$$F_{y_1(t)} = K_v A_p f_z B(t) \quad (24)$$

$$B(t) = \cos \theta(t) \delta(\theta(t)) (C \sin \theta(t) + \cos \theta(t)) \quad (25)$$

Le deuxième terme de la relation (23) devient :

$$F_{y_2(t)} = K_t A_p A(t) \Delta y(t) \quad (26)$$

$$A(t) = \sin \theta(t) \delta(\theta(t)) (C \sin \theta(t) + \cos \theta(t)) \quad (27)$$

L'Éq. (9) devient :

$$[I_R]\{\ddot{p}_R(t)\} + [\Gamma_R]\{\dot{p}_R(t)\} + [\Omega_R^2]\{p_R(t)\} = [\Phi_R^T b](F_{y_1(t)} + F_{y_2(t)}) \quad (28)$$

Le terme $F_{y_1(t)}$ correspond à une excitation forcée périodique. Le terme $F_{y_2(t)}$ est lié au phénomène de régénération et au déplacement de la plaque.

Nous verrons que cette formulation n'est pas complètement satisfaisante pour le cas du fraisage de finition.

6. Stabilité en fraisage latéral de finition de pièces minces

En raison de la périodicité des sollicitations, le système ne peut pas être au repos. Le système n'est stable que s'il existe un régime périodique satisfaisant l'équation de mouvement (9) et si, écarté de ce cycle, le système y revient spontanément. L'étude de la stabilité est compliquée par le fait qu'il s'agit d'une équation non-linéaire. L'équation simplifiée (28) est du type à terme retardé avec coefficients périodiques et excitation forcée. On trouve dans un article de Minis [5] une analyse détaillée d'une méthode d'étude de la stabilité de ce type d'équation. Dans le cas plus général de l'Éq. (9), le deuxième membre peut présenter une non-linéarité liée à la forme de la loi de coupe. En fraisage de finition, la fonction de contact $\delta(\theta(t))$ dépend du déplacement de la plaque d'une manière difficile à formuler analytiquement. Ces difficultés nous ont conduit à utiliser la simulation pour étudier la stabilité.

Il peut exister plusieurs régimes périodiques satisfaisant l'Éq. (9). Néanmoins, l'usineur introduit une contrainte supplémentaire. En finition, l'usinage n'est satisfaisant que si l'état de surface, caractérisé par son profil d'ondulation, est correct, c'est-à-dire proche de sa valeur nominale hors vibration. Ceci ne peut être obtenu que si le mouvement vibratoire et le passage des dents ont exactement la même fréquence. En conséquence, le comportement est stable au sens strict de l'usinage, si et seulement si, il existe un régime périodique qui satisfait l'Éq. (9), si ce régime est stable et si sa fréquence est celle du passage des dents.

L'étude de la stabilité étant conditionnée à l'existence d'un régime stationnaire, elle n'a de sens que si tous les termes de l'équation de mouvement, non directement liés à la rotation de la broche, sont constants. Si l'enlèvement de matière n'est pas trop important, les matrices $[M]$, $[C]$ et $[K]$ sont constantes. Par contre, les matrices $[b]$ et $[c]$ varient très rapidement avec la position de l'outil sur une paroi mince. Il n'est donc pas possible d'étudier la stabilité par simulation d'un fraisage réel selon une trajectoire qui parcourt la pièce. Dans la pratique, on cherche à évaluer la stabilité en fonction de deux paramètres opératoires qui sont la vitesse de rotation et l'engagement axial de la fraise. On trace alors un diagramme en fonction de ces deux paramètres, diagramme qui présente une ligne, la limite de stabilité, qui sépare les zones de travail stable et les zones instables. On appelle ces diagrammes des cartes de stabilité.

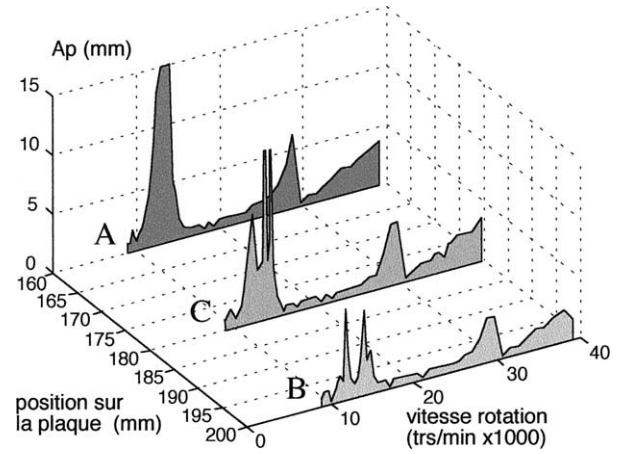


Fig. 7. Diagrammes de stabilité obtenus aux points A, B et C de la plaque de test ($f_z = 0,13$ mm, $A_e = 0,3$ mm).

Il est clair que pour le cas du fraisage des parois minces, une carte de stabilité n'est valable que pour une position particulière de l'outil par rapport à la pièce. Il est possible de tracer un ensemble de cartes correspondant à des positions différentes. La Fig. 7 montre un tel exemple pour le cas d'une plaque de test encastrée sur deux cotés. La stabilité est déterminée pour 3 points A, B et C situés sur le bord de la plaque. La configuration expérimentale exacte est décrite ultérieurement (Fig. 20).

Si on utilise la simulation pour étudier la stabilité, on est conduit à réaliser un fraisage fictif à paramètres constants sur une plaque plane indéformable dont on permet un déplacement en translation avec des caractéristiques dynamiques identiques à celles du point étudié de la plaque réelle. Il faut alors vérifier si le régime transitoire lié aux conditions initiales conduit ou non vers un régime stationnaire. La discrimination des cas stables et instables est délicate si on désire limiter la durée des simulations.

La stabilité n'est pas le seul problème qui préoccupe le praticien. Il désire aussi savoir dans quelles conditions exactes travaillent ses outils et qu'elles sont les sollicitations exercées sur les éléments vitaux de sa machine, la broche par exemple. C'est à ce prix qu'il peut choisir rationnellement un point de fonctionnement qui satisfasse à la fois la qualité de la pièce et assure une tenue en service satisfaisante de ses équipements. Pour cela, il faut avoir accès au régime périodique stationnaire. Ceci est faisable sans avoir recours à la simulation, c'est-à-dire avec des temps de calcul beaucoup plus raisonnables.

7. Régime stationnaire effectif

C'est un régime dont la période est celle du passage des dents de l'outil et qui satisfait l'équation générale de mouvement (9). Ce régime peut être stable ou instable.

En formulation analytique simplifiée, si le régime est stable, le terme $\Delta y(t)$ est nul. Tout se passe comme si le système était soumis à l'excitation nominale hors

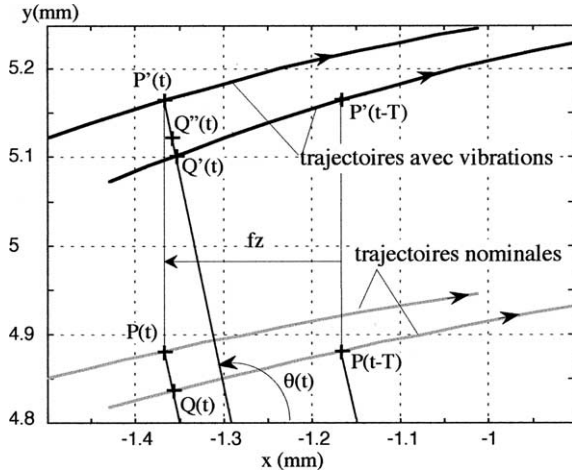


Fig. 8. Mode usuel de détermination de l'épaisseur de coupe (position au temps $(t - T)$).

vibration. Il est alors facile de calculer sa réponse et d'obtenir le régime stationnaire nominal à partir duquel on peut déterminer les déplacements, les efforts, etc. sans avoir à intégrer numériquement l'Éq. (28). Si l'engagement radial de l'outil est important, le régime effectif est très proche du régime nominal. En fraisage de finition, ce n'est plus vrai, car plusieurs des hypothèses formulées précédemment doivent être corrigées. Il n'est plus possible de considérer le mouvement vibratoire comme une petite perturbation du régime nominal.

En premier lieu, il faut revenir sur le calcul de l'épaisseur de coupe. La valeur du déplacement au passage de la dent précédente dans la direction radiale ne correspond pas exactement à celui qui est observé au temps $(t - T)$. La Fig. 8 présente l'allure des trajectoires nominales pour deux dents successives. Les points $P(t)$ et $P(t - T)$ correspondent à la même position angulaire des deux dents. Ils sont décalés de l'avance par dent. L'épaisseur de coupe nominale, telle que nous l'avons définie, est la distance $[P(t), Q(t)]$ dans la direction radiale. Avec vibration, les points correspondants sont : $P'(t)$, $P'(t - T)$ et $Q'(t)$. L'épaisseur de coupe vaut la distance $[P'(t)Q'(t)]$. On a donc :

$$\|P'(t)Q'(t)\| \approx \|P'(t)P(t)\| \sin \theta + \|P(t)Q(t)\| - \|Q'(t)Q(t)\| \sin \theta \quad (29)$$

$$\|P'(t)P(t)\| = y(t) \quad \text{et} \quad \|P(t)Q(t)\| \approx f_z \cos \theta \quad (30)$$

Avec les méthodes de calcul habituelles, la distance $\|Q'(t)Q(t)\|$ est assimilée à $y(t - T)$ qui est en fait la distance $\|P(t - T), P'(t - T)\|$, ce qui revient à situer le point $Q'(t)$ au point $Q''(t)$. La valeur de l'erreur commise dépend du rapport entre le déplacement y et l'épaisseur de coupe, de la position angulaire θ et de l'angle ζ entre la trajectoire réelle et la trajectoire nominale. Tous ces facteurs sont défavorables dans le cas du fraisage latéral de finition des voiles minces. L'angle ζ peut devenir particulièrement important si la fréquence de passage des dents est faible devant

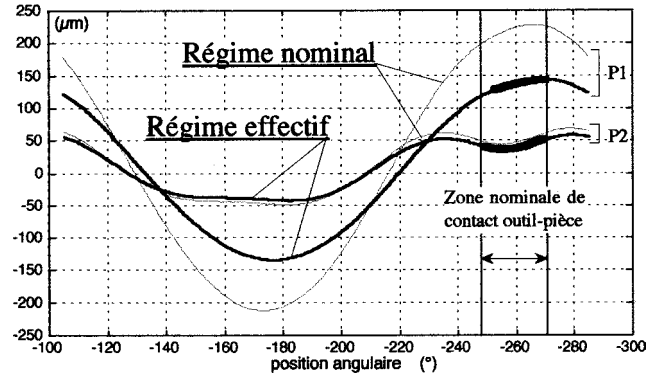


Fig. 9. Déplacement de la plaque obtenu par simulation (point P1 : $N = 14000$ trs.min $^{-1}$, $A_p = 4$ mm, point P2 : $N = 12000$ trs.min $^{-1}$, $A_p = 4$ mm).

la fréquence de vibration de la plaque et peut même dénaturer complètement l'utilisation de la quantité $y(t - T)$. On peut faire une estimation de la distance $\|Q'(t)Q''(t)\|$ par la relation :

$$\|Q'(t)Q''(t)\| \approx \dot{y}(t) \Delta t \quad (31)$$

où Δt est le temps qu'il faudrait pour parcourir l'intervalle entre $Q'(t)$ et $P'(t - T)$. Pour les valeurs de θ proches de $\pi/2$ qui nous intéressent, on a :

$$\Delta t \approx f_z \cos(\theta + \pi/2) \frac{1}{V_c} \quad (32)$$

L'épaisseur de coupe devient :

$$h(t) \approx f_z \cos \theta(t) + (y(t) - y(t - T)) \sin \theta(t) + f_z \cos(\theta + \pi/2) \frac{\dot{y}(t)}{V_c} \delta(t) \quad (33)$$

La présence de la dérivée $\dot{y}(t)$ avec un coefficient périodique rend plus complexe l'obtention du régime stationnaire effectif à partir de l'Éq. (28).

La deuxième difficulté est liée à la fonction de contact $\delta(t)$. Elle est habituellement considérée comme indépendante du mouvement vibratoire. Ce n'est plus vrai pour les petits engagements radiaux. Le mouvement vibratoire modifie significativement les angles d'entrée et de sortie dont dépend la fonction $\delta(t)$. La Fig. 9 montre les trajectoires des arêtes pour deux régimes stables correspondant à deux points de fonctionnement situés dans le principal lobe de stabilité. Ces régimes sont obtenus par simulation ou par la méthode directe décrite au paragraphe suivant.

Dans ces conditions, comment faire pour obtenir le régime stationnaire effectif? L'utilisation de la simulation est possible, mais elle est lourde. On utilise le fraisage fictif à paramètre constant défini au paragraphe 6, mais il faut attendre à chaque simulation l'extinction du régime transitoire qui dépend des conditions initiales de la simulation. Nous allons décrire une méthode directe qui évite cet inconvénient.

8. Méthode d'obtention directe du régime stationnaire effectif

Le problème posé est de déterminer un régime périodique qui satisfait l'équation du mouvement (9) et dont la fréquence est celle du passage des dents sans intégrer numériquement cette équation et sans disposer d'une formulation analytique complète. L'évaluation de l'épaisseur de coupe peut se faire à partir de la valeur approchée définie par la relation (33) ou être déduite d'un calcul géométrique à partir de la position de la dent et de la surface actuelle. La connaissance de la fonction $\delta(t)$ nécessite celle de $y(t)$. La méthode d'obtention du régime effectif est une méthode itérative que nous allons exposer dans un cas simple. On suppose qu'on se place en un point de la plaque usinée, que les efforts sont concentrés en ce point et que les déplacements de ce point suffisent pour déterminer l'interaction de l'outil avec la pièce. Soit $F_T(j\omega)$ la fonction de transfert de la plaque à cet endroit. Le déplacement et la composante de la force de coupe dans la direction y sont liés par la relation :

$$y(j\omega) = F_T(j\omega)F_y(j\omega) \quad (34)$$

On suppose connue une valeur initiale $y_0(t)$ de la fonction de déplacement périodique sur l'intervalle $[0, T]$, ce qui correspond au travail d'une dent. Il est alors possible de déterminer la fonction de contact associée $\delta_0(t)$. Comme la fonction $y_0(t)$ est supposée être la solution cherchée, la surface réalisée par la dent précédente s'en déduit par une translation égale à l'avance par dent. Ce qui permet de calculer l'épaisseur de coupe $h_0(t)$, toujours sur l'intervalle $[0, T]$. On en déduit la composante $F_{y_0(t)}$ de la force et le déplacement associé $y_0^*(t)$ par l'intermédiaire de la relation (31) en passant par les transformées de Fourier (toutes les fonctions sont périodiques). Si la fonction $y_0^*(t)$ est la même que la fonction $y_0(t)$ de départ alors celle-ci est la solution cherchée. Dans le cas contraire, on repart d'une nouvelle fonction $y_1(t)$. Le problème est de trouver une méthode qui permette de passer de la fonction $y_i(t)$ pour l'étape i , à la fonction $y_{i+1}(t)$ à l'étape suivante en assurant la convergence vers la solution cherchée. Une possibilité, basée sur une méthode de résolution d'équation non linéaire, mais appliquée ici à des fonctions, est la suivante. A chaque étape, on recherche le coefficient η qui minimise l'écart entre $y_{i+1}^*(t)$ et $y_{i+1}(t)$ déduit de l'étape précédente par la relation :

$$y_{i+1}(t) = \eta y_i(t) + (1 - \eta) y_i^*(t) \quad (35)$$

Comme fonction de départ, il est possible de prendre la fonction nulle qui correspond à une plaque au repos ou le déplacement correspondant à la force de coupe dans le cas nominal de fonctionnement hors vibration ou un autre régime effectif correspondant à un point de fonctionnement voisin. Cette démarche heuristique donne de très bons résultats dans le cas des engagements radiaux faibles. Elle converge rapidement en un nombre restreint d'étapes. La convergence est en défaut si l'amplitude de vibration est

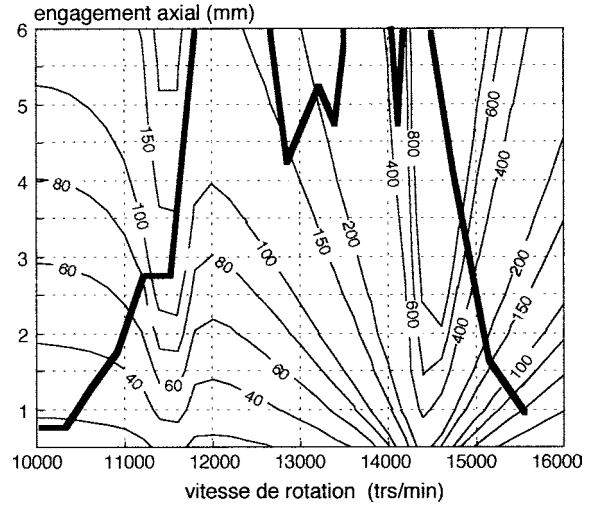


Fig. 10. Amplitudes de vibration au point C de la plaque de test.

particulièrement élevée, mais ce cas est le plus souvent sans aucun intérêt dans la pratique.

9. Exemples d'utilisations du régime stationnaire effectif

Nous allons prendre l'exemple d'une plaque ayant servie à des tests expérimentaux qui est décrite au dernier paragraphe (Fig. 20). Le point de test choisi est le point C. Il est situé à une distance égale à la moitié de l'engagement axial à partir du bord supérieur.

La méthode itérative permet d'obtenir le régime stationnaire pour chaque point de fonctionnement situé dans le domaine de stabilité, mais également en dehors bien que cela soit sans utilité pratique. La Fig. 9 montre les régimes stationnaires pour deux points situés dans le principal lobe de stabilité. La différence avec le régime nominal est plus marquée pour le point P1 qui se rapproche de la vitesse de rotation ($14370 \text{ trs} \cdot \text{min}^{-1}$) entraînant une fréquence de passage des dents égale à la première fréquence propre de la plaque (479 Hz).

La détermination d'une grandeur caractéristique du comportement du système, pour un ensemble de points de fonctionnement, permet de tracer des courbes iso-valeurs. La Fig. 10 montre le réseau de courbes d'égal amplitude et la Fig. 11, celui d'égal décalage moyen.

Par la même méthode s'effectue l'analyse de l'influence du point de fonctionnement sur les angles de coupe, la vitesse de coupe ou la contrainte au niveau de l'encastrement de la plaque. Il est ainsi possible de choisir des valeurs de l'engagement axial et de la vitesse de rotation, qui assurent la stabilité de l'usinage et qui satisfassent les exigences de bon fonctionnement de l'outil et préservent la tenue de la pièce.

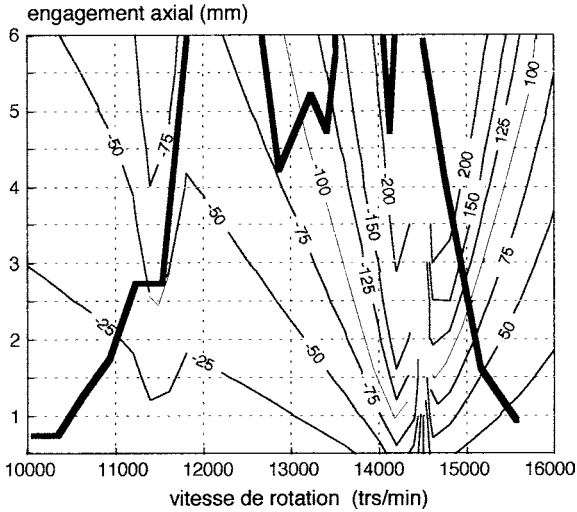


Fig. 11. Position moyenne de la surface par rapport à la position visée (point C de la plaque).

10. Détermination de la stabilité

L'utilisation de la simulation pour déterminer la limite de stabilité repose sur un fraisage fictif utilisant les propriétés de la plaque au point étudié et sur une méthode de discrimination des cas stables et instables. Cette séparation est faite en comparant les cycles successifs de passage des dents et en analysant le profil de la surface obtenue. La prise de décision est rendue difficile par la présence, au début des simulations, de régimes transitoires très variés en fonction des conditions initiales. Pour avoir des résultats plus facilement exploitables, nous utilisons la démarche suivante. On détermine d'abord le régime stationnaire effectif R_0 qui correspond au point de fonctionnement étudié $\{N, A_p\}$. Il sera le régime en fin de simulation s'il est stable. On initialise la simulation à partir du régime stationnaire effectif R'_0 qui correspond à un point de fonctionnement voisin $\{N, A_p + \delta A_p\}$ (perturbation). L'analyse du retour ou non vers le régime R_0 permet de déterminer la stabilité mais permet aussi de savoir dans quelles conditions se fait le retour vers R_0 . Nous reprendrons ce point au paragraphe suivant. L'utilisation de la simulation est longue et il faut faire très attention à ce que des problèmes numériques ne viennent pas interférer avec les problèmes de stabilité d'usage.

La méthode de prédiction analytique de la stabilité décrite par Tlustý [2], complétée par Altintas [3,4], Minis [5] et plus récemment par Sastry [18] se heurte à trois difficultés importantes dans le cas du fraisage de finition des plaques minces.

La première est liée à la discontinuité de l'usage. Pour étudier la stabilité, il faut prendre la transformée de Fourier du terme $A(t)$ de l'expression (27). Altintas [3] a montré que dans le cas d'un fraisage avec un engagement radial important, il est possible de ne tenir compte que du terme d'ordre 0, c'est-à-dire de la moyenne de $A(t)$.

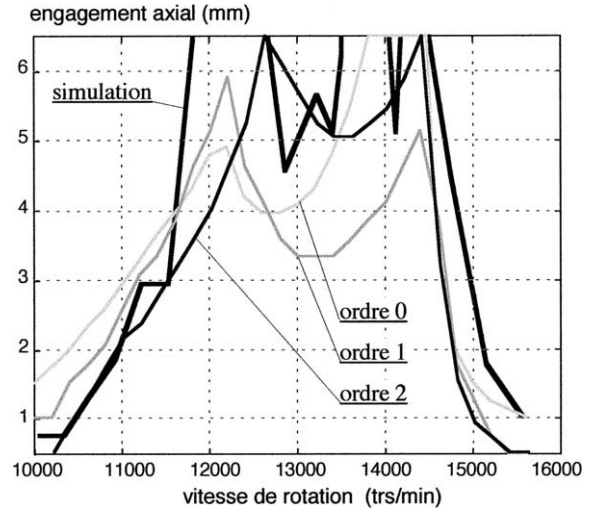


Fig. 12. Prédiction de la limite de stabilité au point C de la plaque. Comparaison entre la méthode analytique à différents ordres et la simulation.

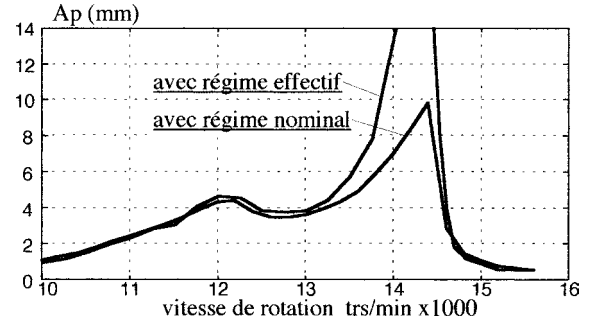


Fig. 13. Prédiction de la limite de stabilité par la méthode analytique à l'ordre 0 avec ou sans prise en compte du régime effectif.

Ceci n'est plus possible aux petits engagements axiaux qui entraînent une très grande discontinuité de $A(t)$. La Fig. 12 indique clairement que la limite de stabilité fluctue de façon importante si on mène l'analyse à l'ordre 0, 1 ou 2. Nous n'avons pas poussé plus loin car les calculs deviennent longs et délicats et nous ne pouvons pas répondre à la question de savoir jusqu'à quel ordre il faut aller pour avoir un résultat correct.

La deuxième difficulté provient du fait que la fonction de contact $\delta(t)$ est modifiée par le mouvement de la plaque. Elle est contournée en utilisant la fonction qui correspond au régime stationnaire effectif dont nous avons vu le mode de détermination plus haut. Cette correction est surtout importante dans les zones de fortes amplitudes, aux voisinages des fréquences propres. La Fig. 13 montre les limites de stabilité à l'ordre 0 en utilisant le régime nominal et le régime effectif.

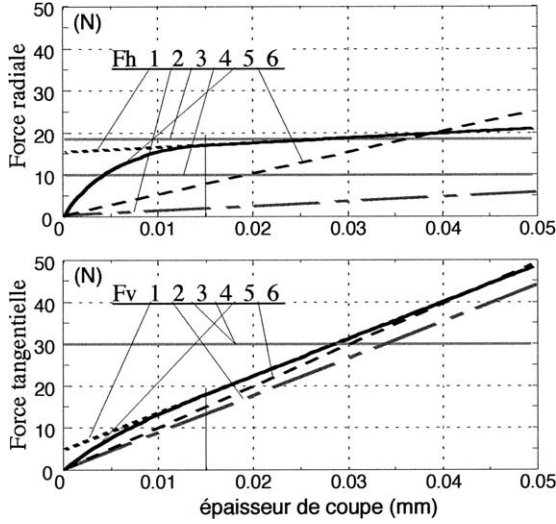
La troisième difficulté est inhérente à la forme non linéaire de la loi de coupe. Altintas [4] a introduit récemment une loi de coupe de la forme :

$$F_v = (F_{v0} + K'_v h) A_p, \quad F_h = (F_{h0} + K'_h h) A_p \quad (36)$$

Tableau 1

Lois de coupe et conditions de travail utilisées pour la comparaison des méthodes de prédiction

Cas	1	2	3	4	5	6	7
h_0	0	0	0	0	0,015	0	0
F_{h_0}	15,5	0	18	10	17	0	15,5
F_{v_0}	5	0	30	30	18	0	5
K_h ou K'_h	115	115	0	0	115	500	115
K_v ou K'_v	885	885	0	0	885	1000	885
f_z	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	0,13	0,2
A_p limite	7,6	> 15	7,1	9,7	7,4	7,3	12,7

Fig. 14. Comparaison des lois de coupe utilisées lors des simulations ($N = 12000$ trs·min⁻¹, $A_e = 0,3$ mm, $f_z = 0,13$ mm).

La relation (18) devient :

$$\begin{aligned}
 F_{y(t)} = & A_p \delta(\theta(t)) (F_{h_0} \sin \theta(t) + F_{v_0} \cos \theta(t)) \\
 & + A_p f_z \cos \theta(t) \delta(\theta(t)) \\
 & \times (K'_h \sin \theta(t) + K'_v \cos \theta(t)) \\
 & + A_p [y(t) - T] \sin \theta(t) \delta(\theta(t)) \\
 & \times (K'_h \sin \theta(t) + K'_v \cos \theta(t)) \quad (37)
 \end{aligned}$$

Les constantes F_{h_0} et F_{v_0} se retrouvent dans le premier terme qui correspond à une excitation périodique, mais pas dans le troisième dont dépend la stabilité. Celle-ci ne dépend que de K'_h et K'_v . Ces valeurs sont souvent très inférieures à celle des constantes K_v et K_h de la loi de coupe linéaire identifiée à partir des mêmes résultats expérimentaux. La méthode classique [5] donne une valeur limite de l'engagement axial qui est pratiquement inversement proportionnelle à K'_h ou K'_v . Elle est donc nettement plus grande en utilisant les coefficients K'_v et K'_h à la place des coefficients K_v et K_h .

Le recours à la simulation montre clairement l'inexactitude de ces prédictions. Le Tableau 1 indique les valeurs limites de l'engagement axial obtenues par simulation dans le cas de la plaque de test pour plusieurs lois de coupe (Fig. 14) avec les conditions suivantes : $N = 12000$ trs·min⁻¹, $A_e = 0,3$ mm et $f_z = 0,13$ mm.

On constate qu'une limite de stabilité existe même si la pente est nulle (cas 3 et 4), ce qui est en complète contra-

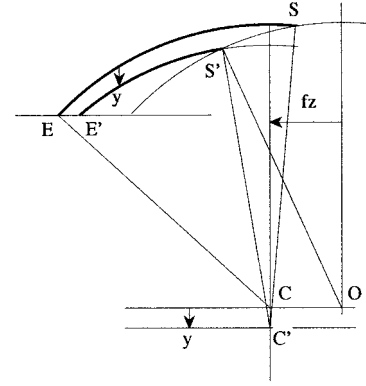


Fig. 15. Effets du déplacement de la plaque sur la valeur de l'angle de sortie (travail en concordance).

diction avec la méthode analytique. Le cas 5 correspond à la loi de coupe identifiée à partir de mesures de force de coupe. L'utilisation d'une loi linéaire avec les mêmes pentes (cas 2) donne une valeur très excessive de l'engagement axial limite. Il y a peu d'écart entre les cas 5 et 1 (prolongement de la partie linéaire). La loi linéaire qui donne la même limite que le cas de référence (cas 5) est celle du cas 6. On constate que les constantes F_{h_0} et F_{v_0} ont une grande influence sur la limite de stabilité. Elle n'est pas explicable par la formulation analytique simplifiée présentée précédemment. L'introduction de termes correctifs, qui tiennent compte de la valeur effective de la fonction de contact et de la vitesse de déplacement de la plaque (relation (30)), n'est pas suffisante pour justifier les écarts constatés. L'explication la plus vraisemblable se situe au niveau du calcul de l'épaisseur de coupe. La relation (18) établit une relation proportionnelle entre $\Delta y(t)$ et l'accroissement de l'épaisseur de coupe. Elle suppose implicitement que l'épaisseur de coupe reste positive, c'est-à-dire que sa valeur est supérieure à la variation due à $\Delta y(t)$. Cette condition n'est pas vérifiée quand l'épaisseur de coupe est très faible, c'est-à-dire au voisinage de l'angle de sortie en fraisage en concordance. Cette zone prend une grande importance en finition. La Fig. 15 montre le déplacement du point de sortie pour un déplacement Δy de la trajectoire. Des calculs simplifiés montrent que la variation d'angle de sortie est de l'ordre de $\Delta y/f_z$. Une perturbation Δy agit sur l'épaisseur de coupe selon la relation (18) et sur l'angle de sortie (en concordance). Cette dernière influence est directement liée au coefficient F_{h_0} qui est le facteur prépondérant au voisinage de l'angle de sortie. Cette analyse met aussi en relief l'influence de l'avance par tour qui n'est

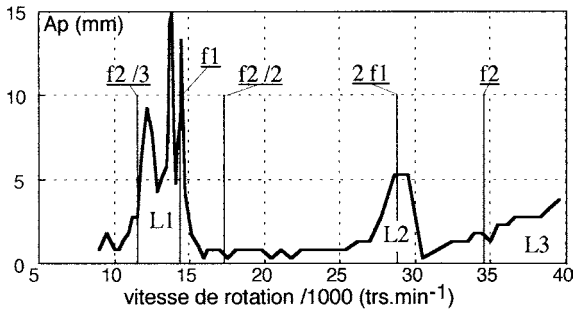


Fig. 16. Diagramme de stabilité au point C de la plaque de test.

pas prévue par la méthode classique. Ceci est confirmé par l'analyse par simulation du cas n° 7 qui donne un engagement axial limite plus élevé lorsque l'avance par tour passe de 0,13 mm à 0,2 mm. Nous travaillons actuellement à une formulation plus rigoureuse de l'épaisseur de coupe en finition pour développer une méthode analytique de détermination de la stabilité adaptée à ce mode de travail.

11. Stabilité théorique et stabilité pratique

L'utilisation de la simulation permet d'étudier comment le retour au régime stationnaire effectif se fait après une perturbation dans le cas stable et comment le comportement s'écarte de ce régime dans le cas instable. Dans le cas du fraisage de finition, il est possible de distinguer des régimes peu instables qui convergent vers des régimes stationnaires dont la fréquence est un sous-multiple de la fréquence du régime normal et des régimes très instables souvent divergents. Les conséquences sur l'état de la surface finie et sur la tenue du matériel sont très différentes dans les deux cas. A l'inverse, certains régimes stables sont catastrophiques du point de vue de l'état de surface.

La précision avec laquelle est prédit le domaine de stabilité est liée à celle des modèles de base, celui de la structure en particulier. A l'incertitude sur les valeurs des fréquences propres correspond une incertitude sur la position des lobes de stabilité. Si certaines zones de stabilité sont suffisamment étroites pour que leur largeur corresponde à l'incertitude sur la position, elles ne sont pas utilisables directement dans la pratique. Il faut faire des essais d'usinage de recalage. Mais, même dans ce cas, il faut s'assurer que la sensibilité vis-à-vis de fluctuations possibles du modèle (variation des conditions de serrage de la pièce par exemple) ne conduisent pas non plus à sortir de la zone de stabilité. Tout cela mène à distinguer le domaine de stabilité théorique directement issu de l'analyse de stabilité et le domaine de stabilité pratique qui prend en compte les autres considérations.

Nous allons prendre l'exemple de la plaque de test. L'analyse de stabilité est menée aux points A, B et C de la plaque. Au point C, la carte de stabilité théorique est donnée par la Fig. 16. On distingue deux zones de stabilité L1 et L2 et le début d'une troisième qui se poursuit pour les grandes vitesses de rotation. Il existe des zones de stabilité

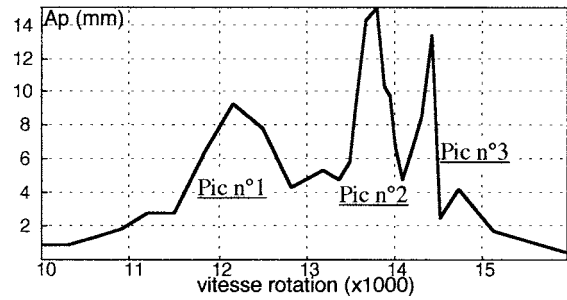


Fig. 17. Détail de la première zone de stabilité au point C de la plaque.

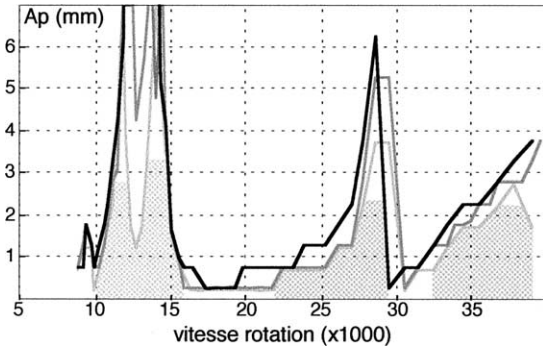


Fig. 18. Superposition des domaines de stabilité aux points A, B et C.

pour des valeurs plus faibles de la vitesse de rotation. Ces zones sont liées aux multiples et sous-multiples des fréquences propres mais il n'est pas possible de déduire la forme ni la hauteur des zones de stabilité à partir de la seule donnée des fréquences propres. Le détail de la première zone montre l'existence de trois pics (Fig. 17). On distingue trois pics. Le pic n° 3 n'est pas intéressant en pratique car il correspond à la première fréquence propre de la plaque. L'étude du régime stationnaire effectif nous a montré que les grandeurs caractéristiques de l'usinage comme l'amplitude de vibration, le décalage moyen de la surface ou les variations d'angle de coupe sont extrémales dans cette zone. En outre, elles sont susceptibles de varier très brusquement pour une faible variation de la vitesse de rotation. Le pic n° 2 est mieux situé, mais est également très étroit. Sa largeur, environ 500 trs.min⁻¹ ne représente que moins de 4% de la vitesse de rotation. Seul le pic n° 1 paraît exploitable. Tout cela conduit à réduire le domaine de stabilité pratique. Si on envisage maintenant la stabilité aux points A et B, on voit apparaître de grandes disparités entre les cartes de stabilité (Fig. 7). Si on désire usiner une bande au sommet de la plaque il faut utiliser un point de fonctionnement commun admissible en chaque point parcouru. Le domaine de stabilité commun est très réduit (Fig. 18). Pour d'autres types de plaques, on constate l'absence de domaine commun significatif. Il n'est alors pas possible d'utiliser la même vitesse de rotation tout au long de la passe qu'il faut donc segmenter.

Certaines zones, théoriquement stables, sont inutilisables en pratique car elles donnent lieu à des phénomènes transitoires longs pouvant avoir de fortes amplitudes. Par exemple,

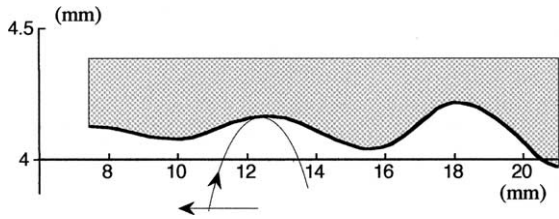


Fig. 19. Simulation d'un état de surface « stable » avec un régime transitoire oscillant prononcé.

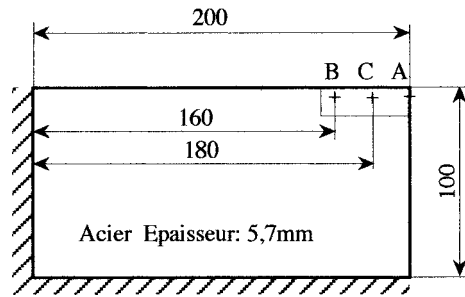


Fig. 20. Schéma de la plaque expérimentale encastrée sur deux côtés.

pour un point situé à droite du pic n° 3 de la Fig. 17, on obtient une oscillation dont la période est de plusieurs millimètres et dont l'amplitude donne des états de surface catastrophiques (Fig. 19). L'oscillation converge peu à peu vers le régime stationnaire effectif. On vérifie que la fréquence du phénomène correspond approximativement à un phénomène de battement entre la fréquence de passage des dents et la première fréquence propre de la plaque.

12. Expérimentation

Des expérimentations ont été menées sur une plaque encastrée sur deux côtés et usinée à son extrémité libre entre les points A et B dans les conditions définies par la Fig. 20. Les dimensions de la plaque en acier sont : 200 mm × 100 mm × 5,7 mm. La partie usinée est constituée d'une petite bande amovible en alliage léger qui est fixée par collage. Le fait de ne pas démonter la plaque évite de modifier les conditions de serrage et garantit des propriétés mécaniques constantes dans le temps. Seuls, les deux premiers modes propres sont pris en considération. Leurs fréquences sont respectivement 479 Hz et 1150 Hz. Les amortissements modaux valent 0,9 % et 0,6 %. Les caractéristiques du couple outil-matière sont les suivantes :

Matériau coupé : alliage léger 2024,

Outil : diamètre 8 mm, 2 dents, carbure micro-grain, angle d'hélice 20°,

Conditions de travail : en concordance, A_e : 0,3 mm, f_z : 0,13 mm.

La loi de coupe est établie expérimentalement en utilisant le dynamomètre à compensation inertielle, développé au sein du laboratoire. Entre 10000 et 40000 tours par minute,

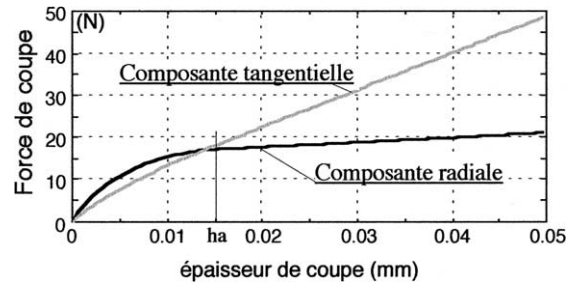


Fig. 21. Loi de coupe identifiée expérimentalement entre 10000 et 40000 trs·min⁻¹.

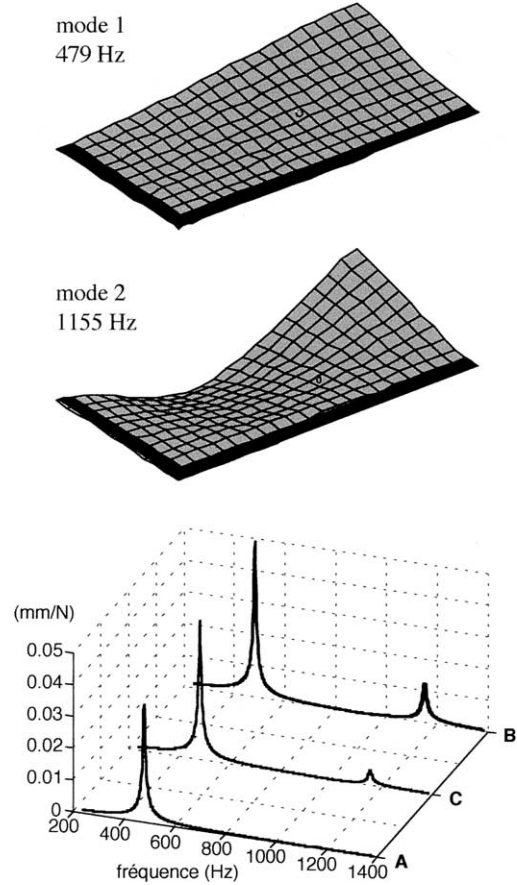


Fig. 22. Plaque de test. Les deux premiers modes propres et la fonction de transfert aux points A, B et C de la plaque.

la loi la plus représentative est décrite par la Fig. 21. Ses caractéristiques sont :

$$ha : 0,015 \text{ mm}, F_{ha} : 15,5 \text{ Nmm}^{-1}, K'_h : 115 \text{ Nmm}^{-2}, \\ F_{va} : 18 \text{ Nmm}^{-1}, K_{va} : 885 \text{ Nmm}^{-2}.$$

La Fig. 22 montre les formes des deux premiers modes propres, les seuls dont les influences soient significatives, et l'évolution de la fonction de transfert entre les points A et B.

Les aspects des surfaces prédites par la simulation et obtenues expérimentalement sont qualitativement en bon accord. La Fig. 23 montre trois cas typiques. Le premier (cas A) correspond à un fraisage stable. L'ondulation égale

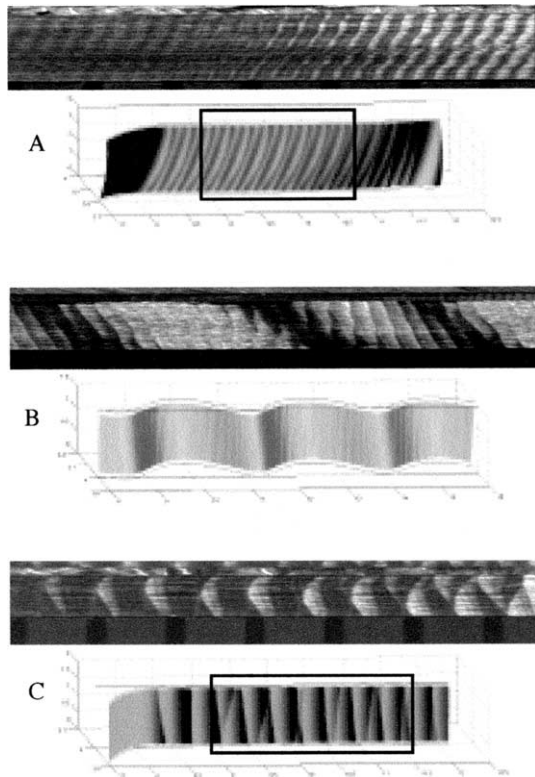


Fig. 23. Trois cas typiques d'état de surface. Comparaison des prédictions par simulation et des photographies des surfaces réalisées (cas A : $N = 14000 \text{ trs}\cdot\text{min}^{-1}$, $A_p = 4 \text{ mm}$, cas B : $N = 14500 \text{ trs}\cdot\text{min}^{-1}$, $A_p = 3 \text{ mm}$, cas C : $N = 26000 \text{ trs}\cdot\text{min}^{-1}$, $A_p = 2,5 \text{ mm}$).

à l'avance par tour est bien apparente. Le cas B correspond à un régime théoriquement stable mais avec des ondulations longues et prononcées dues à la perturbation initiale d'entrée de la fraise. Le passage de chaque dent est néanmoins bien visible. Le dernier cas (cas C) est celui d'un fraisage moyennement instable. Comme souvent en fraisage de finition, il s'établit un régime plus ou moins stationnaire complexe qui dégrade l'état de surface mais ne conduit pas à une divergence. Les régimes possibles sont très nombreux. Il n'est pas possible de les prédire avec précision.

La détermination expérimentale de la stabilité est faite à partir de l'examen de la surface au microscope et de relevés d'état de surface. Certaines surfaces présentent de faibles irrégularités ou révèlent un pas d'ondulation égal à deux fois l'avance par dent. Il est alors difficile de décider si le cas est stable ou non en raison de l'influence possible de perturbations extérieures. La plus importante est la présence d'un faux-rond de l'outil de l'ordre de $4 \mu\text{m}$. La Fig. 24 montre les résultats expérimentaux et la limite de stabilité obtenue au point C de la plaque qui est au milieu de l'éprouvette. La concordance des zones de stabilité est globalement correcte avec des divergences dans les zones référencées U, V et W de la Fig. 24. Les points de la zone V correspondent à des cas considérés comme stables théoriquement, mais dont la simulation montre qu'ils présentent des ondulations de fortes amplitudes faiblement amorties. Les points de la zone

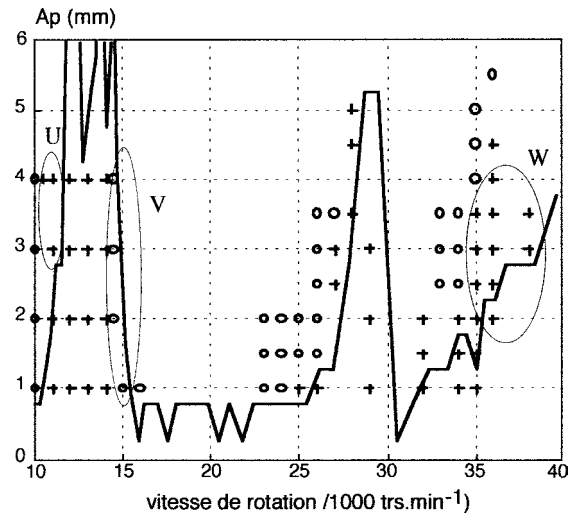


Fig. 24. Limite de stabilité au point C prédite par simulation et résultats expérimentaux (+ : stable o : instable).

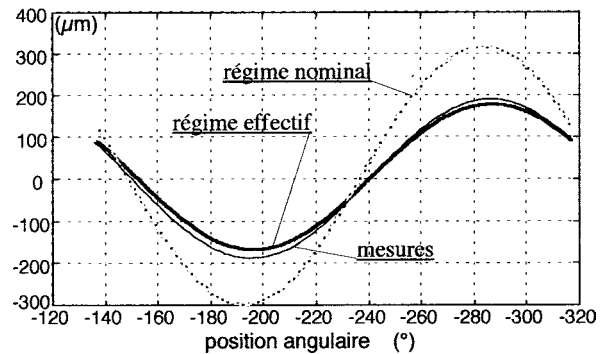


Fig. 25. Déplacement de la plaque au point C. Comparaison des prédictions et des résultats de mesure ($N = 14000 \text{ trs}\cdot\text{min}^{-1}$, $A_p = 4 \text{ mm}$).

W sont considérés comme étant stables expérimentalement. Dans cette zone, les amplitudes de vibration sont faibles et les effets d'une instabilité sont souvent faibles et peu faciles à discerner. La zone U correspond à des cas pour lesquels le pas d'ondulation est le double de l'avance par dent. S'agit-il d'une instabilité mineure ou d'un effet du fond-rond de la fraise ?

L'expérimentation montre également que le régime stationnaire effectif est correctement prédit. La Fig. 25 indique que pour le point $\{N = 14000 \text{ trs}\cdot\text{min}^{-1}, A_p = 4 \text{ mm}\}$ du premier lobe de stabilité, le déplacement mesuré de la plaque est beaucoup plus proche de celui qui est déterminé à partir du régime effectif plutôt que de celui correspondant au régime nominal.

13. Conclusion

La question essentielle que se pose l'utilisateur du procédé est : peut-on choisir un ou plusieurs points de fonctionnement stables qui garantissent la qualité de la pièce et la tenue en service des équipements sur la base d'une modé-

lisation du système usinant et qu'elles sont les conditions à remplir pour y parvenir? Nous pouvons lui donner un certain nombre d'éléments de réponse.

Pour étudier la stabilité, il faut immobiliser la zone d'action de l'outil sur la pièce de manière à avoir une fonction de transfert constante dans le temps. Il est donc nécessaire d'étudier la stabilité en plusieurs points de la trajectoire. La superposition des cartes de stabilité obtenues permet ou ne permet pas de dégager une zone de fonctionnement acceptable tout au long du parcours de l'outil. L'analyse de la stabilité à partir de la simulation temporelle reste longue, mais elle donne des résultats détaillés et permet d'éliminer des cas où les régimes transitoires sont trop mal amortis et conduisent à des états de surface dégradés bien que le régime soit stable au sens théorique du terme. Dans les zones du domaine stable qui correspondent à de fortes amplitudes de vibration, le régime stationnaire effectif s'écarte du régime nominal qui serait obtenu à partir des forces de coupe développées lors d'un fraisage sans déplacement de la pièce. Nous avons indiqué une méthode pour calculer rapidement ce régime effectif. Ce dernier donne accès à plusieurs grandeurs qui intéressent directement l'utilisateur : position moyenne de la surface, forme transversale de la surface, sollicitation dynamique réelle sur l'outil ou la pièce, et conditions de travail des arêtes (vitesse de coupe instantanée, variation d'angle de coupe et de dépouille). On peut ainsi choisir, plus rationnellement, le point de fonctionnement. Les prédictions ne sont fiables que si les modèles de base sont corrects. Deux conditions sont essentielles. La première est une bonne modélisation de la pièce avec une appréciation correcte des conditions aux limites (conditions de serrage par exemple) de manière à obtenir les fréquences propres avec la précision souhaitée. Une grande précision est nécessaire si on désire opérer dans des pics de stabilité étroits. Nous pensons que des recalages expérimentaux sont indispensables dans ce cas. La deuxième condition importante est la pertinence de la loi de coupe. Elle influe fortement sur la valeur limite de l'engagement axial. Une loi non linéaire est indispensable pour s'adapter au cas des faibles épaisseurs de coupe. Dans l'état actuel des connaissances, elle ne peut être obtenue que par la mesure. Il faut pour cela disposer d'un capteur pouvant fonctionner en régime de coupe discontinue à des fréquences élevées.

Les expériences menées sur une plaque de test encastrée sur deux côtés ont montré la validité des méthodes de prédiction utilisées.

Sur un plan plus fondamental, notre étude montre que les hypothèses habituellement admises pour mettre le phénomène en équations ne sont pas toutes satisfaites. La petite valeur de l'épaisseur de coupe entraîne des pertes de contact en cas de vibrations. Mais alors que dans les cas du tournage ou du fraisage avec de plus grands engagements radiaux, la perte de contact est le signe d'un broutement dit « non linéaire », elle peut s'opérer en régime stable en fraisage de finition. La perte de contact ne provient pas d'une instabilité mais

de la modification du régime stationnaire sous l'influence des mouvements de la plaque. Il en résulte en particulier des modifications importantes des angles d'entrée et de sortie des arêtes de coupe. Il conviendrait d'intégrer tous ces aspects dans l'approche analytique et d'essayer d'en déduire une méthode directe d'estimation de la stabilité. La tâche est difficile car des non-linéarités supplémentaires s'introduisent dans les équations. Une des conséquences pratiques des spécificités du fraisage de finition est la réintégration de l'avance par dent et de l'angle d'hélice au titre de paramètres influents sur la stabilité.

Références

- [1] S.A. Tobias, *Machine-Tool Vibration*, Blackie & Son, Glasgow, 1965.
- [2] J. Tlustý, Dynamics of high-speed milling, *J. of Eng. for Ind.* 108 (May 1986) 59–67.
- [3] Y. Altintas, E. Budak, Analytical prediction of stability lobes in milling, *Annals of CIRP* 44 (1) (1995) 357–362.
- [4] E. Budak, Y. Altintas, Analytical prediction of chatter stability in milling. Part 1: General formulation, Part 2: Application of the general formulation to common milling system, in: *Proceedings of the ASME Dynamic Systems and Control Division*, Vol. 57, 1995, pp. 545–565.
- [5] I. Minis, R. Yanushevsky, New theoretical approach for the prediction of machine tool chatter in milling, *ASME Journal of Engineering for Industry* 115 (1) (1993) 1–8.
- [6] E.J.A. Armarego, N.P. Deshpande, Computerized predictive cutting models for forces in end-milling including eccentricity effects, *Annals of the CIRP* 38 (1) (1989) 45–49.
- [7] P. Lee, Y. Altintas, Prediction of ball-end milling forces from orthogonal cutting data, *Int. J. Mach. Tools Manuf.* 36 (1996) 1059–1072.
- [8] D.W. Wu, Prediction of shear angle variation in orthogonal wave-removing processes, *Int. J. Mach. Tools Manuf.* 27 (3) (1987) 289–304.
- [9] J. Tlustý, Analysis of the state of research in cutting dynamics, *Annals of the CIRP* 27 (2) (1978) 583–589.
- [10] Y. Altintas, S. Engin, Generalized modeling of milling mechanics and dynamics: Part 1 – helical end mills, 2001, site internet mech.ubc.ca/~mal/.
- [11] F. Lapujoulade, Measuring of cutting forces during fast transient periods, in: *First French and German Conference on High Speed Machining Metz*, 1997, pp. 372–376.
- [12] F. Lapujoulade, G. Coffignal, J. Pimont, Evaluation des forces de coupe en fraisage à grande vitesse, in: *2ème conf. int. IDMMME'98 UTCompiègne*, 1998.
- [13] F. Lapujoulade, B. Benmohammed, Evaluation des coefficients dynamiques de coupe, in: *Int. Conf. IDMMME'96, Ecole Centrale de Nantes*, 1996, pp. 154–163.
- [14] G. Coffignal, K. dek el bab, F. Lapujoulade, N. Hakem, Dynamic simulation of milling, in: *Proceedings of the CIRP Johannesburg*, 1996, pp. 182–190.
- [15] A. Marty, P. Lorong, G. Coffignal, Including workpiece vibrations in numerical simulation of machining, in: *3rd Int. Conf. on Metal Cutting and High Speed Machining, Metz*, Vol. 1, 2001.
- [16] P.V. Bayly, S.A. Metzler, A.J. Schaut, K.A. Young, Theory of torsional chatter in twist drills: Model, stability and composition to test, *J. of Manuf. Sc. and Eng.* 123 (4) (Nov 2001) 547–551.
- [17] S. Sastry, S.G. Kapoor, R.E. DeVor, G.E. Dullerud, Chatter stability analysis of the variable speed face-milling process, *J. of Manuf. Sc. and Eng.* 123 (4) (Nov 2001) 753–756.
- [18] S. Sastry, S.G. Kapoor, R.E. DeVor, Floquet theory based approach for stability analysis of the variable speed face-milling process, *J. of Manuf. Sc. and Eng.* 124 (1) (Feb 2002) 10–17.