



HAL
open science

Simulation numérique de l'usinage à l'échelle macroscopique : modèles dynamiques de la pièce

Stéphanie Assouline, Erwan Beauguesne, Gérard Coffignal, Philippe Lorong,
Audrey Marty

► **To cite this version:**

Stéphanie Assouline, Erwan Beauguesne, Gérard Coffignal, Philippe Lorong, Audrey Marty. Simulation numérique de l'usinage à l'échelle macroscopique : modèles dynamiques de la pièce. *Mechanics & Industry*, 2002, 3 (4), pp.389-402. hal-00021121

HAL Id: hal-00021121

<https://hal.science/hal-00021121v1>

Submitted on 21 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Simulation numérique de l'usinage à l'échelle macroscopique : modèles dynamiques de la pièce

Stéphanie Assouline, Erwan Beauchesne, Gérard Coffignal, Philippe Lorong, Audrey Marty

LMSP-UMR CNRS ENSAM-ESEM, 151 boulevard de l'Hôpital, 75013 Paris, France

Résumé — L'application de la simulation numérique à l'usinage peut fournir un outil intéressant pour la prévision de l'apparition d'instabilités ainsi que pour la prédiction de l'état final de la surface usinée. Pour ce faire, l'interaction outil/pièce doit être étudiée avec finesse et un modèle de représentation mécanique suffisamment fidèle de l'ensemble Pièce/Outil/Machine doit être construit. La pièce est généralement la partie la plus variable du système : modification consécutive à l'usinage en cours ou plus simplement changement de pièce. L'élaboration du modèle associé à cette dernière dépend de ses caractéristiques propres (géométrie, masse et raideur) ainsi que de la nature des sollicitations qui lui sont appliquées. L'idéal est de construire un modèle suffisamment représentatif induisant des coûts numériques minimaux. Dans ce document, nous montrons l'importance du comportement dynamique de la pièce au cours d'un usinage par outil coupant (fraisage, tournage). Nous présentons différents modèles allant de la pièce non déformable (mais mobile), à la pièce déformable dont les caractéristiques dynamiques évoluent en cours d'usinage (cas des voiles minces). Les aspects techniques liés à la mise en place du modèle pièce déformable sont détaillés.

Mots-clés — Simulation numérique ; Coupe ; État de surface ; Brouttement ; Échelle macroscopique

Numerical simulation of machining at the macroscopic scale: dynamic models of the workpiece

Abstract — Numerical simulation applied to machining is a very interesting tool when it comes to predict instabilities or final surface finish. To reach this aim, Workpiece/Tool interaction must be carefully studied and sufficiently precise representative mechanical models have to be built. The workpiece generally is the most variable part of the system: changes due to machining or more simply change of the workpiece itself. The development of such a model depends on the workpiece own characteristics (geometry, mass, stiffness) as well as on the nature of the loads applied to it. The ideal is to build a sufficiently precise representative model inducing minimal numerical costs. In this document, the importance of workpiece dynamic behaviour during machining (turning, milling) is shown. Several models are presented: from a non-deformable (but movable) workpiece to a deformable workpiece the dynamic characteristics of which evolves throughout machining (thin partition walls). Technical aspects linked to the setting up of a deformable workpiece are detailed.

Keywords — Numerical simulation; Cutting; Surface finish; Chatter; Macroscopic scale

1. Introduction

L'étude détaillée, par simulation numérique, d'une opération d'enlèvement de matière par outil coupant est délicate. Ceci est principalement dû aux phénomènes physiques mis en jeu dans la zone de coupe, à la complexité du comportement dynamique de l'ensemble Pièce/Outil/Machine (com-

Correspondance et tirés à part.

Adresse e-mail : philippe.lorong@paris.ensam.fr (P. Lorong).

Adresse URL : <http://www.paris.ensam.fr/lmsp>.

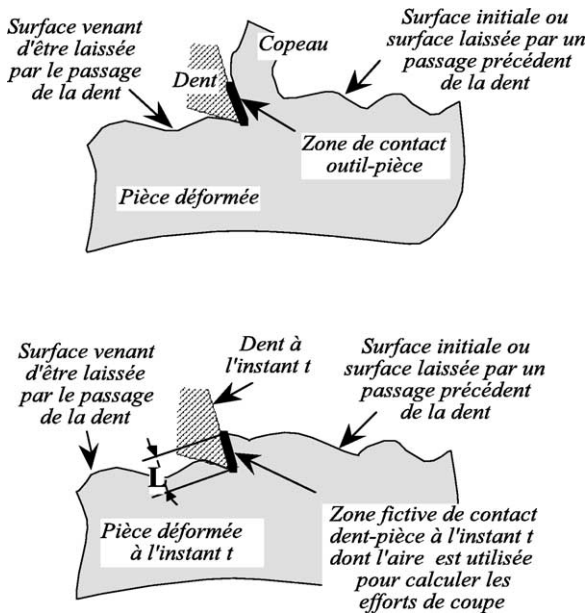


Fig. 1. Outil effaceur de matière.

portement de la broche par exemple), et à l'interdépendance avec le contrôle du procédé [16]. Pour faire face à cette complexité, l'étude de l'usinage est souvent abordée à l'aide d'une approche multi-échelles. Ceci permet de séparer les difficultés en limitant le nombre de phénomènes à prendre en compte et la taille du modèle à une échelle donnée. Trois échelles d'analyse peuvent ainsi être distinguées : *échelles microscopique, mésoscopique et macroscopique*. L'*échelle microscopique* se situe plutôt au niveau du matériau et des grains et s'intéresse aux aspects métallurgiques, l'*échelle mésoscopique* considère de façon détaillée l'interaction outil/pièce en analysant les phénomènes thermomécaniques qui apparaissent lors de la formation du copeau (viscoplasticité, frottement, grandes déformations, production de chaleur, transferts thermiques, etc.). Des modèles éléments finis (EF) 2D ou 3D de la zone située au voisinage de la pointe de l'outil sont utilisés. La démarche que nous décrivons ici concerne l'*échelle macroscopique*. A cette échelle l'interaction outil/pièce est considérée de façon globale et simplifiée. Ainsi l'outil est considéré comme un effaceur de matière (Fig. 1) qui génère des efforts de coupe dépendant des conditions instantanées d'usinage : épaisseur de coupe et vitesse relative outil/pièce en tout point des arêtes coupantes. L'épaisseur de coupe dépend bien évidemment de l'état initial de la surface de la pièce et des passages précédents du ou des outils élémentaires. Nous appelons ici outil élémentaire chacune des plaquettes ou des dents d'une fraise. L'interaction continue entre les passages successifs des dents est la cause principale du phénomène de broutement.

Un des résultats le plus attendu à l'*échelle macroscopique* est la prédiction du comportement dynamique du système Pièce/Outil/Machine (POM). Il s'agit d'une préoccupation qui apparaîtra de plus en plus avec les grandes vitesses de rotation. En effet, les problèmes de sécurité et de fiabilité qui

viennent s'ajouter aux problèmes de maîtrise de la qualité des surfaces sur des pièces dont le coût unitaire est très élevé - structures porteuses usinées dans la masse et moules ou matrices par exemple - devront, comme dans les autres secteurs de la construction et de la fabrication, être maîtrisés avant réalisation des premiers essais. A notre connaissance, peu de travaux ont été réalisés dans ce sens et, dans ce secteur, l'industrie ne semble pas avoir encore complètement mesuré les potentialités en gain de productivité (ou en absence de perte de productivité) qui pourraient résulter de simulations telles que celles que nous envisageons.

Il existe principalement deux approches concurrentes permettant l'étude de la stabilité d'une phase d'usinage. La première, plutôt analytique, peut être qualifiée d'*approche périodique*. Son principe est d'étudier la stabilité du processus en supposant celui-ci périodique et en faisant l'hypothèse que pour des écarts petits vis à vis du cycle stabilisé (petites vibrations) les effets seront également petits (petites variations des efforts de coupe). Un modèle linéarisé est ainsi construit sur lequel une étude théorique de stabilité est menée [7]. Pour aboutir à ce modèle, une représentation très simple de l'évolution de la surface usinée est généralement employée et la pièce est supposée non déformable dans la zone usinée. L'*approche périodique* est à la base du tracé des lobes de stabilité. Ces derniers donnent, en fonction de la vitesse de rotation de la broche et de la profondeur de passe, des zones où l'usinage est supposé stable. Les résultats obtenus sont tout à fait acceptables, et d'une utilisation industrielle [5], tant que les hypothèses précédentes sont vérifiées. Les limites de ces hypothèses sont cependant souvent rencontrées lors de phases de finition où la moindre vibration de l'outil engendre de très fortes variations relatives de l'épaisseur du copeau et donc de très fortes variations de l'effort de coupe. La linéarisation du modèle n'est plus alors réaliste et ceci est particulièrement le cas lorsque l'on est en configuration d'usinage en bout (utilisation de fraises sphériques par exemple). Enfin il existe des régimes stabilisés en dehors de ceux prévus par cette approche car les non-linéarités peuvent aussi bien être génératrices d'instabilité que de stabilité.

La seconde approche, qui peut être qualifiée d'*approche temporelle*, ne fait pas d'hypothèse de périodicité a priori. Elle est basée sur une étude temporelle (introduction d'un processus de résolution incrémental) qui nécessite une mise en œuvre numérique coûteuse en temps de calcul [13,10,2]. L'histoire complète de l'avancement de l'outil, du mouvement de ses parties coupantes et de l'évolution de la surface usinée est ainsi simulée. Tous les cas sont potentiellement abordables par ce type de simulation. Cependant le coût des calculs est bien plus élevé que pour l'*approche périodique*. Les critères de stabilité ne sont pas ici liés à un critère analytique mais à l'estimation de la qualité de la surface générée ou à l'importance des vibrations de certaines parties du système. Il est, par exemple, tout à fait possible d'obtenir une surface de très bonne qualité avec des sollicitations dans la broche, ou au niveau de la pointe de l'outil, au-delà du tolérable. Une des difficultés majeures de l'*approche temporelle*,

et c'est ici que se concentre la plus grosse part des coûts numériques, porte sur le suivi de l'évolution de la surface. C'est pour les modèles tridimensionnels et plus particulièrement au niveau des algorithmes géométriques utilisés pour traiter l'intersection entre la trajectoire de l'outil et celle de la pièce que subsistent encore aujourd'hui des difficultés. Pour les approches bidimensionnelles, ces aspects semblent par contre réglés [11]. Pour la représentation des surfaces tridimensionnelles, une représentation par tranches peut dans certains cas être introduite [14,15].

Notre démarche se situe résolument dans la catégorie des *approches temporelles*. Ce choix a été guidé par la volonté de mettre en place un logiciel général permettant, d'une part de décrire de façon détaillée l'état de la surface usinée, et d'autre part d'aborder l'étude d'usinages réputés difficiles tels que ceux des voiles minces ou des poches profondes. Dans ces deux derniers cas, la modélisation de la pièce doit nécessairement, au fil des calculs, prendre en compte les déformations présentes dans la zone usinée ainsi que l'influence, sur la rigidité et la masse de la pièce, des modifications de la géométrie consécutive à l'enlèvement de matière. Dans d'autres cas de figure, les déformations de la pièce dans la zone usinée sont minimes. Un modèle de pièce rigide simplifie alors considérablement l'approche et permet néanmoins une simulation représentative des phénomènes observés. D'une manière générale, pour une efficacité optimale, le modèle de la pièce doit s'adapter au contexte de l'usinage.

Ce document a pour objectif essentiel de mettre en lumière les méthodes, ou démarches, spécifiques que nous avons mises en œuvre pour prendre en compte les aspects dynamiques liés à la pièce. Après avoir consacré la seconde partie à l'exposé des aspects généraux de notre approche (écriture de l'équation d'équilibre dynamique du système, modèles introduits pour y parvenir, algorithme), nous nous focaliserons, dans les trois parties suivantes, sur les différents aspects et difficultés que peut recouvrir la modélisation de la pièce lorsque le comportement dynamique de cette dernière influe directement sur le processus d'usinage. Nous procéderons par difficulté/complexité croissantes. La troisième partie est ainsi consacrée à un exemple de pièce non déformable (dans la zone usinée) dont le comportement dynamique permet de stabiliser le processus d'usinage. Il s'agit d'un cas de tournage où une flexibilité introduite de façon délibérée dans la pièce, loin de la zone usinée, permet de mettre en évidence un effet gyroscopique. Pour cet exemple une comparaison simulation/expérimentation est donnée. La quatrième partie porte sur la mise en place d'un modèle de pièce déformable dans la zone usinée. Les difficultés pratiques de cette mise en œuvre sont exposées et un exemple de simulation en fraisage, pour une représentation tridimensionnelle de la surface, est donné. Enfin, dans cinquième partie nous proposons une démarche pour prendre en compte l'évolution de la rigidité et de la masse de la pièce au fil des incréments du calcul. La faisabilité de la démarche est montrée sur un exemple.

2. Position du problème : Modèles et algorithme

Le comportement vibratoire du système est considéré au voisinage d'une configuration de la machine (positions relatives des différents organes variant peu) de façon à pouvoir modéliser la partie machine + outil par des matrices constantes. Ces matrices peuvent provenir d'une discrétisation par éléments finis (EF) ou par une identification expérimentale. Celles-ci doivent être actualisées si la passe est trop longue pour pouvoir négliger leurs variations, la démarche adoptée pouvant alors être analogue à celle présentée dans la partie 5.

Nous allons à présent décrire l'équation d'équilibre dynamique du système POM ainsi que les différents modèles qu'il faut introduire pour y aboutir.

2.1. EED : équation d'équilibre dynamique

Une discrétisation du champ de déplacement du système POM permet d'écrire l'équation fondamentale de la dynamique sous forme matricielle (1) en décrivant le mouvement par l'intermédiaire des paramètres cinématiques \underline{q} . Les composantes de \underline{q} sont les inconnues du problème. Elle comprennent les déplacements généralisés associés aux noeuds de la pièce, de l'outil et de la machine. Leur variation en fonction du temps est obtenue [2] pas à pas en mettant en place un schéma aux différences finies, par exemple le schéma de NEWMARK. La solution étant connue à l'instant t , elle est obtenue à l'instant $t + \Delta t$ de façon itérative en réalisant de façon approchée la satisfaction de (1). En effet le second membre $\underline{Q}_{\text{coupe}}(\underline{q}(t + \Delta t), \dot{\underline{q}}(t + \Delta t), \partial\Omega_{\text{coupe}}(t + \Delta t))$, qui provient des efforts de coupe, dépend, via la loi de coupe des positions et vitesses relatives des points de la zone de contact outil/pièce ainsi que de la surface de contact entre l'outil et la pièce, $\partial\Omega_{\text{coupe}}(t + \Delta t)$, à l'instant considéré.

$$\underline{M}\ddot{\underline{q}} + \underline{C}(\omega)\dot{\underline{q}} + \underline{K}\underline{q} = \underline{Q}_{\text{coupe}}(\underline{q}, \dot{\underline{q}}, \partial\Omega_{\text{coupe}}) \quad (1)$$

2.2. Modèles EF ou équivalents

La machine et l'outil (y compris tous les organes de fixation, à l'exception de la pièce) peuvent être modélisés partiellement ou complètement par éléments finis. Compte tenu des difficultés de modélisation, en particulier au niveau des diverses liaisons et masses, il paraît en effet raisonnable, dans le cas où la machine existe, d'utiliser des matrices provenant d'identifications expérimentales pour les parties pour lesquelles c'est possible. Ceci est d'autant plus justifié que seul le comportement dynamique relatif de l'outil par rapport à la pièce est nécessaire. Les parties déformables de l'outil et la pièce, par contre, doivent être modélisées par éléments finis, car le niveau de détail de la prédiction de leurs déflexions relatives doit être compatible avec l'objectif visé : prédire les défauts géométriques résultant de l'usinage, et à chaque instant les efforts de coupe. Enfin, dans le cas du fraisage, seul un modèle détaillé de la broche et de ses paliers

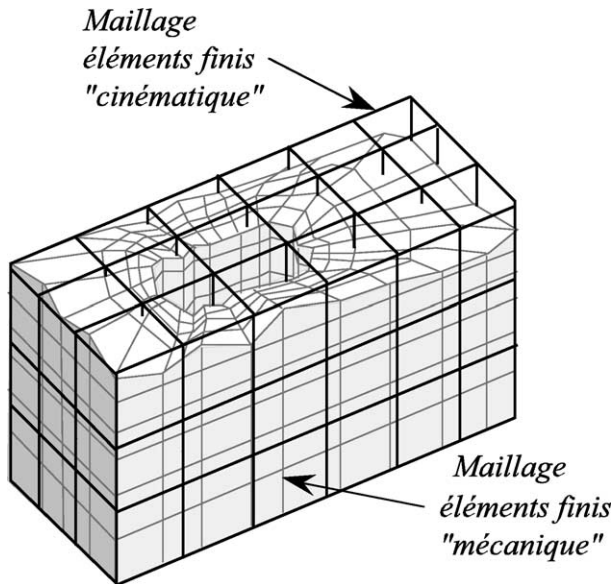


Fig. 2. Maillage de calcul et maillage régulier simple associé.

peut permettre une étude des sollicitations de ces derniers pour en évaluer la durée de vie.

2.2.1. Modèle EF de l'outil

Ce modèle utilise plutôt des éléments de type poutre pour modéliser le corps de l'outil en tournage ou l'arbre de la broche en fraisage y compris la fraise lorsqu'elle est hélicoïdale [2]. Des parties indéformables mais mobiles sont rajoutées pour simuler les parties massives telles que les plaquettes de coupe rapportées. On note q_o la partie des degrés de liberté de q qui décrit les déflexions de l'outil.

2.2.2. Modèles EF de la pièce

Plusieurs modèles peuvent s'avérer nécessaires si la géométrie de la pièce est complexe. Ces modèles peuvent utiliser n'importe quel type d'éléments, en particulier des éléments solides tridimensionnels. Ceci est en particulier le cas si, dans la zone usinée, la pièce est massive. Les déformations de cette dernière peuvent alors être négligées localement. Le mouvement du solide rigide modélisant cette zone sera décrit par un nombre réduit de degrés de libertés (au maximum 6 : 3 translations et 3 rotations). Les caractéristiques dynamiques de ce sous-ensemble se limitent à sa masse, à la position de son centre d'inertie et à son tenseur d'inertie.

Si la pièce est déformable dans la zone usinée, et dans le cas où le maillage de la pièce (maillage éléments finis « mécanique ») possède une topologie complexe (Fig. 2) il est prévu d'adjoindre un modèle EF régulier simple (modèle et maillage éléments finis « cinématique ») au modèle éléments finis « mécanique » (prenant en compte les trous, les congés par exemple). On note q_p la partie des degrés de liberté de q qui décrit exactement les déflexions de la pièce et q'_p les degrés de libertés associés au modèle régulier simplifié. Une phase non décrite ici assurant le pas-

sage des q_p aux q'_p doit être effectuée à chaque incrément. Dans l'exemple donné dans la partie 4, le modèle EF régulier est construit avec des éléments hexaédriques parallélépipédiques et possède une topologie simple qui lui permet d'assurer une description cinématique approchée, mais algorithmiquement très rapide à obtenir, de la déformée à chaque instant. Actuellement, les deux modèles sont confondus, la géométrie de la pièce étant parallélépipédique dans nos exemples et nous avons donc $q_p = q'_p$.

Il convient de noter que le modèle éléments finis (ou autre) de la pièce est complètement distinct du modèle géométrique (décrit ci-après) utilisé pour suivre l'évolution de l'usinage. Les déplacements, et/ou déformations, de la surface usinée sont obtenus à partir de q'_p car sur le maillage « cinématique », qui est régulier, il est beaucoup plus simple de localiser tout point nouvellement créé (c'est à dire trouver l'élément contenant le point et les coordonnées réduites permettant de localiser précisément le point dans cet élément).

Enfin, si le modèle géométrique de la surface usinée se complexifie au fur et à mesure que l'usinage progresse, les modèles EF conservent quant à eux leurs topologies initiales, ainsi que les matrices qui leur sont associées pendant une grande partie de la simulation. Comme il sera présenté dans la partie 5, seules des variations importantes de forme de la pièce, et des positions relatives des composants du système POM nécessiteraient des changements à ce niveau.

2.3. Modèle de coupe

Le modèle de coupe comporte l'hypothèse d'outil effaceur de matière (Fig. 1). L'interaction mécanique au niveau du contact outil/pièce est prise en compte par l'intermédiaire d'une loi de coupe en tout point de chaque arête de coupe [2]. Cette loi permet de préciser les composantes de l'effort de coupe en fonction des paramètres instantanés : épaisseur de coupe, vitesse relative plaquette-pièce au point de contact considéré [3,4]. En réalité, une approche discrétisée des arêtes de coupe est effectuée (introduction de tranches en fraisage de profil). En fraisage de face, on définit des points d'intégration le long de l'arête de coupe, sur la face de coupe de chaque plaquette. Une fois les efforts de coupe déterminés le long des arêtes, il est relativement facile, par le processus habituel d'assemblage EF, de construire le second membre de l'EED (1) : $Q_{\text{coupe}}(q, \dot{q}, t)$.

Il est à noter que la construction et l'identification d'une loi de coupe peuvent s'avérer délicates, particulièrement pour la représentation de régimes de coupe instationnaires. Cependant l'utilisation du modèle pour la simulation, qui est le point de vue adopté ici, ne pose pas de difficulté particulière.

2.4. Les modèles géométriques

Les modèles géométriques doivent permettre de situer à chaque instant t la position relative, dans leurs configura-

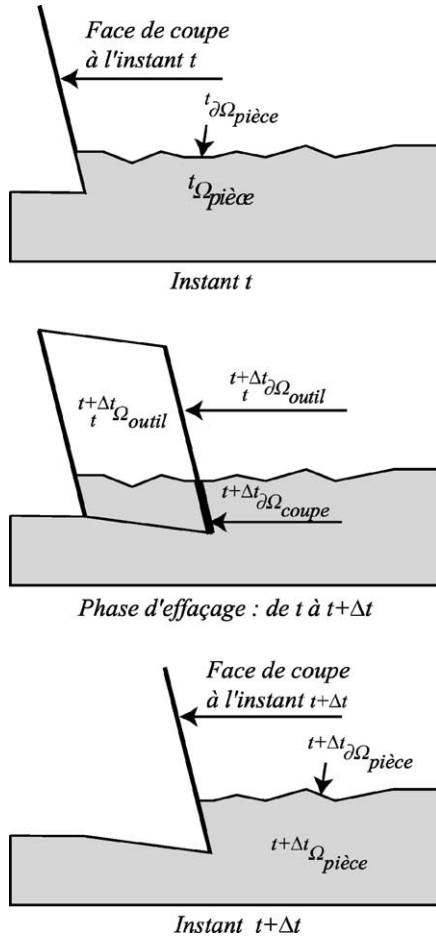


Fig. 3. Modèles géométriques, outil effaceur de matière, usinage virtuel et pseudo copeau.

tions déformées sous l'action des efforts de coupe et des vibrations, du volume occupé par la pièce et des volumes balayés, durant l'incrément de temps Δt , par les outils élémentaires. Ceci est déduit des vecteurs \underline{q}'_p et \underline{q}_o . En cas d'interférence entre le volume balayé par l'outil et la pièce, l'intersection des deux volumes permet de déduire le pseudo-copeau qui doit être enlevé de la pièce. Cette opération est illustrée très schématiquement sur la Fig. 3. Cette intersection permet aussi d'isoler la partie ${}^{t+\Delta t}_{\partial\Omega_{coupe}}$ de la surface de coupe en contact avec la pièce et d'en déduire, l'épaisseur de coupe instantanée.

Les modèles géométriques peuvent aller du plus simple, une série de points, au plus complexe, description facettisée de la surface. Des représentations de type Z-buffer sont également employées [12,6,8]. Nous avons, quant à nous, adopté une représentation continue des surfaces (ceci est détaillé dans les deux paragraphes qui suivent). Ceci permet de traiter toute la variété des cas rencontrés et plus particulièrement les pièces comportant des trous. De plus, aucune hypothèse ne doit être faite a priori sur la trajectoire des parties utiles de l'outil vis à vis de la pièce pour définir le modèle des surfaces.

2.4.1. Modèle géométrique de l'outil

Le modèle géométrique de l'outil, ou de chaque outil élémentaire, permet de construire, entre t et $t + \Delta t$ un modèle géométrique du volume balayé par cet outil élémentaire entre ces deux instants. Ce modèle du volume balayé conduit à l'usinage s'il y a interférence avec le domaine occupé par la pièce à l'instant $t + \Delta t$.

Pour le cas d'une simulation tridimensionnelle, le modèle géométrique est surfacique. Il est réalisé en utilisant des facettes triangulaires planes. Par contre, pour les simulations bidimensionnelles, le modèle géométrique est linéique, il se base sur des segments droits.

Pour ces deux représentations, le modèle géométrique s'appuie sur la connaissance des vecteurs $\underline{q}_o(t)$, qui est connu au début de l'incrément, et $\underline{q}_o(t + \Delta t)$ qui est cherché par itérations successives en résolvant l'EED (1).

2.4.2. Modèle géométrique de la pièce

Le modèle géométrique de la pièce est de la même nature que celui de l'outil (surfacique ou linéique). Sa topologie et sa métrique changent au fur et à mesure que l'enlèvement de matière progresse : il est donc évolutif, généralement mobile et éventuellement déformable. Il est très important puisque c'est lui qui—progressivement—décrit la surface finale de la pièce et tous ses défauts, ce qui est un des objectifs principaux de la simulation. Ceci est obtenu en passant successivement, comme dans la réalité, par toutes les surfaces intermédiaires. Des facettes en 3D, segments en 2D, disparaissent, d'autres s'ajoutent, et les sommets changent de position au gré des vibrations. Le modèle géométrique est donc modifié à chaque instant où se produit un usinage et la structure de données doit être bien adaptée à cette situation. En 3D, les facettes qui apparaissent sont généralement de forme très allongée et les cas de dégénérescence rencontrés sont nombreux. Ils doivent tous être traités finement sous peine de rencontrer des problèmes numériques lors du réusinage de la partie où elles sont apparues. Ceci est particulièrement vrai en fraisage car l'outil (ou les outils élémentaires) repasse(nt), souvent de façon presque tangentielle, plusieurs fois sur les surfaces qui ont déjà été usinées aux instants précédents.

Lorsqu'un modèle de pièce déformable est utilisé, le choix de la configuration dans laquelle les opérations booléennes sur les volumes sont effectuées n'est pas immédiat. Certains aspects liés aux difficultés rencontrées dans ce cas sont exposés dans la partie 4.

2.5. Algorithme général de résolution

Le résumé de la méthode est donné, sous forme d'organigramme, sur la Fig. 4. Deux aspects, présents sur ce diagramme, méritent d'être plus particulièrement développés. Il s'agit de la détermination de la surface de la pièce consécutivement à un enlèvement de matière (Fig. 5) ainsi que du calcul de l'effort de coupe au niveau du contact outil/pièce

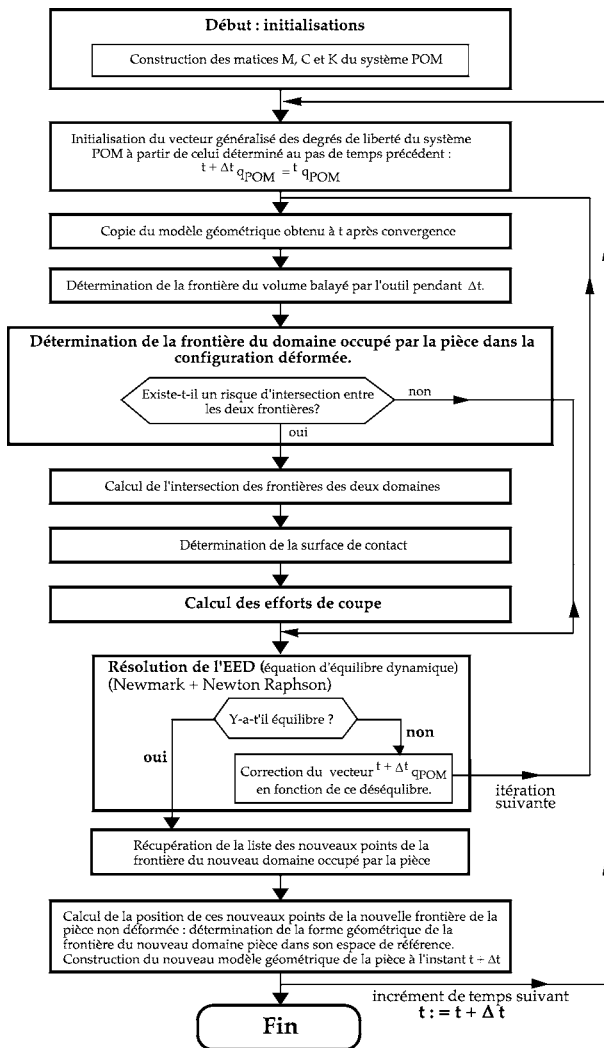


Fig. 4. Organigramme du résumé de la méthode.

(Fig. 6). Ces deux derniers points seront repris et davantage détaillés dans la partie 4.

3. Pièce non déformable

Afin de montrer l'influence de la dynamique de la pièce, le cas du tournage en coupe orthogonale a été abordé. Ce type d'opération peut aisément être modélisé en 2D, ce qui simplifie les modèles géométriques utilisés et par voie de conséquence le module d'intersection.

3.1. Opérations étudiées et modèles choisis

Un cylindre tronqué de faible épaisseur (identifiable sur la coupe AA Fig. 7) est placé sur un porte-pièce et usiné en coupe orthogonale sur un tour RAMO-RVS 5 axes. Pour l'opération étudiée la partie usinée est en Z200C13 et les conditions de coupe sont 178 m/min pour la vitesse de coupe et 0,25 mm/tour pour l'avance. L'outil a un angle de

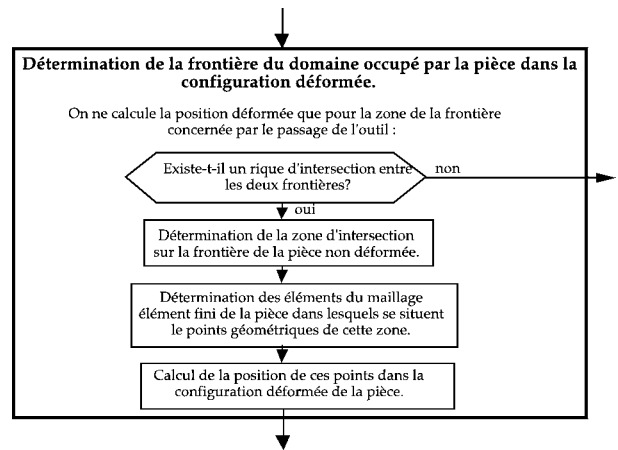


Fig. 5. Détermination de la frontière de la pièce.

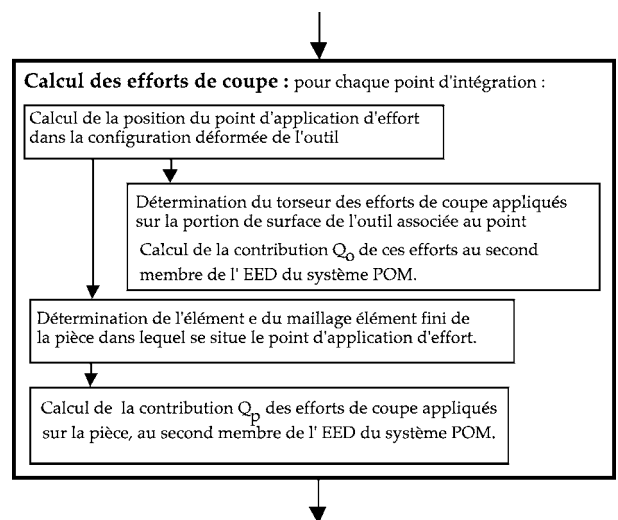


Fig. 6. Calcul de l'effort de coupe.

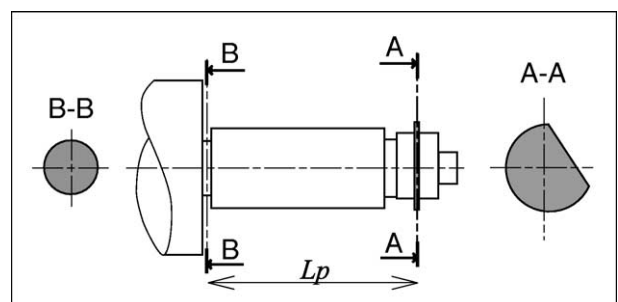


Fig. 7. Pièce usinée.

coupe de 0° et un angle de dépouille de 11° , de cette manière on s'affranchit d'éventuels problèmes de talonnage.

Le corps de l'outil a été modélisé par une poutre maillée à l'aide de deux éléments. L'épaisseur du cylindre tronqué est $e = 2$ mm. Par ailleurs, le porte pièce comporte une partie de faible section (identifiable sur la coupe BB Fig. 7) ce qui permet de proposer un modèle simple pour l'ensemble pièce et porte-pièce : une barre rigide articulée, l'articulation étant positionnée à l'endroit où la section de la pièce est

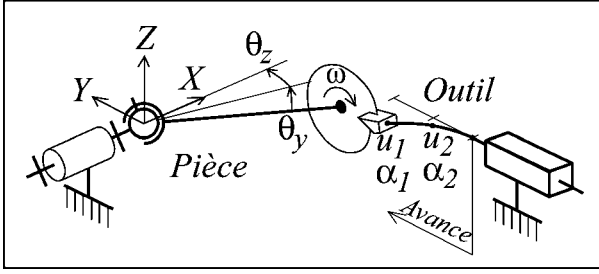


Fig. 8. Modèles dynamiques utilisés.

Tableau 1
Valeurs de coefficients pour la loi de coupe

K_T	434	p_T	0.49
K_N	891	p_N	0.83

réduite. Cette articulation est modélisée par une rotule à un doigt avec une rigidité en torsion associée à chacun des deux degrés de liberté restants. Ces deux rigidités sont identiques : valeur r dans le Tableau 3. r est ajusté de façon à retrouver la flexibilité de la pièce réelle. Le reste de la pièce, et en particulier la zone où l'enlèvement de matière a lieu, est modélisé par un ensemble rigide. Le schéma associé à l'ensemble de ces modélisations est donné Fig. 8.

S'agissant d'une opération de coupe orthogonale, la surface générée peut être décrite par sa trace (son contour) dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation de la pièce. L'opération peut ainsi être modélisée de façon bidimensionnelle. Le modèle géométrique est alors simplement un ensemble de points et de segments qui décrivent le contour tronqué de la pièce (arc de cercle et méplat) et deux segments pour l'outil (un pour la face de coupe et un pour la face de dépouille).

Le modèle de loi de coupe choisi a pour forme :

$$F_T = -K_T \left(\frac{h}{2 \cdot 10^{-4}} \right)^{p_T} \left(\frac{e}{2 \cdot 10^{-3}} \right)$$

pour la force tangentielle et

$$F_N = -K_N \left(\frac{h}{2 \cdot 10^{-4}} \right)^{p_N} \left(\frac{e}{2 \cdot 10^{-3}} \right)$$

pour la force normale à la face de coupe. h représente la hauteur de coupe et e l'épaisseur (déjà citée plus haut) de la pièce. La valeur des coefficients dépend du matériau utilisé et des conditions de coupe et est, dans le cas étudié ici, présenté dans le Tableau 1. L'identification des coefficients K_T , K_N , p_T et p_N a été réalisée à partir d'essais effectués sur la pièce considérée ici (Fig. 7).

La colonne \underline{q} des déplacements généralisés, présente dans l'équation d'équilibre dynamique (1), a ici la composition suivante :

$$\underline{q}^T = [(u_1 \quad \theta_1 \quad u_2 \quad \theta_2 \quad \alpha_y \quad \alpha_z)] \quad (2)$$

u_1 , θ_1 , u_2 et θ_2 représentant les degrés de liberté du système Pièce/Outil/Machine. Le second membre \underline{Q} prend quand à lui la forme :

$$\underline{Q}^T = [F_{cz} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -F_{cz}L_p \quad F_{cy}L_p] \quad (3)$$

Tableau 2
Modèle de l'outil

ρ	7.8 kg/m ³
S	0.1 · 10 ⁻³ m ²
E	21 · 10 ¹⁰ N/m ²
I	8.33 · 10 ⁻¹⁰ m ⁴
L_b	18 · 10 ⁻³ m
λ_t	5 · 10 ⁻⁸ /s

F_{cz} et F_{cy} représentant les projections de F_T et F_N dans le base de l'étude. Les différentes matrices intervenant dans (1) ont ici pour expression :

$$\underline{\underline{M}} = \frac{\rho S L_b}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L_b & 54 & -13L_b & 0 & 0 \\ \vdots & 4L_b^2 & 13L_b & -3L_b^2 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & 312 & 0 & 0 & 0 \\ sym & \dots & \dots & 8L_b^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J \frac{420}{\rho S L_b} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J \frac{420}{\rho S L_b} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\underline{\underline{K}} = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L_b^3} & \frac{6EI}{L_b^2} & \frac{-12EI}{L_b^3} & \frac{6EI}{L_b^2} & 0 & 0 \\ \vdots & \frac{4EI}{L_b} & \frac{-6EI}{L_b^2} & \frac{2EI}{L_b} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \frac{24EI}{L_b^3} & 0 & 0 & 0 \\ sym & \dots & \dots & \frac{8EI}{L_b} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\underline{\underline{C}} = \begin{bmatrix} \lambda_t \frac{12EI}{L_b^3} & \lambda_t \frac{6EI}{L_b^2} & \lambda_t \frac{-12EI}{L_b^3} & \lambda_t \frac{6EI}{L_b^2} & 0 & 0 \\ \vdots & \lambda_t \frac{4EI}{L_b} & \lambda_t \frac{-6EI}{L_b^2} & \lambda_t \frac{2EI}{L_b} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \lambda_t \frac{24EI}{L_b^3} & 0 & 0 & 0 \\ sym & \dots & \dots & \lambda_t \frac{8EI}{L_b} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_p r & -\omega J \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega J & \lambda_p r \end{bmatrix} \quad (6)$$

Les valeurs numériques utilisées pour le modèle de l'outil sont présentées dans le Tableau 2 et celles pour la pièce dans le Tableau 3. L_p est la longueur de la partie mobile de la pièce (dimension identifiable sur la Fig. 7), J le moment d'inertie de la partie mobile de la pièce selon l'axe de rotation de la broche, R le rayon du cylindre usiné, d la longueur du méplat, L_b est la longueur de la partie flexible de l'outil, I le moment quadratique de la section droite de la poutre servant à modéliser la partie déformable de l'outil, S l'aire de cette section droite, et enfin E le module d'Young du matériau constitutif de l'outil.

Il est à noter que, le système réel étant très faiblement amorti, nous avons imposé $\lambda_t = 10^{-2} \lambda_{cp}$ où λ_{cp} est l'amortissement critique de la pièce (pour le seul mode double existant) et $\lambda_p = 10^{-2} \lambda_{ct}$ où λ_{ct} est l'amortissement critique de l'outil (pour son premier mode propre).

La matrice $\underline{\underline{C}}$ (expression (6)) comporte des termes antisymétriques (en ωJ) qui proviennent des effets de l'accélération d'entraînement [9].

Tableau 3
Modèle de la pièce

J	$3.99 \cdot 10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
r	$21.9 \cdot 10^4 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$
λ_p	$8.63 \cdot 10^{-7}/\text{s}$
ω	$125.66 \text{ rad}/\text{s}$
L_p	$98.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
e	$2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
R	$23.6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
d	$23.45 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

3.2. Comparaison entre simulations/essais et conclusions

Des simulations ont été effectuées dans les conditions décrites dans le paragraphe précédent. Le premier résultat, présenté sur la Fig. 9, montre l'importance de la prise en compte de l'effet gyroscopique. Sur ce dessin sont juxtaposés trois graphes donnant chacun la valeur de l'effort normal de coupe en fonction du temps. Le premier tracé donne les résultats obtenus expérimentalement. Le second correspond à une simulation sans prise en compte de l'effet gyroscopique alors que le troisième correspond à une simulation prenant en compte cet effet. Même si ici la vitesse d'entraînement, c'est-à-dire la vitesse de rotation, n'est pas élevée (1200 tr/min), la prise en compte de l'effet gyroscopique est ici capitale car il apporte de la stabilité au système.

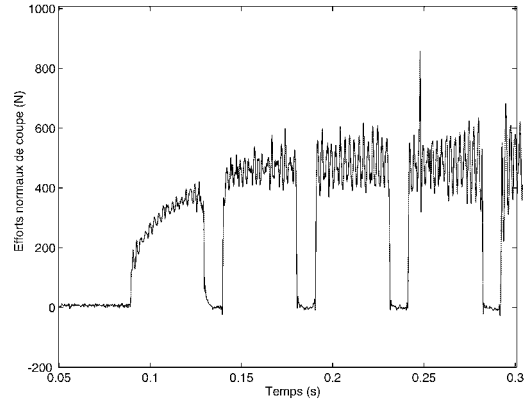
Il faut remarquer que l'opération réalisée engendre beaucoup de vibrations. La coupe est discontinuëe à cause du méplat. A chaque tour il y a un choc entre l'outil et la pièce. En prenant en compte l'effet gyroscopique, on obtient une bonne corrélation entre simulation et expérimentation aussi bien pour les efforts de coupe (Fig. 9) que pour l'allure des déplacements du centre de la pièce (par exemple suivant l'axe Y Fig. 10).

Les résultats de simulation permettent également de déduire des informations sur la surface de la pièce générée. Ainsi le haut niveau de vibration observé expérimentalement va être visible sur la surface obtenue par simulation (Fig. 11). Les oscillations, visibles sur cette figure, sont liées à la dynamique de la pièce (mouvements vibratoires autour de l'articulation) et non à l'empreinte cyclique du bec de l'outil.

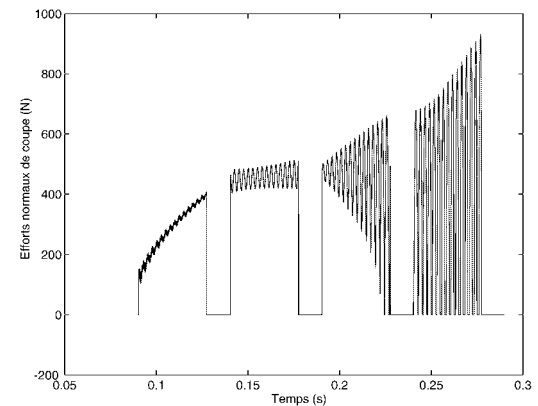
4. Pièce déformable

Dans cette partie nous introduisons une pièce déformable dans la zone usinée. Comme précisé dans le paragraphe 2.2.2, les déformations de la pièce sont définies par la cinématique d'un modèle/maillage EF régulier simple. La configuration de ce maillage est définie, à un instant donné, par la colonne de degrés de liberté que nous avons notée q'_p et, comme dans toute approche éléments finis, par la configuration référence dans laquelle le maillage est non déformé. A cette configuration est associé un référentiel adapté noté R_{PG} . La transformation permettant de passer

Résultats expérimentaux



Résultats de simulation sans effet gyroscopique



Résultats de simulation avec effet gyroscopique

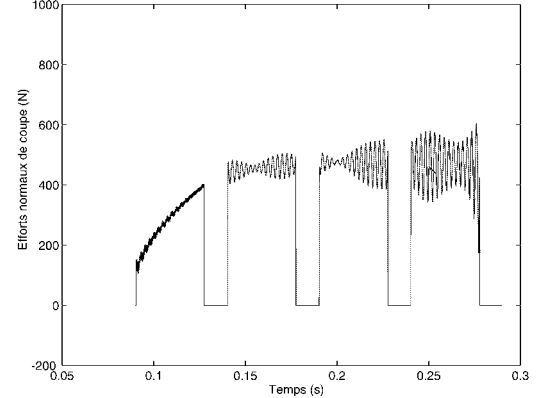


Fig. 9. Effort de coupe normal F_y au cours du temps.

de la configuration de référence à la configuration actuelle est notée $\phi_{\text{pièce}}(\bullet, t)$. A un point ${}^r M$, dans la configuration de référence, est associé son image ${}^t M$ dans la configuration actuelle :

$${}^t M = \phi_{\text{pièce}}({}^r M, t) \quad (7)$$

Le modèle géométrique de la pièce, qui est déformable et dont la position des points caractéristiques (sommets de facettes *triangulaires planes* en 3D-extrémités d'arêtes *rectilignes* en 2D) suit le mouvement vibratoire, est défini dans cette même configuration de référence (Fig. 12). Plus précisément, pour chaque sommet du modèle géométrique, il faut savoir à quel élément du maillage éléments finis il appar-

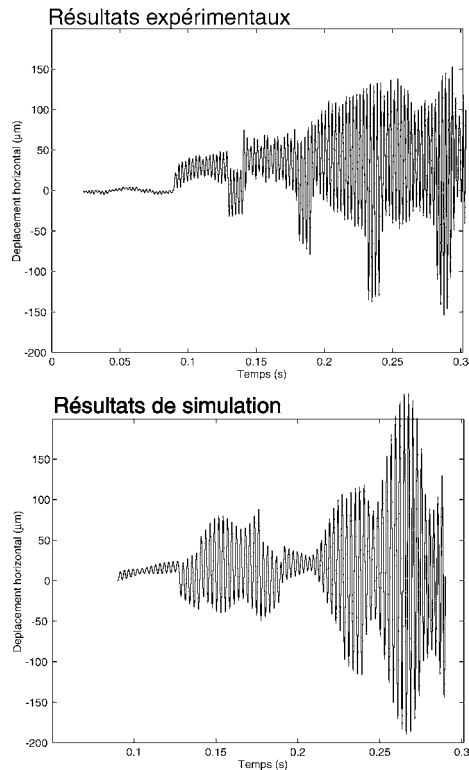


Fig. 10. Déplacement horizontal du centre de la pièce d_y au cours du temps.

tient, et quelle est sa position dans l'élément (sous forme de coordonnées réduites) afin de pouvoir lui appliquer la transformation $\phi_{\text{pièce}}(\bullet, t)$. Pour un sommet donné, ces informations n'évoluent pas au cours du processus incrémental. Cependant, après chaque calcul d'intersection, une multitude de nouveaux sommets sont créés (et d'autres enlevés) et la démarche à mettre en œuvre pour déterminer leur position dans la configuration de référence dépend de la configuration choisie pour effectuer les opérations booléennes sur les volumes.

Une première solution consiste à effectuer ces opérations booléennes dans la configuration déformée. Cette approche est a priori la plus naturelle car elle ressemble au processus réel. A l'instant $t + \Delta t$, en fin d'incrément, toutes les données nécessaires au calcul d'intersection sont connues : $\phi_{\text{pièce}}(\bullet, t + \Delta t)$ et $\phi_{\text{outil}}(\bullet, t + \Delta t)$ étant déterminées à partir de $\underline{q}'_p(t + \Delta t)$ et $\underline{q}'_o(t + \Delta t)$ eux-mêmes déduits du schéma d'intégration, la position des points caractéristiques est connue dans la configuration de référence. Une fois le calcul d'intersection réalisé, il faut déterminer la position de référence des nouveaux points, c'est-à-dire les ramener dans la configuration non déformée de la pièce par application de $\phi_{\text{pièce}}^{-1}(\bullet, t + \Delta t)$. Ceci n'est pas trivial pour des points dont on ne connaît a priori ni l'élément dans lequel ils se trouvent ni les coordonnées réduites dans l'élément. La détermination de $\phi_{\text{pièce}}^{-1}(\bullet, t + \Delta t)$ nécessite en général des calculs itératifs que nous allons exposer plus loin. En réalité, cette première solution ne traduit pas correctement le processus continu d'enlèvement de matière. Elle nécessite en particu-

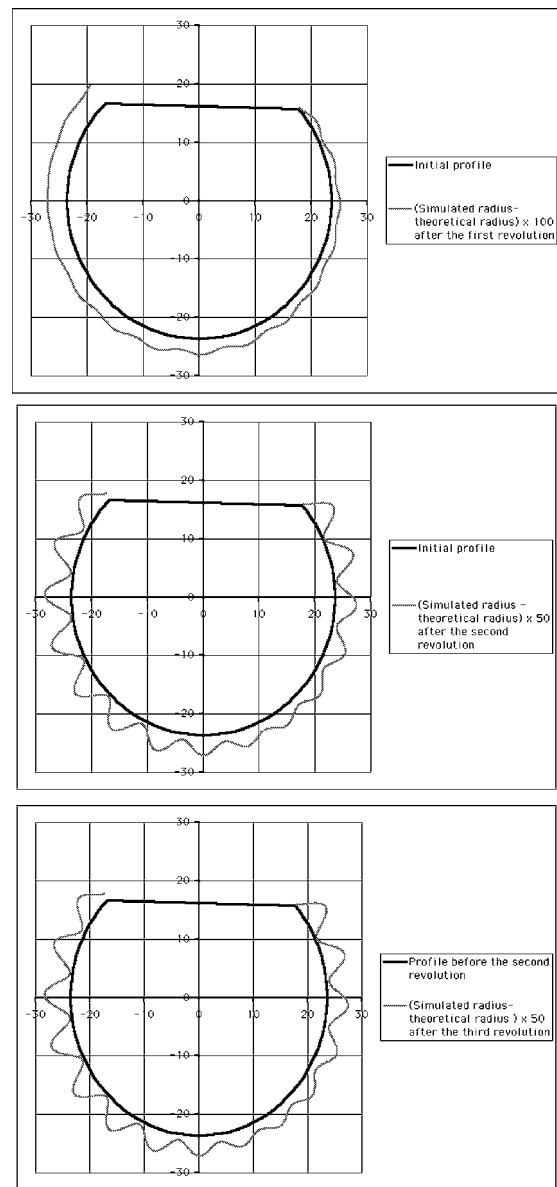


Fig. 11. Résultats géométriques (en mm) après le second tour.

lier des aménagements pour repositionner convenablement la configuration précédente de l'outil avant détermination du volume balayé par la face de coupe de l'outil. Pour décrire le processus continu, il est indispensable de se placer dans la configuration de référence de la pièce pour y examiner correctement la trajectoire du mouvement relatif outil/pièce.

Ainsi une seconde solution consiste à choisir la configuration de référence pour réaliser les opérations booléennes sur les volumes. Pour ce faire il faut ramener, avant intersection, la surface dans la pièce dans la configuration de référence à l'aide de $\phi_{\text{pièce}}^{-1}(\bullet, t + \Delta t)$ ce qui est immédiat (il n'y a pas encore de nouveaux points). Il faut également ramener l'enveloppe de la surface balayée par la face de coupe de l'outil. Cette enveloppe est définie par le mouvement de la face de coupe entre t et $t + \Delta t$. Le transfert de la surface définissant la position de la face de coupe à l'instant t

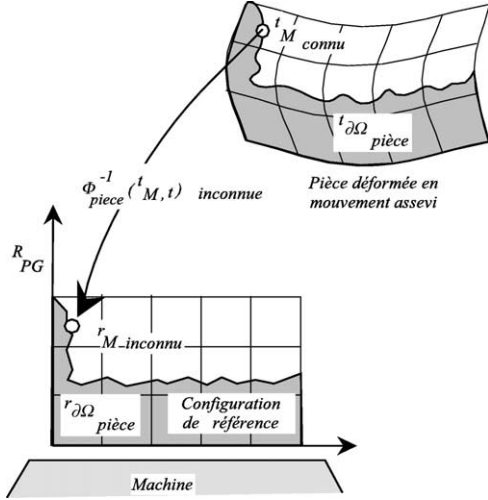


Fig. 12. Configuration de référence et configuration déformée.

a été réalisé lors de l'incrément précédent. Le transfert de la surface définissant la position de la face de coupe à l'instant $t + \Delta t$ doit lui être réalisé. Pour ce faire il faut déterminer $\phi_{pièce}^{-1}(\bullet, t + \Delta t)$ en chacun des points caractéristiques du modèle géométrique de l'outil. Outre le fait, que certains de ces points sont hors du maillage de la pièce (mais il est facile d'étendre le domaine d'action de $\phi_{pièce}(\bullet, t + \Delta t)$ par ajout d'éléments fictifs supplémentaires), la définition de cette transformation inverse, comme pour la première solution, n'est pas immédiate et nécessite elle aussi un calcul itératif.

La seconde approche est en cours de mise en place, mais actuellement, seule la première approche a fait l'objet d'une mise en œuvre informatique complète. Pour la détermination $\phi_{pièce}^{-1}(\bullet, t + \Delta t)$ la méthode proposée part d'une position estimée dans la configuration de référence grâce au modèle topologique au début du pas de temps, elle utilise la position de référence de points connus de la frontière et permet d'estimer les positions des points d'intersection de la frontière dans la position déformée. Elle estime ensuite la nouvelle frontière de la pièce dans la configuration non-déformée par une correction itérative. La manière de choisir cette première estimation et l'algorithme itératif utilisés seront décrits dans les paragraphes suivants.

4.1. Construction de $\phi_{pièce}^{-1}(\bullet, t + \Delta t)$

Cette construction revient à trouver la position, dans la configuration de référence, de chaque point nouvellement créé dans la configuration déformée.

4.1.1. Première estimation de la position de référence

Soit ${}^{t+\Delta t}\partial\Omega_{outil}$ l'enveloppe du volume balayé par la face de coupe de l'outil entre l'instant t et $t + \Delta t$, et ${}^{t+\Delta t}\partial\Omega_{pièce}^{(t)}$ la surface de la pièce, à l'instant $t + \Delta t$, avant intersection avec ${}^{t+\Delta t}\partial\Omega_{outil}$. On a :

$${}^{t+\Delta t}\partial\Omega_{pièce}^{(t)} = \phi_{pièce}({}^t\partial\Omega_{pièce}^{(t)}, t + \Delta t) \quad (8)$$

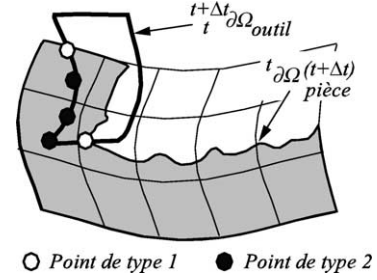


Fig. 13. Nouveaux points de type 1 et 2.

On peut distinguer deux types de nouveaux points : les points qui sont sur la ligne résultant de l'intersection entre ${}^{t+\Delta t}\partial\Omega_{pièce}^{(t)}$ et ${}^{t+\Delta t}\partial\Omega_{outil}$ d'une part (point de type 1) et ceux qui sont issus de la portion de ${}^{t+\Delta t}\partial\Omega_{outil}$ servant à définir la nouvelle frontière ${}^{t+\Delta t}\partial\Omega_{pièce}^{(t+\Delta t)}$ de la pièce d'autre part (point de type 2). Au cours du processus d'intersection, les modèles topologiques tri-dimensionnels sont mis à jour. Afin de faciliter la compréhension du problème nous utiliserons ici des illustrations dans le plan (Fig. 13).

Pour chacun des points appartenant à la surface de la partie nouvellement générée de la pièce une *première estimation* de la position dans la configuration de référence peut être construite de la façon suivante :

- *Point de Type 1* : Ce type de point est situé à l'intersection d'une facette du modèle géométrique de la pièce et d'une facette du modèle géométrique de l'outil. Sa position peut facilement être définie, dans la configuration actuelle, par ses coordonnées barycentriques sur chacune des deux facettes (le modèle géométrique étant constitué de facettes triangulaires). En supposant que les facettes demeurent planes lors de leur transfert d'une configuration à l'autre, il suffit de déduire la *position estimée* du point dans la configuration de référence à partir de ses coordonnées barycentriques et des coordonnées des points des facettes exprimées également dans la configuration de référence.
- *Point de Type 2* : Lorsqu'un nouveau point de la frontière de la pièce est issu de la frontière de l'outil, le problème est différent car ce point n'est pas sur une facette du modèle géométrique de la pièce au début du pas de temps. La ligne d'intersection, connue après traitement complet des points de type 1, va être utilisée (Fig. 14). Cette ligne peut simplement être vue comme une ligne brisée fermée qui lie tous les points d'intersection I_i . Au départ, seuls les points de la configuration déformée tP_i sont utilisés, ils sont directement liés à la ligne d'intersection. Le point d'intersection le plus proche tI_i dans la configuration déformée est recherché, sa position de référence rI_i est connue. En supposant que tous les points du segment $[{}^tI_i P_i]$ ont le même déplacement et que les rotations restent faibles, la *première estimation* des points rP_i peut être prise telle que ${}^rI_i \vec{P}_i = {}^tI_i \vec{P}_i$.

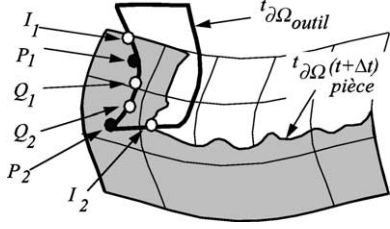


Fig. 14. Méthode de calcul pour la position de référence.

Plus $\|\overrightarrow{I_i^r P_i}\|$ est petite, meilleure est cette première estimation ${}^r P_i^{(0)}$.

Lorsque les positions de chacun des points ${}^r P_i$ sont estimées, l'étape suivante est de recommencer la méthode en partant cette fois des points ${}^t P_i$. On s'intéresse alors aux points ${}^t Q_i$ et on recherche les points ${}^r P_i$ les plus proches. La première estimation de la position de référence ${}^r Q_i$ est prise telle que $\overrightarrow{{}^r P_i^r Q_i} = \overrightarrow{{}^t P_i^t Q_i}$, ${}^r P_i$ étant connu.

L'algorithme consiste ensuite à appliquer le même démarche jusqu'à ce que tous les points soient traités. Schématiquement l'algorithme progresse de la périphérie vers l'intérieur de la surface générée par la face de coupe de l'outil. L'implémentation en 3D est simple, bien que le suivi des voisins successifs ne soit pas aussi aisé qu'il y paraît sur l'illustration plane.

4.1.2. Correction itérative

Choisissons un point ${}^t M$, connu de la configuration déformée de la pièce, dont la position de référence ${}^r M$ est inconnue. La détermination de ${}^r M$ se fait grâce à la résolution de l'équation :

$${}^r M = \phi_{\text{pièce}}^{-1}({}^t M, t) \quad (9)$$

L'application $\phi_{\text{pièce}}(\bullet, t)$ est définie élément par élément et, pour un élément donné, est construite à partir des fonctions de base de cet élément. Généralement ces fonctions de base sont des fonctions non-linéaires des coordonnées réduites du point ${}^r M$ aussi la résolution de (9) conduit-elle à la résolution d'un système non-linéaire. Dans le cas très restrictif des triangles à trois nœuds pour le cas bidimensionnel, et des tétraèdres à quatre nœuds pour le cas tridimensionnel, l'application $\phi_{\text{pièce}}(\bullet, t)$ est linéaire.

Dans le cas non-linéaire, $\phi_{\text{pièce}}^{-1}(\bullet, t)$ ne pouvant pas être calculée directement, une méthode de Newton a été choisie pour la résolution. Comme en Mécanique des Milieux Continus, on va s'intéresser à ${}^t \mathbf{F}$ l'application linéaire tangente associée à $\phi_{\text{pièce}}(\bullet, t)$ dont l'expression est :

$${}^t \mathbf{F}({}^r M, t) = \mathbf{Grad}(\overrightarrow{\phi_{\text{pièce}}({}^r M, t)}) \quad (10)$$

où $\overrightarrow{\phi_{\text{pièce}}} = \overrightarrow{O \phi_{\text{pièce}}}$ avec O : origine de R_{PG}

Pour chaque point ${}^t M$ de la configuration déformée, une estimation de la position de référence ${}^r M_i^{(0)}$ a été déterminée (cf. paragraphe précédent). Cette position va être utilisée comme point de départ de la méthode de Newton. ${}^t M^{(0)} = \phi_{\text{pièce}}({}^r M^{(0)}, t)$ est calculé par application directe

de $\phi_{\text{pièce}}(\bullet, t)$. Le point trouvé est alors comparé à ${}^t M$ en calculant la distance entre ${}^t M$ et ${}^t M^{(0)}$. Lorsque la norme de cette distance $\|{}^t \delta M^{(0)}\|$ est inférieure à une précision ε donnée, ${}^r M^{(0)}$ est le point solution. Si le point proposé n'est pas le point solution, on calcule un vecteur ${}^r \delta M^{(1)}$ corrigeant la position de ${}^r M^{(0)}$ à l'aide de l'application linéaire tangente calculée en ${}^r M^{(0)}$:

$$\overrightarrow{{}^r \delta M^{(1)}} = {}^t \mathbf{F}^{-1}({}^r M^{(0)}, t) \overrightarrow{{}^t \delta M^{(0)}} \quad (11)$$

et permettant de déduire une nouvelle estimation de la position recherchée ${}^r M^{(1)}$:

$$\overrightarrow{{}^r M^{(1)}} = \overrightarrow{{}^r M^{(0)}} + \overrightarrow{{}^r \delta M^{(1)}}.$$

Une nouvelle erreur est ensuite calculée permettant de comparer les positions des points ${}^t M^{(1)} = \phi_{\text{pièce}}({}^r M^{(1)}, t)$ à ${}^t M$. Le processus est ensuite répété jusqu'à ce que l'on trouve une solution ${}^r M^{(i)}$ telle que :

$$\|{}^t M^{(i)} - {}^t M\| = \|{}^t \delta M^{(i)}\| \leq \varepsilon.$$

4.2. Calcul de l'effort de coupe

La prise en compte efficace des efforts de coupe qui apparaissent à l'interface outil/pièce nécessite un ensemble de points d'intégration d'effort. Une méthode similaire à celle utilisée pour les points d'intersection entre le volume balayé par une dent usinant et la pièce est utilisée. Celle-ci, rappelons le, consistait à effectuer une première estimation des positions de référence des points d'intersection à l'aide de leur coordonnées barycentriques au sein des facettes dans lesquelles ils se situent, et des coordonnées des sommets de celles-ci considérées dans la configuration de référence de la pièce. La surface de coupe en fin d'incrément, ${}^{t+\Delta t} \partial \Omega_{\text{coupe}}$ (Fig. 3), coïncide avec une partie de la surface du volume balayé par la face de coupe ${}^{t+\Delta t} \partial \Omega_{\text{outil}}$. C'est la portion de la surface commune à la pièce et à la face de coupe dans sa position à l'instant $t + \Delta t$. Nous utilisons la configuration non déformée ${}^r \partial \Omega_{\text{coupe}}$ de ${}^{t+\Delta t} \partial \Omega_{\text{coupe}}$ pour effectuer une première estimation des positions de référence des points d'intégration ${}^t P_i$. Pour cela chaque point est associé à une facette de la surface de contact déformée ${}^{t+\Delta t} \partial \Omega_{\text{coupe}}$. Connaissant les positions de référence des facettes de cette surface, il est ensuite facile d'en déduire celles des points d'intégration associés. Une méthode itérative identique à celle décrite précédemment permet ensuite d'obtenir leurs positions exactes.

4.3. Simulations

Nous présentons ici un exemple de simulation d'usinage d'une pièce mince. Les modèles dynamiques et géométriques de la plaque usinée sont représentés (Fig. 15).

La grande flexibilité de cette pièce permet de mettre en évidence l'effet des déformations de la pièce sur la surface usinée (Fig. 16). Ces ondulations de la surfaces sont dues aux vibrations du système Pièce/Outil/Machine et non à l'empreinte cyclique des dents de la fraise.

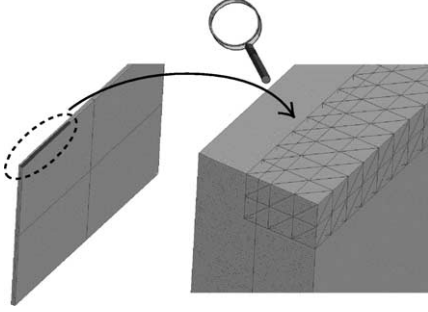


Fig. 15. Plaque mince – modèle géométrique.

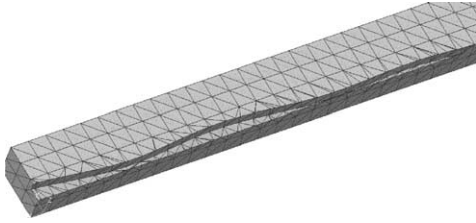


Fig. 16. Defaults de la surface de la pièce dus aux vibrations de celle-ci.

Cet exemple est détaillé dans [1] où d'autres exemples de fraisage de pièces flexibles sont également donnés.

5. Pièce ayant une rigidité et une masse évolutives

Dans les travaux précédents, le seul cas pris en compte est celui d'une pièce massive pour laquelle l'opération d'usinage ne modifie pas de façon significative les caractéristiques de rigidité et de masse (passe de faible épaisseur, dans un endroit non critique). Pourtant la variation du domaine de la pièce (variation due à l'enlèvement de matière) modifie en permanence la géométrie et par suite les caractéristiques de rigidité et de masse. Il devient en particulier indispensable de tenir compte de la mise à jour continue des caractéristiques dynamiques de la pièce. Lors de l'usinage d'un voile mince, on peut usiner plus de 2/3 de l'épaisseur lors d'une passe d'ébauche.

Les variations de flexibilité et de masse dues à l'enlèvement de matière induisent une modification des matrices du modèle éléments finis. A chaque instant, le vecteur \underline{p} définissant la position théorique outil/pièce permet de prévoir la géométrie théorique de la pièce en fonction de l'histoire $h(t)$ de la variation $\underline{p}(\tau)$ pour $\tau \in [0, t]$ et les matrices de masse $\underline{M}(h)$ et de rigidité $\underline{K}(h)$ correspondantes. Lors de la simulation, la modification des matrices de masse et de rigidité à chaque incrément de temps serait beaucoup trop coûteuse en temps de calcul. L'objectif est de diminuer le temps de calcul en ne re-décomposant pas à chaque pas de temps Δt les matrices éléments finis, mais seulement tous les n pas de temps. Ceci nous a conduit à imaginer deux méthodes complémentaires. La première méthode est une méthode approchée pour mettre à jour l'inverse de la matrice qui est utilisée dans le schéma d'intégration numérique temporel. La

seconde méthode est destinée à prendre en compte de façon simplifiée l'effet de l'enlèvement de matière sur les caractéristiques mécaniques.

Ceci est rendu possible par le fait que dans notre application nous connaissons a priori le mouvement outil/pièce théorique à chaque instant car c'est une donnée. Dans toute la démarche proposée ici, la pièce peut être soumise à des vibrations pouvant être importantes (quelques % sur l'amplitude). Cependant, dans la démarche de validation proposée ici, nous supposons que les modifications de géométrie résultant des vibrations sont relativement faibles devant les modifications de géométrie qui seraient obtenues dans le cas d'un usinage idéal (typiquement épaisseur de l'ordre du millimètre, erreurs dues aux vibrations de l'ordre du 1/10 du millimètre). Ceci nous permet de ne pas effectuer les itérations qui pourraient être nécessaires pour assurer un équilibre correct de l'ensemble outil/pièce. Dans le cas d'un usinage réel, cette hypothèse n'est pas nécessaire car le système est résolu par itérations à chaque incrément et seule la vitesse de convergence sera affectée par la plus ou moins bonne qualité de la matrice $\hat{\underline{K}}^{-1}$, matrice introduite dans l'écriture du schéma de Newmark introduit ci-après.

5.1. Mise à jour approchée de la matrice $\hat{\underline{K}}$

Le schéma d'intégration numérique de Newmark utilisé ici à titre d'exemple s'écrit de la manière suivante :

$$\hat{\underline{K}}^{t+\Delta t} \underline{q} = {}^{t+\Delta t} \underline{Q} + {}^t \bar{\underline{Q}} \quad (12)$$

avec

$$\hat{\underline{K}} = \frac{1}{\alpha \Delta t^2} \underline{M} + \frac{\delta}{\alpha \Delta t} \underline{C} + \underline{K} \quad (13)$$

et

$${}^t \bar{\underline{Q}} = \underline{M} \{ a_3 \ddot{\underline{q}} + a_2 \dot{\underline{q}} + a_0 \underline{q} \} + \underline{C} \{ a_5 \ddot{\underline{q}} + a_4 \dot{\underline{q}} + a_1 \underline{q} \} \quad (14)$$

et

$$a_0 = \frac{1}{\alpha \Delta t^2}, \quad a_1 = \frac{\delta}{\alpha \Delta t}, \quad a_2 = \frac{1}{\alpha \Delta t}, \quad (15)$$

$$a_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1, \quad a_4 = \frac{\delta}{\alpha} - 1, \quad a_5 = \left(\frac{\delta}{2\alpha} - 1 \right) \Delta t. \quad (16)$$

Dans ces expressions, α et δ sont des paramètres du schéma de Newmark. Nous avons choisi $\alpha = \frac{1}{4}$ et $\delta = \frac{1}{2}$, valeurs pour lesquelles la méthode est inconditionnellement stable pour un oscillateur linéaire.

L'expression (12) peut se réécrire sous la forme suivante :

$$\hat{\underline{K}}(h) \underline{q} = \underline{Q}_{\text{total}} \quad (17)$$

$$\underline{q} = \hat{\underline{K}}^{-1}(h) \underline{Q}_{\text{total}} \quad (18)$$

Ainsi sur l'étape i , l'idée est la suivante dans le cas de l'approche linéaire, l'inverse de la matrice $\hat{\underline{K}}$ est approximée par la combinaison linéaire des deux matrices évaluées aux instants t_{i-1} et t_i .

$$\hat{\underline{K}}^{-1}(h)_{\text{approché}} = (1 - \eta) \hat{\underline{K}}^{-1}(h_{i-1}) + \eta \hat{\underline{K}}^{-1}(h_i) \quad (19)$$

avec

$$\eta = \frac{t - t_{i-1}}{n_i \Delta t}$$

et

$$h_i = h(t_i)$$

La méthode consiste à définir, a priori, en fonction des étapes d'usinage, des intervalles de temps $I_i =]t_{i-1}, t_i = t_{i-1} + n_i \Delta t]$ où n_i est le plus grand possible, mais tient compte de la plus ou moins grande variation des caractéristiques mécaniques dues à l'enlèvement de matière théorique.

Dans le cas de l'approche quadratique :

$$\begin{aligned} \underline{\hat{K}}^{-1}(h)_{\text{approché}} &= (1 - \eta)(1 - 2\eta)\underline{\hat{K}}^{-1}(h_{i-1}) \\ &\quad + 4\eta(1 - \eta)\underline{\hat{K}}^{-1}(h_{i-\frac{1}{2}}) \\ &\quad + \eta(2\eta - 1)\underline{\hat{K}}^{-1}(h_i) \end{aligned} \quad (20)$$

Selon l'approche retenue, on obtient $\underline{q}_{\text{approché}}$ de façon évidente :

$$\underline{q}_{\text{approché}} = (1 - \eta)\underline{q}_{i-1} + \eta\underline{q}_i \quad (21)$$

ou

$$\begin{aligned} \underline{q}_{\text{approché}} &= (1 - \eta)(1 - 2\eta)\underline{q}_{i-1} + 4\eta(1 - \eta)\underline{q}_{i-\frac{1}{2}} \\ &\quad + \eta(2\eta - 1)\underline{q}_i \end{aligned} \quad (22)$$

5.2. Prise en compte simplifiée de l'enlèvement de matière

Pour éviter d'être obligé de modifier la géométrie de la pièce et son maillage à chaque point de calcul de $\underline{\hat{K}}$, nous avons introduit un pseudo-endommagement $D(h, \underline{x})$, où \underline{x} est la position. Le pseudo-endommagement est alors connu de façon explicite en fonction de l'histoire $h(t)$. Il est utilisé pour modifier les caractéristiques du matériau, comme par exemple le module d'Young E et la masse volumique ρ ; le coefficient de Poisson ν restant inchangé.

$$E' = E(1 - D), \quad \rho' = \rho(1 - D)$$

avec $0 < D < D_{\max}$ où $D_{\max} = 0,95$.

D_{\max} n'est pas choisi égal à 1 pour ne pas être obligé de gérer les DDL devenant *libres* une fois détachés de la partie non usinée de la pièce. Le choix d'une correction analogue pour E et ρ a été retenu pour ne pas générer de modes propres parasites. Le pseudo-endommagement $D(h, \underline{x})$ est calculé en fonction de la fraction volumique usinée d'un élément. L'hypothèse qui est faite et qui pourra être faite dans une simulation réelle d'usinage est que cette façon de procéder permet d'obtenir une estimation suffisamment précise pour obtenir des matrices de masse $\underline{M}(h)$, de rigidité $\underline{K}(h)$ et d'amortissement $\underline{C}(h)$ représentant convenablement le comportement vibratoire de la pièce.

5.3. Validation de la méthode

Avant de mettre en place cette méthode dans le simulateur d'usinage réel, nous avons testé l'intérêt de la démarche sur un problème représentatif plus simple qui est présenté ici.

Les dimensions de la pièce parallélépipédique retenue sont $100 \text{ mm} \times 40 \text{ mm} \times 4 \text{ mm}$. La pièce est encastrée à sa base sur toute sa longueur. L'élément utilisé dans le maillage est l'hexaèdre à huit nœuds, compte tenu des objectifs ultérieurs de nos travaux. Le matériau est un acier dont les caractéristiques sont les suivantes :

$$E = 200 \text{ GPa}, \quad \nu = 0,3, \quad \rho = 7800 \text{ kg m}^{-3}$$

Contrairement à ce qui se passe pendant un usinage réel, la démarche de validation de la méthode est effectuée en utilisant un effort parfaitement connu : la force excitatrice apparaissant dans le vecteur $\underline{Q}(t)$ qui est retenue est de la forme $F(t) = \cos(\omega t)$. Cette force schématise l'excitation de l'outil sur la pièce, elle est mobile et représente l'avancement de l'usinage mais elle est appliquée sur la face non usinée.

La simulation retenue ici correspond à un passage suffisamment long sur une fréquence de résonance de la pièce non encore usinée. Nous choisissons $\omega = 21002,66 \text{ rad/s}$ qui est la pulsation du premier mode propre de vibration de la pièce non encore usinée. Nous adoptons ici une matrice d'amortissement \underline{C} proportionnelle à la matrice \underline{K} permettant d'assurer un taux d'amortissement de 0,01 pour le premier mode propre de vibration de la pièce non usinée.

Afin de valider la démarche, nous avons réalisé une première simulation utilisant la matrice $\underline{\hat{K}}^{-1}$ exacte à chaque incrément pour avoir une solution de référence. La mise en œuvre de l'approche simplifiée est validée avec des étapes d'usinage plus ou moins longues.

Pour comparer les résultats des deux approches, linéaire et quadratique, par rapport aux résultats de la solution de référence, nous avons calculé une erreur relative $E(t)$ (23) en un point P de la pièce appartenant au maillage. Le point P est choisi dans la partie non usinée de la pièce, il est pris sur la partie supérieure de la pièce au milieu. Nous avons une représentation de l'évolution des déplacements en ce point (Fig. 17).

$$E(t) = \frac{|q_{\text{Ref}} - q(t)|}{q_{\text{RefMax}}} \quad (23)$$

Le Tableau 4 regroupe les erreurs relatives maximales au point P pour l'approche linéaire et quadratique. Que ce soit l'approche linéaire ou quadratique, nous obtenons des erreurs relatives très faibles ce qui renforce notre opinion sur le fait de l'utilité de ces approches. En effectuant cent étapes, c'est-à-dire en ne recalculant les matrices éléments finis que cent fois, nous avons des résultats qui se rapprochent énormément de la solution de référence. Les erreurs sont beaucoup plus faibles pour l'approche quadratique que linéaire.

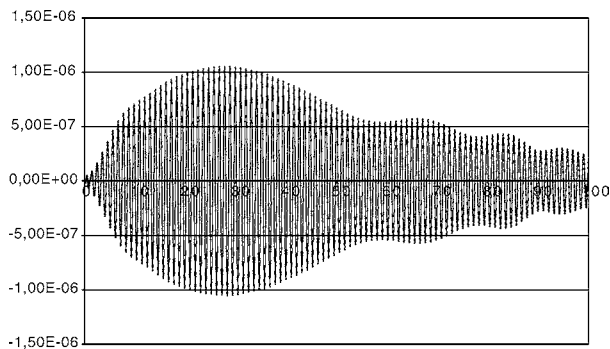


Fig. 17. Evolution du déplacement au point P .

Tableau 4
Erreur relative maximale (en %)

Nombre d'étapes	Approche Linéaire	Approche Quadratique
100	$1,975 \times 10^{-2}$	$1,779 \times 10^{-4}$
50	$1,077 \times 10^{-1}$	$3,339 \times 10^{-2}$
20	$4,945 \times 10^{-1}$	$8,006 \times 10^{-2}$
10	1,660	$2,836 \times 10^{-1}$
5	5,260	1,747
1	63,111	9,514

6. Conclusion

A travers les différents exemples donnés, nous avons montré les aspects que peut recouvrir la prise en compte de la dynamique de la pièce lorsque l'on souhaite simuler une opération d'usinage à l'échelle macroscopique.

L'approche que nous proposons permet d'envisager la réalisation de simulations en dynamique dans des conditions sévères. Ceci est particulièrement le cas lors de recherche d'une qualité de surface acceptable et d'une absence de vibration lors d'un enlèvement de matière important sur une pièce flexible.

Nous nous sommes attachés à décrire la démarche retenue ainsi que les principaux concepts et méthodes originaux qu'il a fallu développer pour pouvoir mettre en œuvre des simulations. Parmi les points délicats, il reste à fiabiliser le module d'intersection volumique. Même s'il est suffisamment robuste pour réaliser des simulations telles que celle présentée dans la partie 4, il n'est pas possible aujourd'hui d'aborder des cas où les problèmes de tangence sont trop sévères (cas où les dents de la fraise repassent sur un nombre élevé de tours presque au même endroit).

Par ailleurs, la qualité des résultats qui peuvent être attendus des simulations que nous proposons, repose sur la qualité des modèles dont nous pouvons disposer pour décrire le comportement mécanique du système POM et de l'interaction outil/pièce pendant l'usinage. Il nous semble actuellement qu'il existe encore un déficit considérable de données fiables et complètes issues d'expérimentations fines. Il faudrait en effet définir soigneusement l'ensemble des paramètres qu'il faudrait pouvoir mesurer afin d'envisager la constitution de bases de données permettant de valider finement les approches numériques. Cela va des états de surface des pièces obtenues, aux relevés de déplacements et efforts

en fonction du temps, sur des machines dont on aurait caractérisé le comportement statique et dynamique, au moins au voisinage du point de fonctionnement retenu et pour tel ou tel outil réglé de telle ou telle façon, etc.

Le logiciel que nous développons est destiné à valider l'ensemble de la démarche de simulation. Il permettra d'aider à l'exploitation des essais effectués à l'échelle macroscopique, en particulier pour affiner les modèles retenus pour les lois de coupe. Pour réaliser un logiciel métier, et pour assurer à terme la prise en compte de trajectoires et de formes de pièces industrielles, il sera nécessaire d'établir des liens avec des logiciels de CFAO. Ceci n'a pas encore été considéré, les difficultés propres à l'approche devant d'abord être résolues dans un contexte aussi efficace que possible.

Références

- [1] E. Beuchadne, Modélisation et simulation dynamique de l'usinage : prise en compte d'une pièce déformable, Ph.D. Thesis, ENSAM, Paris, 1999.
- [2] G. Coffignal, E. Beuchadne, K. Dekelbab, N. Hakem, Mechanical simulation of machining using cutting tools, in: 1st International Conference - IDMME'96, Vol. 1, 1996, pp. 145-154.
- [3] S. Engin, Y. Altintas, Mechanics and dynamics of general milling cutters. Part I: Helical end mills, Internat. J. Machine Tools Manufact. 41 (2001) 2195-2212.
- [4] S. Engin, Y. Altintas, Mechanics and dynamics of general milling cutters. Part II: Inserted cutters, Internat. J. Machine Tools Manufact. 41 (2001) 2213-2231.
- [5] A. Grefioz, Calcul par éléments finis d'un banc d'essai, in: Premières Assises Machines et Usinage à Grande Vitesse, March 2000.
- [6] Gu Fangming, Prediction of cutting forces and surface errors in face milling with generalized cutter and workpiece geometry, PhD Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1994.
- [7] F. Isamil, E. Soliman, A new method for the identification of stability lobes in machining, Internat. J. Machine Tools Manufact. 37 (6) (1997) 763-774.
- [8] G.M. Kim, P.J. Cho, C.N. Chu, Cutting force prediction for sculptured surface ball-end milling using z-map, Internat. J. Machine Tools Manufact. 40 (2000) 277-291.
- [9] M. Lalanne, G. Ferraris, Rotordynamics Prediction in Engineering, John Wiley and Sons, 1995.
- [10] A. Marty, P. Lorong, G. Coffignal, Numerical simulation of a turning operation, in: II International Seminar on Improving Machine Tool Performance, La Baule - Nantes - France, July 2000.
- [11] A. Marty, P. Lorong, G. Coffignal, Including workpiece vibrations in numerical simulation of machining, in: III International Conference on Metal Cutting and High Speed Machining, Metz - France, July 2001.
- [12] Y. Mizugaki, M. Hao, K. Kikkawa, Geometric generating mechanism of machined surface by ball-nosed end milling, Annals of CIRP 50 (2001).
- [13] D. Montgomery, Y. Altintas, Mechanism of cutting force and surface generation in dynamic milling, ASME Trans. J. Engineering for Industry 113 (May 1991) 160-168.
- [14] R. Radulescu, S.G. Kapoor, R.E. DeVor, An investigation of variable spindle speed face milling for tool-work structures with complex dynamics: Part 1 - Simulation results, ASME - PED - Manufacturing Science and Engineering 64 (1993) 603-614.
- [15] R. Radulescu, S.G. Kapoor, R.E. DeVor, An investigation of variable spindle speed face milling for tool-work structures with complex dynamics: Part 2 - Physical explanation, ASME - PED - Manufacturing Science and Engineering 64 (1993) 615-627.
- [16] G. Sekhon, J.-L. Chenot, Numerical simulation of continuous chip formation during non-steady orthogonal cutting, Engineering Computations 10 (1993) 793-807.