



HAL
open science

Nouvelles Avancées dans les Méthodes sans Maillage de Type Eléments Naturels pour la Simulation des Procédés de Mise en Forme

Julien Yvonnet, Icíar Alfaro, Elías Cueto, Francisco Chinesta, Manuel Doblaré

► **To cite this version:**

Julien Yvonnet, Icíar Alfaro, Elías Cueto, Francisco Chinesta, Manuel Doblaré. Nouvelles Avancées dans les Méthodes sans Maillage de Type Eléments Naturels pour la Simulation des Procédés de Mise en Forme. 7ème Colloque National en Calcul des Structures, 2005, Giens, France. hal-00020961

HAL Id: hal-00020961

<https://hal.science/hal-00020961>

Submitted on 13 Feb 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Nouvelles avancées dans les méthodes sans maillage de type éléments naturels pour la simulation des procédés de mise en forme

J. Yvonnet¹, I. Alfaro², E. Cueto², F. Chinesta¹, M. Doblaré²

¹ Laboratoire de Mécanique des Systèmes et des Procédés
UMR CNRS – ENSAM - ESEM
151 Boulevard de l'Hôpital, F-75013 Paris, France
julien.yvonnet@paris.ensam.fr francisco.chinesta@paris.ensam.fr

² I3A, Universidad de Zaragoza,
María de Luna, 3, E-50015 Zaragoza, Spain
iciar@unizar.es ecueto@unizar.es

RESUME : Dans cette étude, des exemples de simulation de différents procédés tels que la fonderie, l'extrusion, la coupe et la découpe par cisailage adiabatique sont présentés. Ceux-ci ont été obtenus par l'utilisation d'une méthode de type éléments naturels combinée : (a) soit avec les formes alpha pour extraire automatiquement la forme du domaine, la seule information provenant du nuage de nœuds ; (b) soit avec un critère de visibilité afin de représenter les domaines fortement non-convexes tels que les fissures, cette approche étant appelée méthode des éléments naturels contraints. Les deux techniques, chacune adaptée à un type d'application, permettent de traiter les problèmes inhérents à la méthode des éléments naturels dans le cadre de domaines de géométries non-convexes. Le caractère « meshless » de la méthode permet d'éviter la construction d'un maillage vérifiant des critères de qualité dans les différentes simulations traitées.

ABSTRACT: In this paper different forming process simulations involving change of phase, extrusion or machining are presented. The numerical simulation is carried out by combining the natural element method with a procedure able to preserve the interpolation linearity on any boundary. The first alternative concerns the use of alpha-shapes which allows also to extract the boundary from the cloud of nodes. The other strategy considered in this work is the introduction of a visibility criterion in order to circumvent the problematic related to non-convex domains. In both cases the meshless character of the resulting technique avoids the necessity of remeshing when the elements involved in the approximation become too distorted.

MOTS CLES: Méthodes sans maillage, Eléments Naturels, Simulation des Procédés

KEYWORDS: Meshless methods, Natural elements, Forming processes simulation

1. Introduction

Les limitations de l'approche numérique pour la simulation des procédés de mise en forme des matériaux sont encore actuellement nombreuses. Une difficulté inhérente aux approches éléments finis provient de la nécessité d'effectuer un remaillage régulier du domaine de la pièce. Ceci est consécutif aux importantes déformations subies par la matière. Un autre inconvénient du remaillage est la nécessité de projeter les différentes informations matérielles, qui étaient connues aux différents points d'intégration de l'ancien maillage, vers les points d'intégration du nouveau maillage. Pour surmonter cet obstacle, nous pouvons faire appel aux approches dites sans-maillage « meshless », alternatives à celles des éléments finis. De par leur développement récent, de nombreuses difficultés numériques restent encore à résoudre, d'où la nécessité d'une intense recherche en amont. Dans un tel scénario, la maîtrise des procédés de mise en forme passe par l'établissement d'un modèle mécanique prenant en compte tous les aspects multi-physiques et du modèle numérique associé, bien adapté au caractère 3D, multi-échelle (localisation en espace-temps des champs de déformation, des contraintes, de température, d'endommagement, ... ainsi que la localisation précise des éventuelles fissures) et aux grandes transformations qui caractérisent les différents procédés. Avant d'aborder la simulation dans le cadre « sans maillage », un certain nombre de difficultés devront être analysées au préalable, et certains choix à caractère numérique devront être faits, pour prendre en considération :

- Les très grandes transformations géométriques, la problématique du remaillage et de la projection des champs ;
- La description précise des bords du domaine matériel : la problématique liée aux surfaces libres ; la gestion des surfaces mobiles ;
- La localisation et le raffinement adaptatif, les indicateurs d'erreur ;
- La gestion des fissures et la problématique de la dépendance de sa direction de propagation vis-à-vis de la méthode de discrétisation ;
- Les formulations mixtes à l'issue des modélisations multi-physiques couplées : prise en compte de l'incompressibilité et des conditions *inf-sup*.
- Les formulations multi-domaines capables de profiter du calcul parallèle ;

2. La méthode des éléments naturels (NEM) : fondements et avancées récentes

La notion de voisins naturels et d'interpolation naturelle fut introduite par Sibson en 1980 pour construire des interpolations sur des nuages de nœuds très irréguliers (déstructurés). Cet interpolant est basé sur les constructions géométriques connues sous le nom de diagramme de Voronoï ou de triangulation de Delaunay. Le diagramme de Voronoï est une construction géométrique réalisée à partir d'un ensemble de nœuds distincts $\mathbf{n}_1, \dots, \mathbf{n}_N$ dont leurs cellules sont définies par :

$$T_I = \{ \mathbf{x} : d(\mathbf{x}, \mathbf{n}_I) < d(\mathbf{x}, \mathbf{n}_J), \forall J \neq I \} \quad [1]$$

où d est une distance et T_I est la cellule de Voronoï associée au nœud \mathbf{n}_I . La cellule de Voronoï T_I est une région de l'espace telle que tout point \mathbf{x} à l'intérieur de cette

cellule est plus proche du nœud \mathbf{n}_I que de n'importe quel autre nœud \mathbf{n}_J . Deux nœuds partageant une face de leurs cellules de Voronoï respectives sont appelés *voisins naturels*. On peut définir une cellule de second ordre T_{IJ} de la façon suivante

$$T_{IJ} = \{ \mathbf{x} : d(\mathbf{x}, \mathbf{n}_I) < d(\mathbf{x}, \mathbf{n}_J) < d(\mathbf{x}, \mathbf{n}_K), \forall K \neq I, \forall K \neq J \} \quad [2]$$

Un point quelconque se trouvant dans T_{IJ} a comme voisin le plus proche \mathbf{n}_I et comme second voisin le plus proche \mathbf{n}_J . Introduisons un point \mathbf{x} en lequel on désire calculer les fonctions de forme naturelles. Sur la figure 1, la cellule délimitée par le contour $aefb$ est la cellule du second ordre associée au point \mathbf{x} et au nœud \mathbf{n}_I .

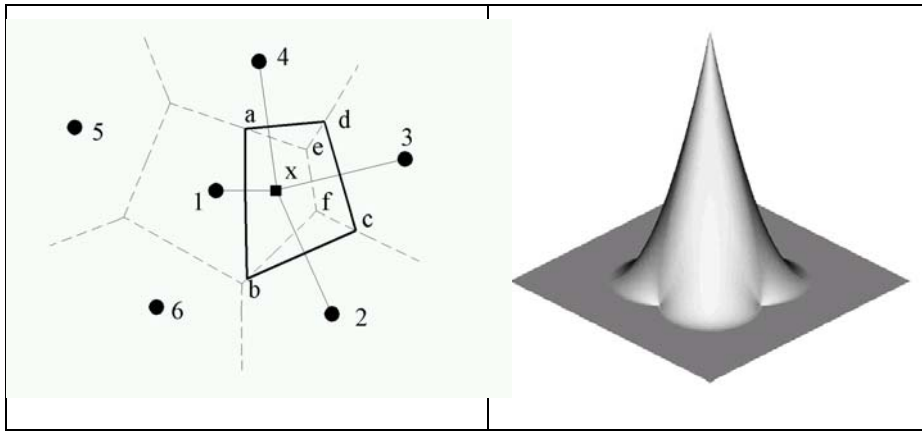


Figure 1. Diagramme de Voronoï et construction des fonctions de forme

Si l'on considère le cas bidimensionnel de la figure 1, la fonction de forme associée au nœud \mathbf{n}_I calculée en \mathbf{x} est donnée par le rapport entre les aires de la cellule de second ordre définie par \mathbf{n}_I et \mathbf{x} , et celle de premier ordre définie par \mathbf{x} :

$$\phi_I(\mathbf{x}) = \frac{\text{Aire}(aefb)}{\text{Aire}(abcd)} \quad [3]$$

Le schéma d'interpolation pour un champ \mathbf{u} à valeurs dans un espace \mathfrak{R}^α quelconque, $\mathbf{u}(\mathbf{x}) : \Omega \rightarrow \mathfrak{R}^\alpha$, est de la forme :

$$\mathbf{u}^h(\mathbf{x}) = \sum_{I=1}^n \phi_I(\mathbf{x}) \mathbf{u}_I \quad [4]$$

où \mathbf{u}_I est la valeur nodale du champ \mathbf{u} en \mathbf{n}_I et $\phi_I(\mathbf{x})$ la fonction de forme associée à ce même nœud. Les propriétés fondamentales des fonctions de forme de la méthode des éléments naturels sont : (i) L'interpolation $\phi_I(\mathbf{x}_J) = \delta_{IJ}$; (ii) la

partition de l'unité $\sum_{I=1}^n \phi_I(\mathbf{x}) = 1$; (iii) la consistance linéaire $\mathbf{x} = \sum_{I=1}^n \phi_I(\mathbf{x}) \mathbf{x}_I$ et

(iv) la linéarité stricte de l'approximation sur les bords des domaines convexes.

La problématique liée aux domaines non-convexes est liée aux influences parasites entre ces bords. Pour éviter ces influences il existe deux alternatives principales : (i) l'introduction d'un critère de visibilité afin de restreindre les nœuds voisins d'un certain point par rapport à ceux qui étant voisins du point de vue du diagramme de Voronoï. Ceux-ci doivent être en plus visibles à partir du point considéré (en supposant les bords opaques) [YV04]; et (ii) l'introduction des formes alpha. Les formes alpha permettent en plus d'extraire le bord du domaine à partir du nuage de nœuds sans avoir besoin d'une description explicite du bord [CU03].

Afin d'adapter la densité des nœuds pour permettre la localisation nous avons proposé différents indicateurs d'erreur basés sur la différence existant entre une contrainte évaluée dans les nœuds et interpolé partout dans le domaine, ainsi qu'une contrainte équivalente définie dans chaque cellule de Voronoï. De plus, le concept du diagramme de Voronoï contraint (dual de la triangulation de Delaunay contrainte) permet de modéliser des milieux hétérogènes ainsi que des interfaces mobiles. Ainsi le diagramme de Voronoï contraint est créé dans chaque sous domaine (on peut alors imposer différentes conditions de transmission, avec continuité ou discontinuité de la fonction interpolée) [YV05]. La fonction interpolée étant strictement linéaire sur les bords de chaque sous domaine, la continuité est obtenue naturellement. Si l'on considère deux degrés de liberté dans chaque nœud placé sur une interface, nous pouvons représenter également une transmission avec discontinuité. Les domaines hétérogènes ont été également traités dans le cadre des alpha-NEM [CU03].

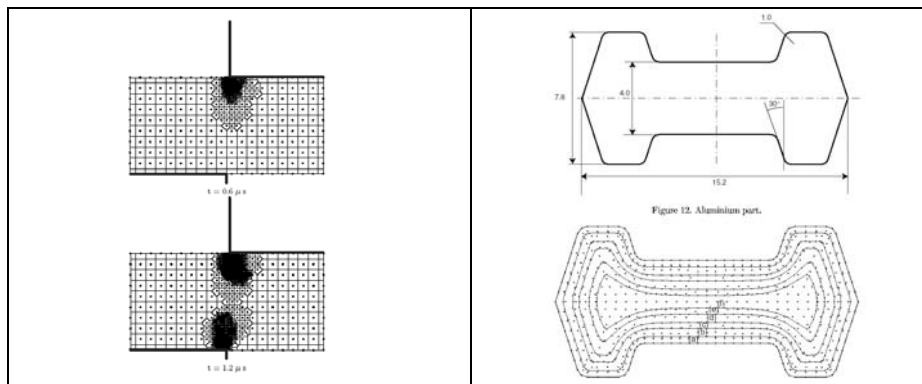


Figure 2. Localisation d'une bande de cisaillement (thermoélastoplasticité en grandes transformations) et évolution de l'interface en fonderie

Toutes les simulations concernant l'écoulement incompressible ont été obtenues à partir d'une formulation mixte vitesse-pression (le premier champ étant interpolé dans le cadre des α -NEM, le deuxième étant discontinu). Ces interpolations ne vérifient pas la condition *inf-sup* (LBB). Cependant, aucun blocage numérique n'a été constaté jusqu'à présent. Pour s'affranchir de la vérification de la condition LBB [GO05] proposent un enrichissement de l'interpolation des vitesses dans le cadre de

la partition de l'unité (P.U.). L'approximation retenue est similaire à celle du mini-élément (élément fini bulle). L'introduction des fonctions bulle (comme fonctions d'enrichissement de l'interpolation des vitesses) construites à partir du produit des fonctions de forme C-NEM des trois sommets de chaque triangle de Delaunay et leur incidence sur la vérification de la condition LBB est en cours d'étude. Une autre alternative passe par la définition des interpolations éléments naturels de type Hermite, donc les premiers résultats semblent satisfaisants. De plus, la supériorité de la méthode C-NEM (par rapport aux autres techniques sans maillage) pour décrire avec précision les bords et interfaces, ouvre une perspective jusqu'à présent inédite, pour son utilisation dans le cadre d'une modélisation multi-domaine (FETI, ...)

3. Exemples numériques

Dans cette section nous allons réunir quelques exemples d'application des techniques décrites dans la section précédente dans la simulation de procédés. La simulation de l'extrusion et de l'usinage (Figs. 3 et 4) ont été faites avec la méthode alpha-NEM avec le même nuage de nœuds pendant toute la simulation. La simulation du cisailage adiabatique (Fig. 5) a été faite avec la méthode C-NEM, couplée avec un indicateur d'erreur et un algorithme de raffinement adaptatif. Dans tous les cas la qualité de la solution est assez insensible vis-à-vis de la qualité des triangles (tétraèdres) de Delaunay, ce qui justifie le caractère « sans maillage » de la méthode des éléments naturels. Voir [MA04] pour des autres applications.

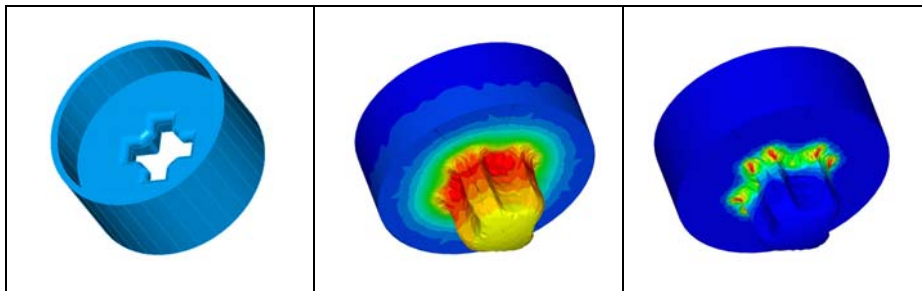


Figure 3. *Extrusion 3D en thermoviscoplasticité (alpha-NEM)*

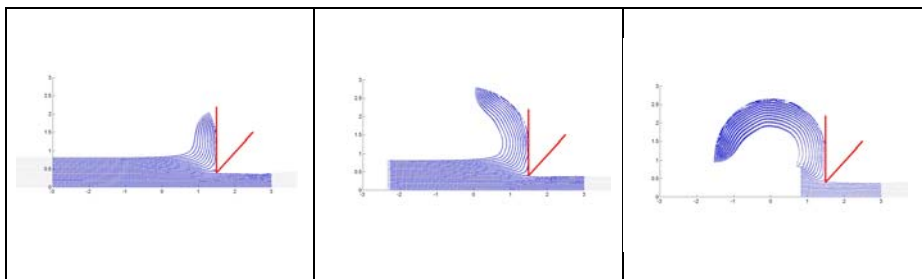


Figure 4. Simulation viscoplastique de la coupe (*alpha-NEM*)

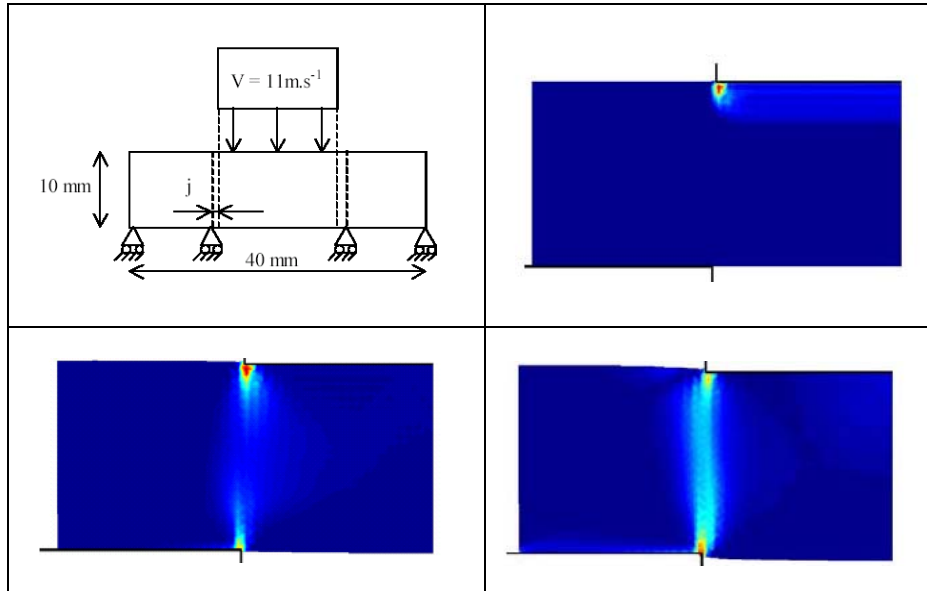


Figure 5. Formation d'une bande de cisaillement en thermoélastoplasticité (*C-NEM*)

4. Bibliographie

- [CU03] E. Cueto, N. Sukumar, B. Calvo, M. A. Martinez, J. Cegoñino, M. Doblaré, Overview and Recent Developments in Natural Neighbour Galerkin Methods, *Archives of Computational Methods in Engineering*, 10/4, 307-384, (2003).
- [GO05] D. Gonzalez, E. Cueto, M. Doblare. Volumetric Locking in Natural Neighbour Galerkin Methods. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 61/4, 611-632, (2004).
- [MA04] M.A. Martinez, E. Cueto, I. Alfaro, M. Doblaré, F. Chinesta. Updated Lagrangian Free Surface Flow Simulations with the Natural Neighbour Galerkin Methods. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 60(13):2105–2129, (2004).
- [YV04] J. Yvonnet, D. Ryckelynck, Ph. Lorong, F. Chinesta. A New Extension of the Natural Element Method for Non Convex and Discontinuous Problems: the Constrained Natural Element Method., *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 60/8, 1451-1474, (2004).

[YV05] J. Yvonnet, D. Ryckelynck, Ph. Lorong, F. Chinesta. The Meshless Constrained Natural Element Method (C-NEM) for Treating Thermal Models Involving Moving Interfaces. *International Journal of Thermal Sciences*, In press.