



HAL
open science

Synthèse modale robuste en dynamique stochastique non-linéaire

Mohamed Guedri, Riadh Majed, Nouredine Bouhaddi

► **To cite this version:**

Mohamed Guedri, Riadh Majed, Nouredine Bouhaddi. Synthèse modale robuste en dynamique stochastique non-linéaire. 17e Congrès Français de Mécanique, 2005, Troyes, France. hal-00020004

HAL Id: hal-00020004

<https://hal.science/hal-00020004v1>

Submitted on 28 Apr 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Synthèse modale robuste en dynamique stochastique non-linéaire

Mohamed GUEDRI ^{a, **}, Riadh MAJED ^a, Noureddine BOUHADDI ^b

^a Institut Préparatoire aux Études d'Ingénieurs de Nabeul, 8000 M'ezgua, Nabeul - Tunisie

^b Institut FEMTO ST UMR 6174 - Laboratoire de Mécanique Appliquée R. Chaléat,
Université de Franche-Comté, 24 Chemin de l'Épitaphe 25000 Besançon - France

Résumé :

Dans cet article, on propose une méthode de synthèse modale robuste des structures stochastiques en élastodynamique non-linéaire. La stratégie proposée consiste à coupler la méthode des éléments finis stochastiques (SFEM) et une méthode de condensation dynamique de type Karhunen-Loève enrichie vis-à-vis des modifications paramétriques stochastiques en vue de construire un modèle aléatoire réduit robuste.

L'utilisation d'une méthode des perturbations basée sur une approche modale permet d'obtenir une synthèse rapide de la réponse aléatoire. Le couplage de cette approche avec la méthode de condensation robuste permet de traiter des structures complexes dont le modèle éléments finis est de grande taille. L'intérêt de la méthode proposée et ses performances, sont illustrés par un exemple de simulation numérique.

Abstract :

In this article, one can propose a robust modal synthesis of stochastic structures in non-linear elastodynamic. The proposed strategy consist in coupling the stochastic finite elements method (SFEM) and a dynamic condensation method of enriched Karhunen-Loeve type vis-a-vis of the stochastic parametric modifications in view to construct a robust reduced uncertain model. The exploitation of a perturbation methods based on a modal approach permits to obtain rapid modal synthesis of the random response. The coupling of this approach with the robust condensation method allows the treatment of the complex structures of which the finite elements model is of large size. The interest of the proposed method and its performances will be illustrated by a numerical simulation example.

Mots clefs :

Éléments finis stochastiques ; Transformation de Karhunen-Loève ; Méthode des perturbations modale.

1 Introduction

Les calculs prévisionnels des systèmes mécaniques ou des structures en phase d'avant projet ou de projet présentent souvent des écarts entre les résultats des modèles mathématiques et les essais. Ces écarts proviennent principalement des phénomènes complexes mal modélisés (loi de comportement des matériaux, frottement, glissement et jeux aux jonctions,...) ; des incertitudes sur les caractéristiques géométriques et mécaniques (paramètres géométriques, caractéristiques du matériau, conditions aux limites, ...) et des non-linéarités non prises en compte aux interfaces entre les sous-structures. Par conséquent, l'extension des méthodes de synthèse modale aux structures non-linéaires est donc très utile dans l'amélioration de l'étude du comportement dynamique des structures non-linéaires.

En plus la prise en compte de l'influence des incertitudes des paramètres de modification permet d'améliorer d'avantage les calculs prévisionnels du comportement dynamique de ces structures.

** Auteur pour la correspondance : Tél. : +216 72 220 053 ; Fax : +216 72 220 181

E-mail : mohamed.guedri@isetn.rnu.tn, riadh.majed@ipein.rnu.tn, noureddine.bouhaddi@univ-fcomte.fr

Dans cette étude on exploite la SFEM et les méthodes stochastiques en vue de faire une analyse de variabilité de la réponse dynamique des systèmes à partir des propriétés aléatoires des paramètres de la structure.

Par ailleurs, les méthodes d'analyse stochastiques des structures sont généralement classées en trois catégories : les méthodes de simulation type Monte Carlo qui sont souvent considérées comme des méthodes de référence, les méthodes de perturbation [1] et les méthodes spectrales et le chaos polynomial en particulier [2].

Dans cette étude, on exploite une approche très récente dite approche perturbative modale [3] basée sur des méthodes exactes [4,5], qui permet un calcul efficace des modes propres aléatoires et une synthèse rapide de la réponse aléatoire. On obtient des valeurs moyennes, des statistiques extrêmes et des écarts types qui donnent une bonne estimation de l'enveloppe de variabilité des solutions.

En conclusion, dans le but d'obtenir une réduction considérable des coûts de calcul et une bonne prédictivité des modèles non-linéaires, on propose une stratégie permettant de coupler la SFEM et une méthode de condensation dynamique robuste vis-à-vis des modifications paramétriques stochastiques [6-8] en vue de construire un modèle aléatoire réduit robuste. Cette méthode de condensation est basée sur l'approche de Karhunen-Loève et permet d'attribuer à des zones ou à des sous structures des d'incertitudes spécifiques de niveau faible, moyen ou grand. De plus, l'extension de cette méthode de condensation robuste au cas des structures complexes dont le modèle éléments finis est de grande taille et présentant des non-linéarités localisées permet d'obtenir une synthèse modale robuste et rapide pour ce type de structure.

2 Modèle non-linéaire stochastique

La décomposition de Karhunen-Loève d'un champ aléatoire $\mathbf{H}(\bullet)$ sur la base des fonctions propres $\mathbf{f}_r(\mathbf{x})$ est donnée par forme tronquée :

$$\hat{\mathbf{H}}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{\mu}(\mathbf{x}) + \sum_{r=1}^q \sqrt{\lambda_r} \mathbf{f}_r(\mathbf{x}) \xi_r(\boldsymbol{\theta}) \quad (1)$$

où $\{\xi_r(\boldsymbol{\theta}), r=1, \dots, q\}$ sont des variables aléatoires gaussiennes centrées réduites indépendantes et $(\lambda_r, \mathbf{f}_r)$ représentent respectivement les valeurs et les fonctions propres d'une fonction de covariance connue.

La matrice stochastique de masse est l'assemblage des matrices élémentaires :

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbb{U}[\int_{\Omega_e} \mathbf{H}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) \mathbf{N}^T \mathbf{N} d\Omega_e] \approx \mathbf{M}_0 + \sum_{r=1}^q \mathbf{M}_r \xi_r(\boldsymbol{\theta}) \quad (2)$$

De la même manière, la matrice stochastique de rigidité s'écrit :

$$\mathbf{K}(\boldsymbol{\theta}) \approx \mathbf{K}_0 + \sum_{r=1}^q \mathbf{K}_r \xi_r(\boldsymbol{\theta}) \quad (3)$$

\mathbf{D} est la matrice des coefficients élastiques.

Pour un niveau d'incertitude, l'équation d'équilibre stochastique de la structure non-linéaire amortie soumise à une excitation harmonique déterministe, s'écrit sous la forme :

$$[\mathbf{Z}_0(\boldsymbol{\omega}) + \Delta\mathbf{Z}(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\theta})] \mathbf{U}(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\theta}) + \mathbf{f}_{nl}(\dot{\mathbf{U}}, \mathbf{U}) = \mathbf{f}_e(\boldsymbol{\omega}) \quad (4)$$

avec : $\mathbf{Z}_0(\boldsymbol{\omega}) = (-\boldsymbol{\omega}^2 \mathbf{M}_0 + (1 + i\eta) \mathbf{K}_0)$, la matrice moyenne de raideur dynamique ;

$\Delta\mathbf{Z}(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\theta}) = \sum_{r=1}^q (-\boldsymbol{\omega}^2 \mathbf{M}_r + (1 + i\eta) \mathbf{K}_r) \xi_r$, la matrice stochastique de raideur dynamique ; $\mathbf{U}(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\theta})$, le vecteur réponse stochastique du modèle ; $\mathbf{f}_{nl}(\dot{\mathbf{U}}, \mathbf{U})$, le vecteur des forces non-linéaires et $\mathbf{f}_e(\boldsymbol{\omega})$, le vecteur des forces appliquées.

L'équation (4) peut être réécrite sous la forme :

$$\mathbf{Z}_0(\boldsymbol{\omega}) \mathbf{U}(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\theta}) + \mathbf{f}_{nl}(\dot{\mathbf{U}}, \mathbf{U}) = \mathbf{f}_\Delta(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\theta}) + \mathbf{f}_e(\boldsymbol{\omega}) \quad (5)$$

$\mathbf{f}_\Delta(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\theta}) = -\Delta\mathbf{Z}(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\theta}) \mathbf{U}(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\theta})$ est le vecteur des forces aléatoires associées aux modifications inconnues de la structure initiale. La relation (5) est alors interprétée comme l'équation d'équilibre dynamique du modèle initial non-linéaire soumis aux sollicitations $\mathbf{f}_\Delta(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\theta})$.

Dans la pratique, la résolution du problème non-linéaire (5), utilisant la simulation de Monte Carlo (MC), est très coûteuse. On propose alors de développer une méthode de condensation dynamique adaptée aux modèles stochastiques [7] et utilisant une procédure itérative de Newton-Raphson pour la résolution.

3 Méthode de synthèse modale robuste vis-à-vis des modifications structurales et des incertitudes

Le modèle stochastique condensé par une base de réduction du modèle nominal T_θ s'écrit, dans le domaine fréquentiel, sous la forme :

$$Z_\theta^c(\omega)U^c(\omega, \theta) + f_{nl}^c(\dot{U}^c, U^c) = f_\Delta^c(\omega, \theta) + f_e^c(\omega) \quad (6)$$

On propose de construire la base de réduction T_θ à l'aide de l'approche de Karhunen-Loève (KL) dans le contexte de la sous structuration dynamique.

Les modes optimaux sont extraits des réponses fréquentielles échantillonnées de chaque sous-structure soumise aux forces de jonctions aux interfaces. Ces modes $(\phi_1, \dots, \phi_k, \dots, \phi_M)$ sont déterminés par la méthode des « Snapshots » dans le domaine fréquentiel, où l'on suppose que $\phi_k(x)$ ($k=1, \dots, M$) est une combinaison linéaire des échantillons :

$$\phi_k = \sum_{i=1}^M \alpha_{i,k} U_i \quad (7)$$

où : $\alpha_{i,k}$ sont les vecteurs propres du problème : $C A_k = \lambda_k A_k$ avec $k=1, \dots, M$; C est la matrice de covariance de terme générale : $C_{ij} = \frac{1}{M} U_i^T U_j$ ($i, j=1, \dots, M$) et $A_k = [\alpha_{1,k} \dots \alpha_{M,k}]^T$.

Les réponses U_i ($i=1, \dots, M$) intervenant dans (7) sont obtenues à partir de l'équation du mouvement d'une sous structure soumise aux seules forces de jonctions F_j :

$$(K_\theta - \omega^2 M_\theta)U(\omega) = F_j(\omega) \quad (8)$$

Ces forces étant a priori inconnue, la méthode proposée dans [9] utilise la technique «Single Composite Input» pour exciter la sous-structure au niveau des j DDLs de jonctions. Ainsi, à chaque fréquence ω_k , on introduit une force d'excitation $F_j(\omega) = [F_j(\omega_k) \ \theta]^T$ sous la forme :

$$F_j(\omega_k) = \left[\begin{array}{c|c|c} \frac{1}{i\omega_k - i\Omega_1} & \frac{1}{i\omega_k - i\Omega_2} & \dots & \frac{1}{i\omega_k - i\Omega_j} \end{array} \right]^T \text{ avec } i^2 = -1 \quad (9)$$

Les fréquences Ω_k ($k=1, 2, \dots, j$) sont choisies arbitrairement dans la plage d'échantillonnage $[0, \Omega]$.

Les modes ϕ_k servent comme base de condensation et la transformation de KL prend la forme suivante :

$$T_{KL} = [\phi_1 \ \dots \ \phi_k] \quad k \leq M \quad (10)$$

L'enrichissement de la base T_{KL} par les résidus statiques aléatoires utilise les M réponses $U_{\theta_1}, \dots, U_{\theta_M}$. Pour chaque pulsation ω_k ($k=1, \dots, M$), le vecteur force de modification paramétrique incertain s'écrit :

$$f_{\Delta_k} = -(\Delta K - \omega_k^2 \Delta M)U_\theta(\omega_k) \quad (11)$$

La suite de vecteurs f_{Δ_k} permet de générer la base de force F_Δ et la matrice des résidus statiques $R_\Delta = K^{-1}F_\Delta$ associée aux forces de modifications stochastiques permet de construire la base optimale de KL enrichie :

$$T = [T_{KL} \ | \ R_\Delta] \quad (12)$$

On dispose finalement d'un modèle stochastique condensé pour calculer la réponse de la structure stochastique en utilisant la méthode de perturbation modale pour réduire les temps de calcul.

4 Calcul des réponses aléatoires par la méthode de perturbations modale

Pour résoudre le problème de mauvaise prédictibilité des réponses stochastiques aux voisinages des résonances, on utilise la méthode de perturbation modale.

La non-linéarité introduite est de type raideur quadratique et cubique $f_{nl}(\dot{U}, U) = \beta U^2 + \gamma U^3$, qui peut être réécrite sous la forme : $f_{nl}(\dot{U}, U) = (\beta U + \gamma U^2)U = K_{nl}U$.

Le problème généralisé $\mathbf{K}_0 \mathbf{Y}_j = \omega_j^2 \mathbf{M}_0 \mathbf{Y}_j$ est résolu en premier lieu en vue d'identifier les fréquences propres ω_j de la structure moyenne et leurs vecteurs propres associés \mathbf{Y}_j ($j=1, \dots, N$).

Pour évaluer la réponse aléatoire $\mathbf{U}(\omega, \theta)$ du modèle non-linéaire, on utilise une suite tronquée de modes propres aléatoires ($N' \ll N$) :

$$\mathbf{U}(\omega, \theta) = \sum_{j=1}^{N'} \alpha_j(\omega, \theta) \mathbf{Y}_j(\theta) \quad (13)$$

Les coordonnées normales $\alpha_j(\omega, \theta)$ sont exprimées par :

$$\alpha_j(\omega, \theta) = \frac{(\mathbf{Y}_j(\theta))^T \cdot \mathbf{f}_e(\omega)}{-\omega^2 + (1 + i\eta)(\omega_j(\theta))^2 + (\mathbf{Y}_j(\theta))^T \mathbf{K}_{nl}(\theta) \mathbf{Y}_j(\theta)} \quad (14)$$

La décomposition des modes propres aléatoires à l'ordre 1, s'écrit :

$$\omega_j(\theta) = \omega_j + \sum_{r=1}^q (\partial \omega_j / \partial \xi_r) \xi_r(\theta) \quad ; \quad \mathbf{Y}_j(\theta) = \mathbf{Y}_j + \sum_{r=1}^q (\partial \mathbf{Y}_j / \partial \xi_r) \xi_r(\theta) \quad (15)$$

Pour calculer les sensibilités du problème propre au premier ordre (sensibilités des fréquences propres et des modes propres), on utilise les travaux proposés par Adelman et al [4] qui exploitent les approches classiques de Fox et Kapoor et de Nelson [5]. La sensibilité des valeurs propres est donnée par :

$$\partial \lambda_j / \partial \xi_r = \mathbf{Y}_j^T \cdot \left((\partial \mathbf{K} / \partial \xi_r) - \lambda_j (\partial \mathbf{M} / \partial \xi_r) \right) \cdot \mathbf{Y}_j \quad \text{et} \quad \partial \omega_j / \partial \xi_r = (1/2\omega_j) \cdot (\partial \lambda_j / \partial \xi_r) \quad (16)$$

La sensibilité vecteurs propres est donnée par : $\partial \mathbf{Y}_j / \partial \xi_r = \mathbf{V} + \mathbf{c} \mathbf{Y}_j$ (17)

où \mathbf{V} est la solution du système modifié obtenue en appliquant une méthode de pénalisation à la $k^{\text{ème}}$ ligne et colonne de $(\mathbf{K}_0 - \lambda_j \mathbf{M}_0)$ telle que $\mathbf{V}_k = \mathbf{0}$:

$$(\mathbf{K}_0 - \lambda_j \mathbf{M}_0)_{\text{mod}} \cdot \mathbf{V} = - \left((\partial \mathbf{K} / \partial \xi_r) - (\partial \lambda_j / \partial \xi_r) \mathbf{M}_0 - \lambda_j (\partial \mathbf{M} / \partial \xi_r) \right) \cdot \mathbf{Y}_j \quad (18)$$

L'expression de \mathbf{c} est donnée par la relation : $\mathbf{c} = - \left(\frac{1}{2} \mathbf{Y}_j^T (\partial \mathbf{M} / \partial \xi_r) \mathbf{Y}_j + \mathbf{Y}_j^T \mathbf{M}_0 \mathbf{V} \right)$ (19)

5 Simulation Numérique

La structure est constituée d'un assemblage de deux sous structures de plaque encastree - encastree (figure 1). Le MEF comporte 3132 DDLs répartis en 792 DDLs interne de SS₁, 1944 DDLs interne de SS₂ et 198 DDLs de jonctions pour chaque sous-structure. Les caractéristiques géométriques et mécaniques sont : $h=1 \times 10^{-3} \text{m}$; $E_0 = 2,1 \times 10^{11} \text{N/m}^2$; $\rho_0 = 7800 \text{kg/m}^3$. Le long de l'interface des deux sous-structures, on considère une ligne de 33 non-linéarités de raideurs localisées aux ddl de jonction, de valeurs : $k=10^3 \text{N/m}$; $\beta=0$; $\gamma=10^{12}$.

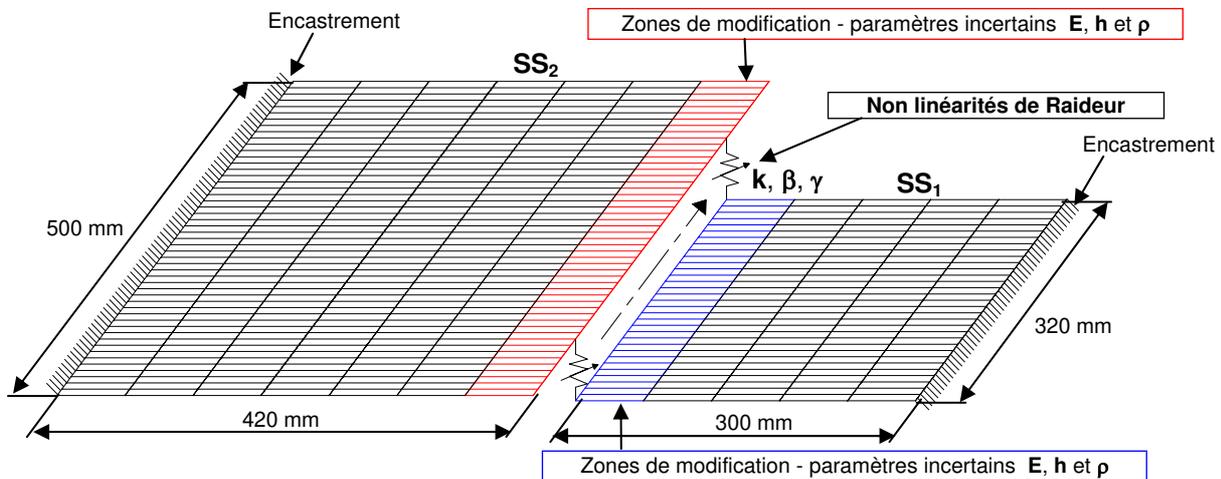


FIG. 1 – MEF de la plaque

L'analyse dynamique est réalisée dans la bande fréquentielle [0 – 100 Hz] comportant les 13 premiers modes. Par la méthode de Karhunen-Loève (KL), on considère 300 échantillons avec 200 modes pour SS₁ et 220 modes pour SS₂ dans la bande fréquentielle utile. Le modèle initial est alors ramené à un modèle condensé de 420 DDLs.

On examine le comportement de la structure soumise à des fortes modifications paramétriques incertaines.

On considère le cas (figure 1) où la structure est soumise à trois types de modifications paramétriques incertaines (module d'Young, épaisseur et masse volumique) (tableau 1).

	Sous-structure 1			Sous-structure 2		
	module d'Young	épaisseur	masse volumique	module d'Young	épaisseur	masse volumique
Modifications par zones	X 100	X 5	X 20	X 100	X 5	X 20
incertitudes	5 %	5 %	5 %	5 %	5 %	5 %

TAB. 1 – Modifications paramétriques incertaines

L'enrichissement de la base de transformation (KLE) se fait par 60 résidus statiques (20 résidus pour SS₁ et 40 résidus pour SS₂).

Les vecteurs propres aléatoires calculés à partir des modèles réduits perturbés sont reconstitués à l'aide des bases de réduction respectives puis comparés aux vecteurs propres aléatoires obtenus à partir du modèle de référence. On illustre la distance en forme entre ces vecteurs pour la méthode KL et KLE. Le tableau (2) et la figure (2) présentent respectivement les erreurs relatives sur les fréquences propres et la distance en forme entre les vecteurs propres aléatoires exacts et les vecteurs propres du modèle initial déterministe (figure 2 a) ainsi que les vecteurs propres aléatoires reconstitués obtenus par les méthodes KL (figure 2 b, figure 2 c) et KLE (figure 2 d).

La figure (3) montre qu'on obtient une bonne correspondance des courbes de la moyenne de la réponse aléatoire non-linéaire calculée par la méthode de perturbation modale pour 400 tirages (échantillonnage par Hyper Cube Latin), du modèle modifié de référence et du modèle modifié condensé.

	Fréquence propre (Hz)		KL		KL		KLE	
	déterministe (sans modification)	aléatoire (1 ^{er} moment) (avec modification)	ε_f %	ε_U %	ε_f %	ε_U %	ε_f %	ε_U %
	3132 DDLs		420 DDLs		480 DDLs		480 DDLs	
1	6.65	1.81	1.57	0.86	0.44	0.28	0.03	0.04
2	12.96	5.15	15.47	9.44	7.74	5.04	0.02	0.08
3	24.79	16.84	9.40	13.47	6.08	8.67	0.04	0.19
4	33.32	25.76	22.30	22.69	12.34	15.53	0.04	0.27
5	35.11	48.13	27.33	35.08	14.29	15.46	0.08	0.14
6	47.42	52.44	17.80	83.95	14.45	41.69	0.09	0.70
7	57.04	60.47	14.75	93.59	6.47	40.81	0.11	0.86
8	61.66	72.71	8.57	89.33	3.06	36.58	0.17	0.59
9	70.49	96.62	8.47	22.43	5.11	13.60	0.21	1.42
10	79.36	99.74	7.96	71.97	4.93	39.55	0.41	2.26
11	88.46	105.61	43.27	47.44	24.84	103.92	0.29	1.85
12	93.28	116.40	35.19	106.70	14.67	106.35	0.92	7.41
13	102.41	124.75	27.77	189.72	16.10	117.41	0.73	10.51

TAB. 2 – Précision des fréquences propres et des vecteurs propres. Modèle avec incertitudes

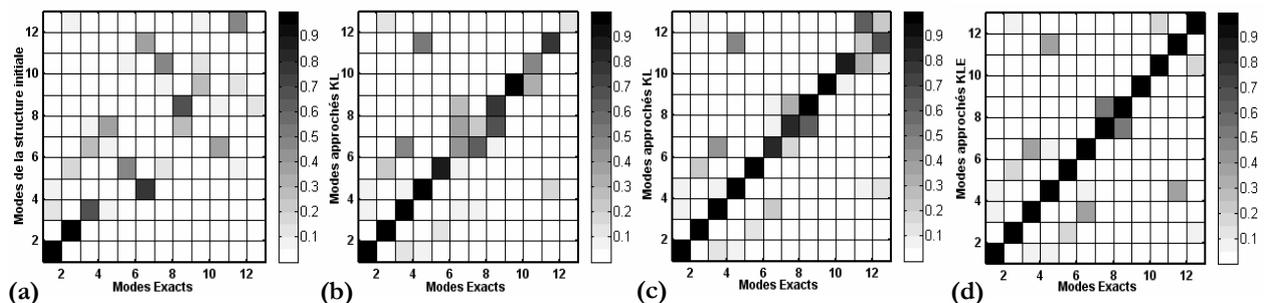


FIG. 2 – Distance en forme entre la structure perturbée exacte et la structure initiale (a), la structure perturbée condensée par la méthode de KL classique avec 420 DDLs (b), avec 480 DDLs (c) et par la méthode de KLE enrichie (d).

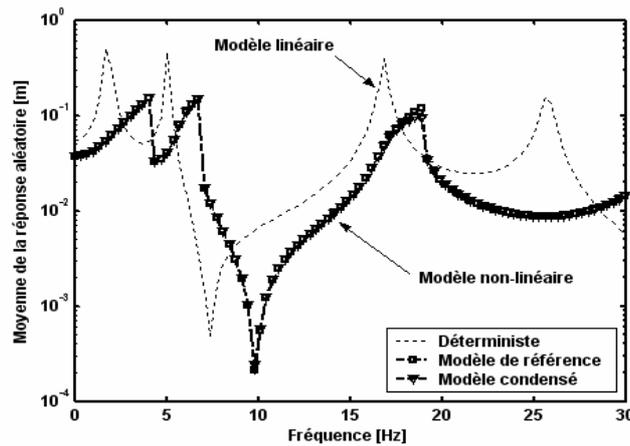


FIG. 3 – Moyenne de la réponse aléatoire non-linéaire. Modèle de référence et condensé (avec modification)

6 Conclusion

Dans cet article on propose une nouvelle méthode de synthèse modale des structures linéaires et non-linéaires. Cette méthode consiste à coupler la méthode des éléments finis stochastiques et une méthode de condensation de modèles robuste vis-à-vis des modifications structurales et des incertitudes. Cette méthode de condensation est fondée sur l'approche de Karhunen-Loève.

L'analyse des résultats de simulation montre que cette méthode constitue une alternative intéressante aux méthodes de réduction classiques qui sont inadéquates à la condensation de modèles éléments finis stochastiques et aux structures non-linéaires. Par ailleurs, la comparaison des coûts de calcul a permis de mettre en évidence les performances de la double condensation par la méthode de Karhunen-Loève enrichie suivie de la méthode de perturbation modale.

Cette méthode permet la réduction des temps de calcul tout en gardant un bon niveau de prédictivité pour répondre aux besoins de réanalyse rencontrés dans les procédures itératives d'optimisation ou d'analyse dynamique des problèmes non-linéaires de structures complexes.

Références

- [1] M. Kleiber, T.D. Hien, "The stochastic finite element method, basic perturbation technique and computer implementation", *John Wiley & Sons*, 1992.
- [2] R.G. Ghanem, P.D. Spanos, "Stochastic finite elements - A spectral approach", *Spring Verlag*, 1991.
- [3] B. Van den Nieuwenhof, J.-P. Coyette, "Modal approaches for the stochastic finite element analysis of structures with material and geometric uncertainties", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 192: 3705-3729, 2003.
- [4] H.M. Adelman, R.T. Haftka, "Sensitivity analysis of discrete structural systems", *AIAA Journal*, 24(5): 823-832, 1986.
- [5] R.B. Nelson, "Simplified calculation of eigenvector derivatives", *AIAA Journal*, 14(9): 1201-1205, 1976.
- [6] G. Masson, S. Cogan, N. Bouhaddi, J. Bonini, "Parameterized reduced models for efficient optimization of structural dynamic behaviour", *43rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, paper n°1392, Denver, 22-25 avril, 2002.
- [7] M. Guedri, R. Majed, N. Bouhaddi, "Coupling Stochastic Finite Elements – Robust Condensation Methods in Optimization of Structures", *Proceedings of the XXIIth International Modal Analysis Conference (IMAC)*, paper 301, Dearborn, Michigan, January, 2004.
- [8] M. Guedri, E. Pillet, N. Bouhaddi, R. Majed, "Méthode de Synthèse Modale Robuste de Modèles Stochastiques", *XIV^e Colloque Vibrations Chocs et Bruit de GAMI*, 16-18 juin 2004, École Centrale de Lyon, France
- [9] T. Kim, "Component Mode Synthesis Method Based On Optimal Modal Analysis", *Proceedings of the 43rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamic and Materials Conference*, Denver, AIAA Paper 2002-1226, 2002.