



HAL
open science

Modéliser le comportement thermomécanique des alliages à mémoire de forme pour leur utilisation comme éléments actifs ou passifs de structures

Christian LExcellent, Lamine Boubakar, Sylvain Calloch, Pascal Blanc,
Christophe Bouvet, Benoît Vieille, Karine Taillard

► To cite this version:

Christian LExcellent, Lamine Boubakar, Sylvain Calloch, Pascal Blanc, Christophe Bouvet, et al.. Modéliser le comportement thermomécanique des alliages à mémoire de forme pour leur utilisation comme éléments actifs ou passifs de structures. 17e Congrès Français de Mécanique, 2005, Troyes, France. pp.1-6. hal-00019848

HAL Id: hal-00019848

<https://hal.science/hal-00019848>

Submitted on 3 Oct 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Modéliser le comportement thermomécanique des alliages à mémoire de forme pour leur utilisation comme éléments actifs ou passifs de structures

**C. LExcellent⁽¹⁾, L. Boubakar⁽¹⁾, S. Calloch⁽²⁾, P. Blanc⁽¹⁾, C. Bouvet⁽³⁾,
B. Vieille⁽¹⁾ et K. Taillard⁽⁴⁾**

*⁽¹⁾ Laboratoire de Mécanique Appliquée R. Chaléat, FEMTO-ST
Université de Franche-Comté, 25000 BESANCON*

*⁽²⁾ Laboratoire de Mécanique des Structures Navales
ENSIETA, BREST*

*⁽³⁾ Laboratoire de Génie Mécanique et de Technologie, Université Paul Sabatier,
TOULOUSE*

⁽⁴⁾ Laboratoire de Mécanique et Technologie, ENS Cachan, CACHAN

Résumé :

Une utilisation rationnelle d'éléments en Alliage à Mémoire de Forme comme actionneurs ou amortisseurs nécessite un parcours coordonné.

A savoir :

- (i) La connaissance de l'évolution de la microstructure sous contrainte que requiert une bonne intégration micro-macro.
- (ii) Des essais mécaniques multiaxiaux proportionnels ou non proportionnels.
- (iii) Une modélisation phénoménologique macroscopique du Volume Élémentaire Représentatif (VER).
- (iv) Une implantation du modèle dans un code de calcul.
- (v) Une validation des résultats par des « essais structures ».

Abstract :

The rational use of Shape Memory Alloys as actuators or dampers requires a rigorous approach namely :

- (i) The knowledge of the microstructure evolution, submitted to a stress state, demands for a good micro-macro integration,
- (ii) Multi-axial mechanical tests under proportional and non-proportional loadings,
- (iii) A macroscopic phenomenological modelling of the Representative Elementary Volume (REV),
- (iv) A numerical implementation of the model into a finite element code,
- (v) A validation of the results through the correlation on structural tests.

Mots clefs :

Alliage à mémoire de forme, transformation martensitique, modélisation, approche phénoménologique, approche "micro-macro", intégration numérique, calcul de structures, dimensionnement.

Introduction

L'objectif de l'étude des alliages à mémoire de forme consiste en leur utilisation comme éléments actifs ou passifs (amortissants) de structures. Ce souhait nécessite :

- (i) La connaissance de la microstructure et en particulier son évolution sous chargement mécanique continu.
- (ii) La modélisation du comportement thermomécanique du volume élémentaire représentatif (VER).
- (iii) L'intégration des lois de comportement (définies en (ii) dans des codes de calcul).

Les outils disponibles peuvent s'avérer aussi bien pratiques que théoriques :

- (i) L'observation fine de la microstructure.
- (ii) La mesure par résistance électrique de la fraction volumique de martensite produite (martensite) dans la phase mère (austenite).
- (iii) Les chargements mécaniques multiaxiaux proportionnels ou non proportionnels.
- (4i) L'utilisation de la théorie cristallographique de la transformation martensitique (appelée "Cristallographical Theory of Martensite" : CTM) qui permet de prévoir la microstructure formée.
- (5i) La modélisation micro-macro autocohérente développée par l'équipe du LPMM Metz [1].
- (6i) Les modèles macroscopiques phénoménologiques à variables internes.
- (7i) La modélisation numérique par implantation des modèles dans des codes finis validée par des essais expérimentaux dédiés aux structures.

Actuellement, dans l'état actuel de nos connaissances sur les AMF, il reste quelques verrous "à faire sauter", à savoir, la nature de la microstructure sous contrainte et la modélisation fiable des chargements non proportionnels. De surcroît, les effets de texture initiale (laminage, filage) très utiles pour une utilisation effective des AMF doivent être intégrés dans les modèles.

1 Données expérimentales sur les comportement des AMF

Sous sollicitation mécanique extérieure et suivant les conditions de température imposée, les AMF sont le siège (i) soit d'une transformation martensite "renversible" induite par la contrainte (pseudoélasticité), (ii) soit d'une réorientation des plaquettes de martensite (pseudoplasticité).

Les chargements non proportionnels induisent le couplage entre d'une part la création (annihilation) de plaquettes de martensite et d'autre part leur réorientation (ce qui rend leur modélisation plus délicate).

1.1 Comportement pseudoélastique isotherme sous chargement proportionnel d'un AMF non texturé

Des essais de traction (compression)-pression interne et de bi-compression sur un Cu Al Be polycristallin permettent d'obtenir la surface de début de transformation de phase ($A \rightarrow M_\sigma$) fig. 1 M_σ étant la martensite induite par la contrainte seule [2]. La courbe associée à la transformation inverse ($M_\sigma \rightarrow A$) est expérimentalement plus difficilement détectable. Cette idée de déterminer les surfaces d'initiation vient évidemment de la plasticité classique. Cette

détection constitue un sérieux ingrédient à la construction des modèles. De surcroît, le vecteur vitesse de déformation de transformation de phase est normal à cette surface.

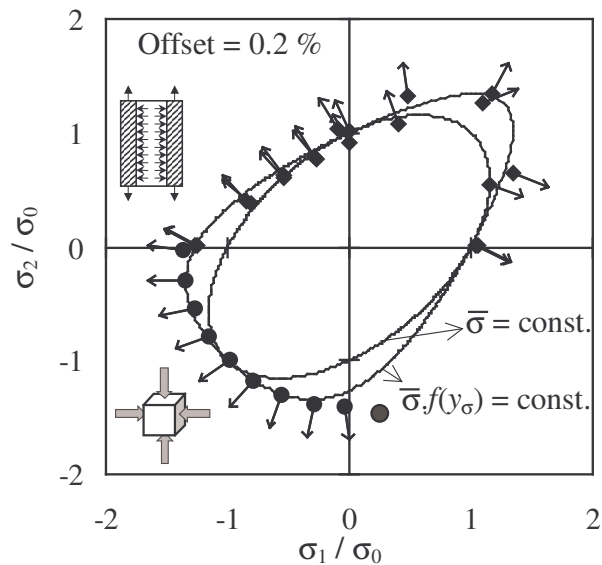


FIG. 1 - Surface de début de transformation de phase ($A \rightarrow M_\sigma$) pour le CuAlBe [2].

La figure 1 montre que :

- (i) La désormais reconnue dissymétrie entre la traction et la compression, ce qui signifie qu'une contrainte effective de type Huber-Von Mises ne suffira pas à modéliser le comportement multiaxial de cet alliage. D'ailleurs des essais de traction (compression)-torsion effectués sur deux alliages Ni-Ti par d'une part Raniecki et al [3] fig. 2 et Taillard et al [4] fig. 3 d'autre part, permettent de confirmer cette observation expérimentale sur un autre alliage.
- (ii) La symétrie par rapport à l'axe équi-biaxial $\sigma_1 = \sigma_2$.
- (iii) Le module du seuil équi-biaxial est supérieur en bitraction à celui en bicompression.
- (4i) La réponse est indépendante du signe de la contrainte de cisaillement (ou de torsion) (cf. fig. 3).

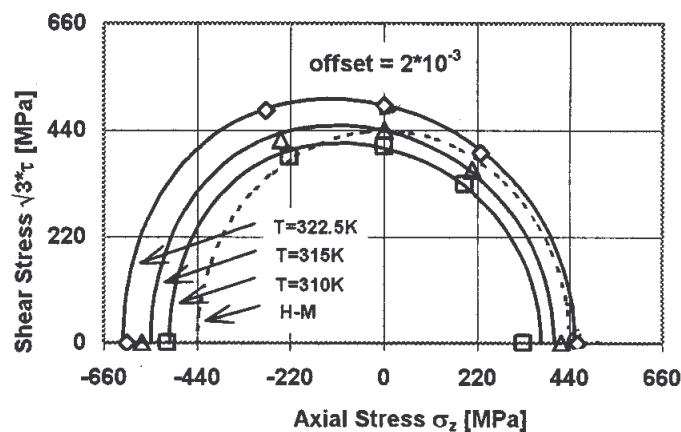


FIG. 2 - Surface de début de transformation de phase ($A \rightarrow M_\sigma$) pour le NiTi [3].

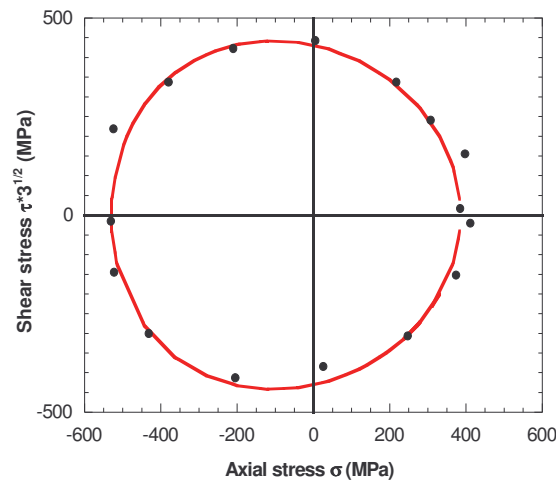


FIG. 3 - Surface de début de transformation de phase ($A \rightarrow M_{\sigma}$) pour le Ni-Ti [4].

1.2 Comportement pseudoélastique isotherme sous chargement proportionnel d'un matériau texturé (laminage-filage)[4,5,6]

Dans le plan perpendiculaire à l'axe de filage ou de laminage, le matériau est isotrope transverse et l'anisotropie se manifeste pour les chargements proportionnels quand les axes principaux tournent avec le ratio entre la déformation de torsion et la déformation de traction (ou compression) imposé (fig. 4). Dans ce cas là, il n'est plus question de symétrie, hormis l'indépendance par rapport au signe de la contrainte de torsion.

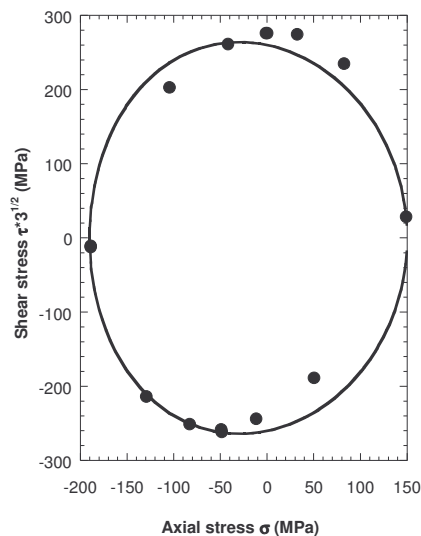


FIG. 4 - Surface de début de transformation de phase ($A \rightarrow M_{\sigma}$) pour le NiTi texturé [4,5,6].

2 Modélisation macroscopique phénoménologique [7,8]

Il s'agit de donner succinctement les principales caractéristiques de la modélisation que le lecteur pourra trouver dans les publications [7,8].

Dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles, un modèle du comportement macroscopique phénoménologique est élaboré avec z_σ fraction volumique de martensite "induite sous contrainte" et z_T fraction de martensite autoaccommodante obtenue par une action purement thermique, comme variables internes.

L'énergie de Gibbs du mélange $A + M_\sigma + M_T$ s'écrit

$$\rho g(\underline{\sigma}, T, z_\sigma, z_T) = \rho \left(u_o^1 - Ts_o^1 - z\pi_o^f(T) + C_p \left[(T - T_o) - T \ln \frac{T}{T_o} \right] \right) - \frac{1}{2} \underline{\sigma} : \underline{L} : \underline{\sigma} \quad (1)$$

$$- z_\sigma \underline{\sigma} : \underline{K}_{eq} - \alpha(T - T_o) \underline{\sigma} : \underline{1} + \rho z(1 - z) \phi_{it} + \rho z_T z_\sigma \phi_{it}^m$$

$$\text{avec } \underline{\varepsilon} = -\rho \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}}, \quad s = -\frac{\partial g}{\partial T}, \quad \pi_\sigma^f = -\frac{\partial g}{\partial z_\sigma}, \quad \pi_f^T = -\frac{\partial g}{\partial T} \quad (2)$$

où π_σ^f et π_f^T sont les forces thermodynamiques associées aux variables z_σ et z_T .

La forme des courbes expérimentales permettent de choisir la fonction $f(y_\sigma)$ dans l'expression de la contrainte effective σ_{ef} , de telle façon que la surface d'initiation ($A \rightarrow M_\sigma$) soit convexe dans l'espace (σ_1, σ_2)

$$\sigma_{ef} = \bar{\sigma} f(y_\sigma) \quad \text{avec} \quad \bar{\sigma} = \left(\frac{3}{2} \text{dev} \underline{\sigma} : \text{dev} \underline{\sigma} \right)^{1/2} \quad \text{contrainte équivalente de Von Mises} \quad (3)$$

$$\text{et} \quad y_\sigma = \frac{27}{2} \frac{\det(\text{dev} \underline{\sigma})}{\bar{\sigma}^3}$$

Cela signifie que le comportement pseudoélastique est insensible à une action isotrope, c'est-à-dire à la pression et dépend donc de façon classique du second et du troisième invariants du tenseur déviatorique des contraintes ($\text{dev} \underline{\sigma}$).

Le choix de l'expression de σ_{ef} veut dire que la transformation de phase s'effectue sans variation de volume (hypothèse qu'il faudra vérifier).

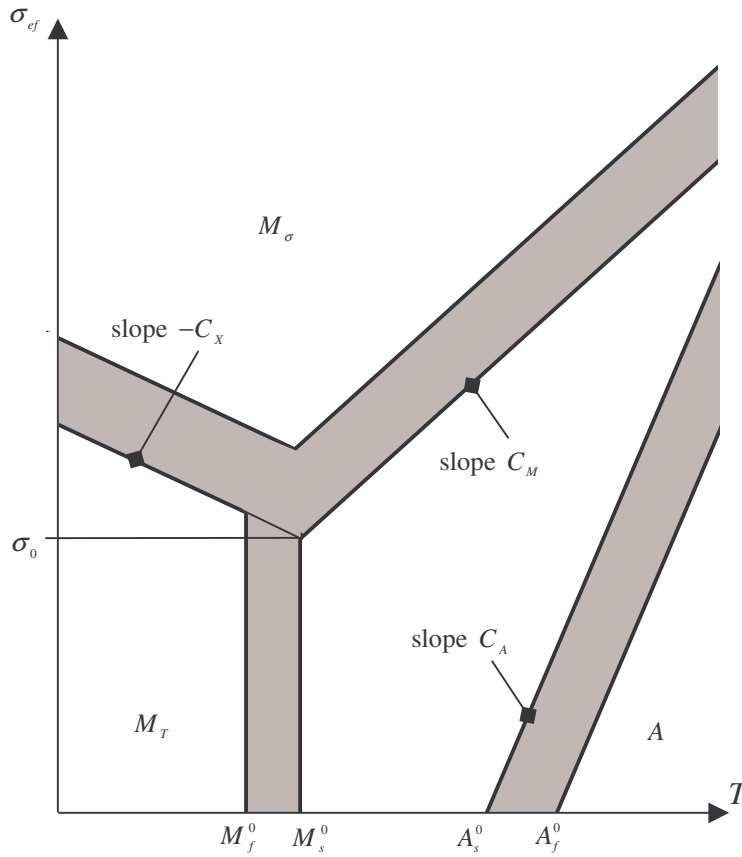
Un choix possible de $f(y_\sigma)$ est fait dans [2] et [7]

$$f(y_\sigma) = \cos \left(\frac{\cos^{-1}(1 - a(1 - y_\sigma))}{3} \right) \quad a \in [0,1] \quad (4)$$

Afin de partitionner les actions mécanique et thermique, dans le cadre d'un chargement proportionnel multiaxial, une extension du diagramme de Clapeyron est proposée dans le plan (σ_{ef}, T) (cf figure. 5).

La déformation totale est décomposée de façon classique en déformation élastique, thermique et de transformation de phase

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}^e + \underline{\varepsilon}^{th} + \underline{\varepsilon}^{tr} \quad \text{avec} \quad \underline{\varepsilon}^e = \underline{L}^{-1} \underline{\sigma}, \quad \underline{\varepsilon}^{th} = \alpha(T - T_o) \underline{1}, \quad \underline{\varepsilon}^{tr} = y z_\sigma \frac{\partial \sigma_{ef}}{\partial \underline{\sigma}} \quad (5)$$

FIG. 5 - Diagramme de "Clausius-Clapeyron" dans le plan (σ_{ef}, T) .

Pour la transformation directe : $A \rightarrow M_\sigma$, $A \rightarrow M_T$ et $M_T \rightarrow M_\sigma$ on introduit des fonctions critères de transformation de phase ou de réorientation, à savoir

$$\psi_F^\sigma(\underline{\sigma}, T, z_\sigma, z_T) = \pi_\sigma^f - k_F^\sigma, \quad \psi_F^T(T, z_\sigma, z_T) = \pi_T^f - k_F^T, \quad \psi^{\sigma T}(\underline{\sigma}, T, z_\sigma) = \pi_{\sigma T}^f - k^{\sigma T} \quad (6)$$

Un choix dicté par les cinétiques données par les métallurgistes des fonctions k_F^σ , k_F^T et $k^{\sigma T}$ alliés aux équations de cohérence (chères à la plasticité)

$$\dot{\psi}_F^\sigma = 0, \quad \dot{\psi}_F^T = 0, \quad \dot{\psi}^{\sigma T} = 0 \quad (7)$$

Permet d'obtenir les cinétiques des variables internes dans les trois cas de figure

$$\dot{z}_\sigma = \text{pour } A \rightarrow M_\sigma, \quad \dot{z}_T = \text{pour } A \rightarrow M_T, \quad \dot{z}_\sigma = \text{pour } M_T \rightarrow M_\sigma \quad (8)$$

Pour la transformation inverse, la transformation $M_T \rightarrow A$ ne pose pas de problème, elle est gérée par

$$\psi_R^T = -\pi_T^R + k_R^T \quad \text{et} \quad \dot{\psi}_R^T = 0 \Rightarrow \dot{z}_T = \quad (9)$$

La transformation $M_\sigma \rightarrow A$ est plus délicate à gérer. Une fonction critère unique peut être construite dans le plan déviatorique des contraintes pour toutes les transformations inverses possibles dans le cadre des chemins proportionnels ou radiaux. Il vient :

$$\psi_R^\sigma(\underline{\sigma}, T, z_\sigma, z_T) = -\sigma_{ef} + \sigma_0^{MA}(T, z_\sigma, z_T) \quad (10)$$

Dans le but d'obtenir les lois d'évolution des variables internes complémentaires aux équations d'état, l'utilisation du principe de dissipation maximale requiert un domaine élastique convexe afin de s'assurer de leur unicité. Comme à la décharge, ce domaine ne l'est pas, nous suggérons de construire un cadre constitutif non associé, en se servant d'une fonction constitutive $k(\underline{\sigma}, T, z_\sigma, z_T)$

$$\begin{aligned} k(\underline{\sigma}, T, z_\sigma, z_T) < 0 & \text{ quand } \psi_R^\sigma = -\pi_\sigma^f + k_R^\sigma < 0 \\ k(\underline{\sigma}, T, z_\sigma, z_T) = 0 & \text{ quand } \psi_R^\sigma = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

k peut être choisie sous la forme

$$k(\underline{\sigma}, T, z_\sigma, z_T) = -\underline{\sigma} : \frac{\underline{\varepsilon}^{tr}}{\underline{\varepsilon}_{ef}^{tr}} + \sigma_0^{MA}(T, z_\sigma, z_T) \quad (12)$$

Et :

$$\underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} = \gamma \dot{z}_\sigma \frac{\underline{\varepsilon}^{tr}}{\underline{\varepsilon}_{ef}^{tr}} \quad (13)$$

et \dot{z}_σ est obtenue avec l'équation de cohérence $\dot{\psi}_R^\sigma = 0$.

Notons que la déformation de transformation effective $\underline{\varepsilon}_{ef}^{tr} = (\gamma z_\sigma)$ est définie par la relation

$$\underline{\sigma} : \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} = \sigma_{ef} \dot{\underline{\varepsilon}}_{ef}^{tr} \quad (14)$$

2.2 Chargement non proportionnels

Le couplage associé par les chemins de chargement non proportionnels peuvent être pris en compte en dérivant l'équation (5c)

$$\underline{\varepsilon}^{tr} = z_\sigma \underline{K}_{eq} \quad (15)$$

$$\text{avec } \underline{K}_{eq} = \gamma \frac{\partial \sigma_{ef}}{\partial \underline{\sigma}}$$

sous la forme

$$\underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} = \dot{z}_\sigma \underline{K}_{eq} + z_\sigma \underline{\dot{K}}_{eq} \quad (16)$$

Pour les chargements proportionnels $\underline{\dot{K}}_{eq} = 0$.

Donc le second terme de l'équation (16) représente la contribution "chargement non proportionnel" à la vitesse de déformation de transformation $\underline{\dot{\varepsilon}}^{tr}$.

En outre, les premières comparaisons entre des résultats d'essais sous sollicitations multi-axiales non-proportionnelles et la réponse de modèles de comportement préalablement identifiés en chargement proportionnel montrent que les essais uni-axiaux sont insuffisants pour prévoir le comportement de ces alliages sous sollicitations complexes. D'ou une collaboration entre le LMARC de Besançon et le LMT-Cachan portant sur le thème de

l'amélioration de la description du comportement pseudo-élastique des alliages à mémoire de forme sous sollicitations multi-axiales est en cours depuis 1997 et la proposition d'un modèle macroscopique à deux surfaces de transformation pour le comportement pseudo-élastique sous chargement complexe [7].

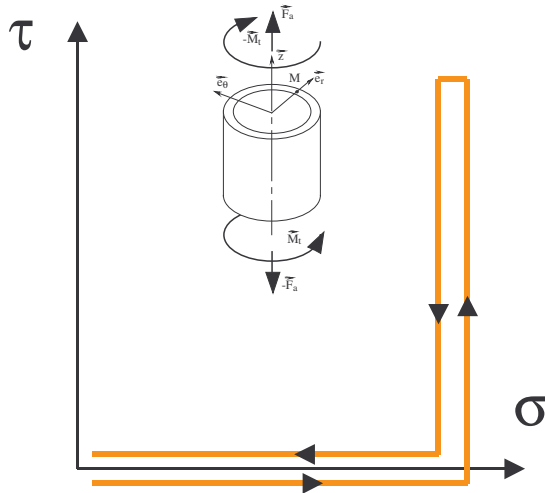


FIG. 6 - description du chargement de traction-torsion non-proportionnel.

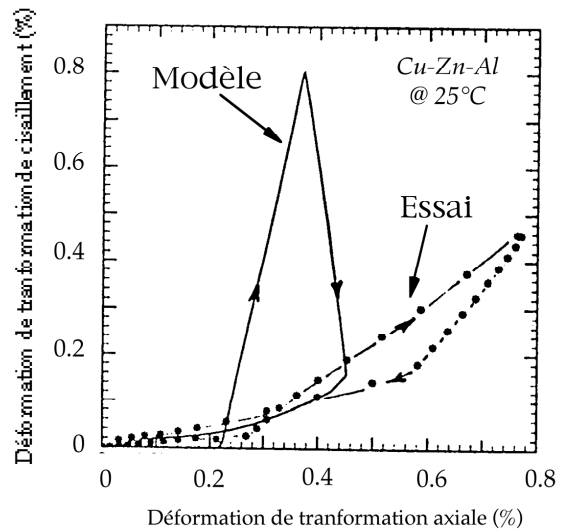


FIG. 7 - échec d'un modèle concernant la prévision d'un essai non-proportionnel.

À notre connaissance, aucun modèle macroscopique n'avait été proposé jusque là permettant de traiter le cas du comportement pseudo-élastique des alliages à mémoire de forme sous chargement complexe. Une étude bibliographique, publié par Aurricchio [9], avait même montré que l'ensemble des modèles macroscopiques échouait lors du passage aux chargements multiaxiaux non-proportionnels. La raison majeure pour expliquer cet échec repose sur le fait que sous chargement proportionnel seuls les mécanismes de transformation de phase directe et inverse sont actifs, alors que sous chargements non-proportionnels, un mécanisme de déformation supplémentaire rentre en jeu : le mécanisme de réorientation des plaquettes de martensite. Nous avons donc proposé un modèle macroscopique permettant de prendre en compte les trois mécanismes recensés précédemment. Ce modèle est basé sur un formalisme proche de celui de la plasticité dans la mesure où il met en jeu également un domaine d'élasticité et une règle de normalité. L'originalité de ce modèle repose sur le fait que le domaine d'élasticité du matériau dans son état bi-phasé est donné par l'intersection de deux surfaces de transformation. La première nous permet de gérer la transformation directe (austénite \rightarrow martensite), et la seconde permet de gérer la transformation inverse (martensite \rightarrow austénite). Le mécanisme de réorientation rentre en jeu lorsque le point chargement se situe à l'intersection des deux surfaces de transformation. Aucune variable supplémentaire n'est donc introduite, la réorientation est modélisée (à l'échelle de description adoptée) par une transformation directe et transformation inverse simultanées.

La stratégie de développement de ce nouveau modèle macroscopique [7] s'est articulée en trois phases. Dans la première, une version 1D est proposée permettant de décrire l'ensemble des observations expérimentales obtenues sous sollicitations de traction. Dans la deuxième phase, l'introduction d'une contrainte équivalente, d'une part, et d'une déformation pseudo-élastique équivalente, d'autre part, nous permet de passer au cas plus général des chargements multi-axiaux proportionnels. Enfin dans une troisième et dernière étape, un modèle général

(6D) est développé et validé. Il est à noter qu'aucun paramètre dépendant du matériau supplémentaire n'est introduit entre la deuxième et troisième étape. La figure 8 montre un exemple de comparaison entre un essai sous sollicitation non-proportionnelle et la prévision du modèle à deux surfaces de transformation.

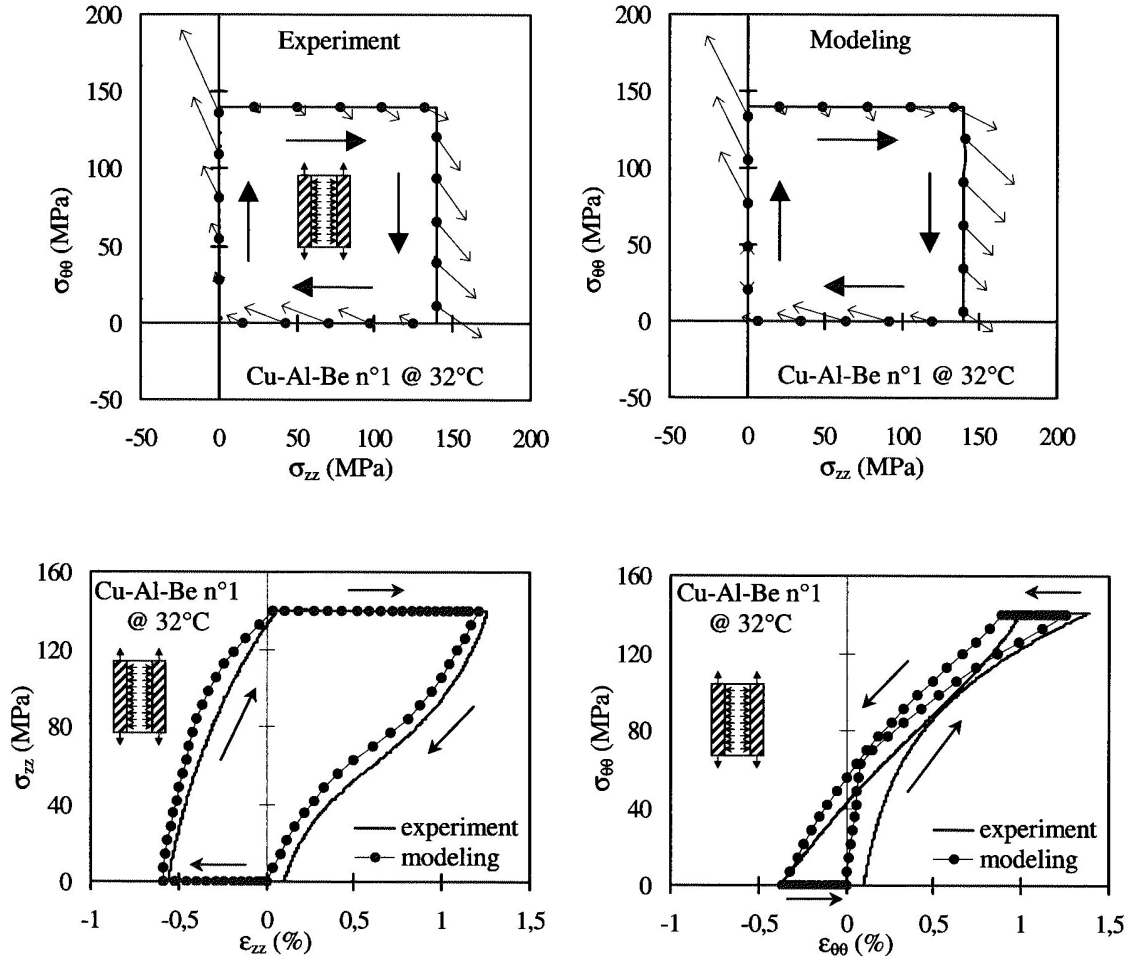


FIG. 8 - Comparaison essai/modèle dans le cas d'une sollicitation non-proportionnelle [7].

2.3 Extension de la modélisation macroscopique par l'intégration de l'anisotropie initiale du matériau

Afin de modéliser le comportement mécanique d'un AMF anisotrope, l'extension suivante est proposée

$$\sigma_{ef} = \sigma_{ef}(\bar{\sigma}, y_{\bar{\sigma}}) = \bar{\sigma} f(y_{\bar{\sigma}}) \quad (17)$$

où $\bar{\sigma}$ est le tenseur des contraintes "dilaté".

$\bar{\sigma}$ est pris de telle façon qu'un hyper-ellipsoïde de Hill soit dilaté par une transformation affine en une hypersphère :

$$\underline{\tilde{\sigma}} = \underline{\underline{D}} \underline{\sigma} \quad (18)$$

où $\underline{\underline{D}}$ représente l'opérateur de la transformation affine (figure 9).

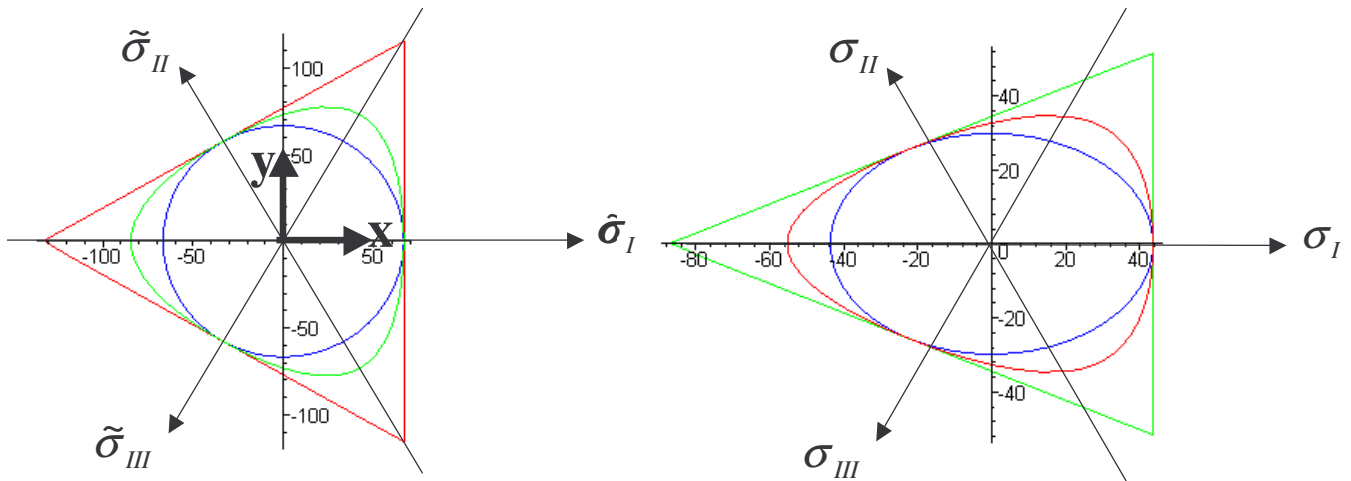


FIG. 9 - Transformation affine entre l'espace σ et l'espace $\tilde{\sigma}$.

Les valeurs des paramètres matériaux sont identifiées grâce aux mesures expérimentales.

3 Approche "micro-macro" [10,11]

Nous ne décrivons pas l'approche auto-cohérente développée par l'équipe du LPMM de Metz [1]. Nous appliquerons les théorèmes de l'approche CTM [12,13] ("crystallographical theory of martensite") pour la prédiction de la microstructure. Notons que cette théorie est prédictive pour un état libre de contrainte ou pour des charges mortes. Elle ne permet pas de prévoir l'évolution de la microstructure avec un chargement mécanique continu. Rappelons que cette théorie est géométrique non linéaire par décomposition polaire du gradient de la transformation géométrique \underline{F} .

Les résultats de cette approche peuvent être comparés à la théorie linéaire écrite dans l'hypothèse des petites perturbations (décomposition additive de \underline{F}).

L'un des principaux résultats de cette CTM est la découverte que seulement quelques microstructures bien spécifiques dans les AMF sont possibles (obtenues par minimisation de l'énergie libre) mais avec des paramètres de maille de l'austenite et de la martensite eux aussi bien spécifiques.

Les rayons X permettent de déterminer la nature de la maille généralement cubique (L_{2_1}) pour l'austenite et quadratique, orthorhombique, monoclinique... pour la martensite et la mesure indispensable et précise des paramètres de maille.

3.1 Interfaces austenite-martensite possibles

Soit l'état de référence correspondant à l'état naturel non déformé de l'austenite à $T > A_F^0$.

La transformation pour les Cu Al Be, Cu Zn Al est de type II ce qui signifie que l'axe de symétrie monoclinique correspond à la direction $\langle 100 \rangle$ (dans le repère cubique de l'austenite).

Les matrices \underline{U}_i ($i = 1 \dots 12$) sont données dans la table 2.

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \begin{pmatrix} \alpha & \delta & 0 \\ \delta & \beta & 0 \\ 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} & \underline{U}_2 &= \begin{pmatrix} \alpha & -\delta & 0 \\ -\delta & \beta & 0 \\ 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} & \underline{U}_3 &= \begin{pmatrix} \beta & \delta & 0 \\ \delta & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} & \underline{U}_4 &= \begin{pmatrix} \beta & -\delta & 0 \\ -\delta & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} \\ \underline{U}_5 &= \begin{pmatrix} \beta & 0 & \delta \\ 0 & \gamma & 0 \\ \delta & 0 & \alpha \end{pmatrix} & \underline{U}_6 &= \begin{pmatrix} \beta & 0 & -\delta \\ 0 & \gamma & 0 \\ -\delta & 0 & \alpha \end{pmatrix} & \underline{U}_7 &= \begin{pmatrix} \alpha & 0 & \delta \\ 0 & \gamma & 0 \\ \delta & 0 & \beta \end{pmatrix} & \underline{U}_8 &= \begin{pmatrix} \alpha & 0 & -\delta \\ 0 & \gamma & 0 \\ -\delta & 0 & \beta \end{pmatrix} \\ \underline{U}_9 &= \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & \delta \\ 0 & \delta & \beta \end{pmatrix} & \underline{U}_{10} &= \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & -\delta \\ 0 & -\delta & \beta \end{pmatrix} & \underline{U}_{11} &= \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 \\ 0 & \beta & \delta \\ 0 & \delta & \alpha \end{pmatrix} & \underline{U}_{12} &= \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 \\ 0 & \beta & -\delta \\ 0 & -\delta & \alpha \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Cu-15at.%Zn-17at.%Al

$\alpha = 1.0101$, $\beta = 1.0866$ $\gamma = 0.9093$ $\delta = 0.0249$

Tableau 2 - Transformation cubique \rightarrow monoclinique II [14]

En appliquant les théorèmes de Ball et James [12,13], un interface existe entre l'austenite et une variante de martensite \underline{U}_i ($i = 1 \dots 12$) si et seulement \underline{U}_i a une première valeur propre λ_1 égale ou inférieure à 1, une deuxième valeur propre λ_2 égale à 1 et une troisième valeur propre supérieure ou égale à 1.

Pour le Cu-15 % at Zn-17 at % Al on trouve comme valeurs propres de \underline{U}_1 $\lambda_1 = 0,9093 (= \gamma)$, $\lambda_2 = 1,0027$, $\lambda_3 = 1.0940$. Donc comme λ_2 est très proche de 1, on peut dire qu'un interface existe entre l'austenite et une variante \underline{U}_i de martensite

Cela signifie que l'équation dite du "plan d'habitat" entre l'austenite et la variante monoclinique \underline{U}_i ($i = 1 \dots 12$)

$$\underline{R}_i \underline{U}_i - 1 = \vec{b}_i \otimes \vec{m}_i \quad (20)$$

donne les valeurs de \underline{R}_i (rotation), \vec{m}_i (normale du plan d'habitat) et \vec{b}_i .

Concernant le Ni.50.6at%Ti, les valeurs propres de \underline{U}_1 sont les suivantes

$$\lambda_1 = 0.9320, \lambda_2 = 0.9663, \lambda_3 = 1.10657$$

On peut tout aussi clairement dire qu'un interface entre l'austenite et une simple variante de martensite n'existe pas. Cependant il est nécessaire de trouver la microstructure entre l'austenite et les variantes de martensite. Les observations expérimentales font état d'un interface entre un couple (M_i, M_j) et l'austenite.

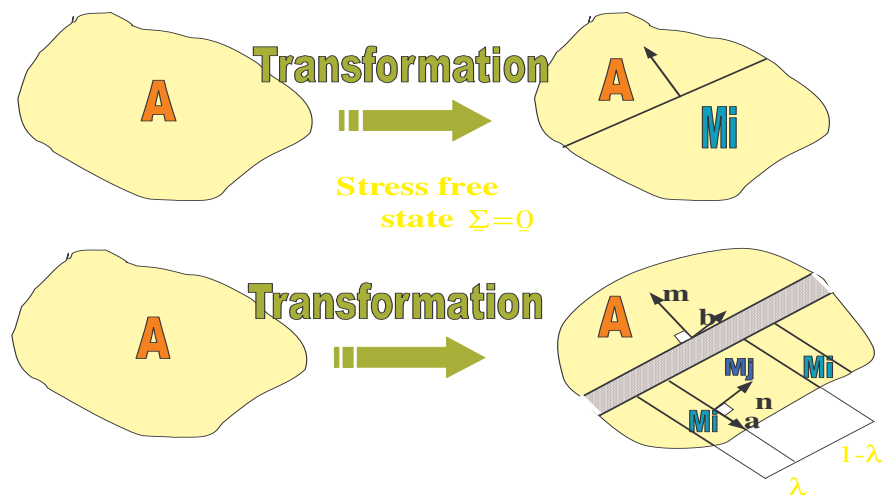


FIG. 10 - Interfaces possibles entre l'austénite et la martensite.

Le calcul s'opère en deux étapes :

- 1) D'abord on cherche les couples de variantes de martensite (M_i, M_j) compatibles entre elles. Ces couples doivent vérifier l'équation de jumelage (Twinning equation)

$$\underline{R}_{ij} \underline{U}_i - \underline{U}_j = \bar{\mathbf{a}} \otimes \bar{\mathbf{n}} \quad (21)$$

Pour le Ni Ti, il existe 132 couples

- 84 où les paires (i,j) englobent les paires (j,i)
- 48 où les paires (i,j) sont individuelles.

L'équation à résoudre est :

$$\bar{\underline{R}}_{ij}(\lambda \underline{R}_{ij} \underline{U}_i + (1-\lambda)\underline{U}_j) - \underline{1} = \bar{\mathbf{b}} \otimes \bar{\mathbf{m}} \quad (22)$$

Par insertion de l'équation de jumelage, on obtient :

$$\bar{\underline{R}}_{ij}(\underline{U}_j + \lambda \bar{\mathbf{a}} \otimes \bar{\mathbf{n}}) - \underline{1} = \bar{\mathbf{b}} \otimes \bar{\mathbf{m}} \quad (23)$$

Soit la matrice symétrique $\underline{C}_{ij}(\lambda)$ définie par

$$\underline{C}_{ij}(\lambda) = (\underline{U}_j + \lambda \bar{\mathbf{a}} \otimes \bar{\mathbf{n}})^T (\underline{U}_j + \lambda \bar{\mathbf{a}} \otimes \bar{\mathbf{n}}) \quad (24)$$

Si $\bar{\mathbf{e}}_1$ et $\bar{\mathbf{e}}_2$ sont les vecteurs propres correspondant aux valeurs propres λ'_1, λ'_3 de $\underline{C}_{ij}(\lambda)$ ($\lambda'_1 \leq \lambda'_2 = 1 \leq \lambda'_3$) on peut trouver :

$$\bar{\mathbf{b}} = \frac{\sqrt{\lambda'_3} - \sqrt{\lambda'_1}}{\sqrt{\lambda'_3 - \lambda'_1}} \left(\sqrt{\lambda'_3(1 - \lambda'_1)} \bar{\mathbf{e}}_1 + k \sqrt{\lambda'_3(\lambda'_3 - 1)} \bar{\mathbf{e}}_3 \right) \quad (25)$$

Et :

$$\vec{m} = \frac{1}{\sqrt{\lambda'_3 - \lambda'_1}} \left(-\sqrt{1 - \lambda'_1} \vec{e}_1 + k\sqrt{\lambda'_3 - 1} \vec{e}_3 \right) \quad (26)$$

avec $k = \pm 1$

Et :

$$\underline{\varepsilon}^{tr} = \frac{1}{2} (\vec{b} \otimes \vec{m} + \vec{m} \otimes \vec{b}) \quad (27)$$

3.2 Procédure d'intégration micro-macro pour la détermination des surfaces d'initiation à la transformation

Soit un chargement biaxial exprimé dans le référentiel de l'éprouvette :

$$\underline{\sigma} = \sigma_1 \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_1 + \sigma_2 \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_2 \quad (28)$$

Pour chaque grain, la première variante apparaît quand la force thermodynamique associée à la transformation de phase devient égale à zéro

$$\underline{\sigma} : \underline{\varepsilon}^t - K(T) = 0 \quad \text{avec} \quad \underline{\varepsilon}^t = {}^T \underline{R} \underline{E}^t \underline{R} \quad (29)$$

\underline{R} est la matrice de rotation du repère cristallographique de A vers le repère géométrique de l'échantillon.

La procédure pour calculer la surface seuil est purement phénoménologique :

- (i) un polycristal est symbolisé par un agrégat de n grains (n choisi equal à 1000) avec une distribution aléatoire pour les matériaux non texturés et une distribution calculée par Arbab Chirani et Patoor [13] pour les structures texturées.
L'interaction entre les grains n'est pas prise en compte.
- (ii) Sous un état de contrainte imposé $\underline{\sigma}^o$ pour chaque grain k ($k = 1 \dots n$) et parmi les v variantes, celle présentant le facteur K le plus élevé est sélectionnée. Un ensemble de n facteurs K_k^{\max} est déterminé par cette méthode.
- (iii) Un nouvel ensemble de K_k^{\max} est calculé sous un chargement mécanique différent.
 $K_{\text{tension},k}^{\max}$ représente les résultats obtenus sous tension uniaxiale.
- (4i) Un rapport appelé r et l'état de contrainte associé à la transformation de phase $\underline{\sigma}^t$ sont obtenus

$$r = \frac{\sum_{k=1 \dots n} K_k^{\max}}{\sum_{k=1 \dots n} K_{\text{tension},k}^{\max}} \quad \underline{\sigma}^t = \frac{1}{r} \underline{\sigma}^o$$
- (5i) Un nouvel état de contrainte est appliqué et les nouvelles contraintes de début de transformation sont déterminées.

Ainsi une surface convexe dans le plan principal (σ_1, σ_2) est déterminée pour les alliages polycristallins.

4 Comparaison entre les résultats expérimentaux et les prédictions "micro-macro" et macroscopique

Concernant les AMF à base de cuivre sujet à la transition de phase cubique → monoclinique II.

Pour les alliages texturés ou non, les prédictions micro-macro (un interface A / une seule variante de martensite M_i à l'état libre de contrainte) et macroscopique phénoménologiques recouvrent correctement les résultats expérimentaux (cf figure 10).

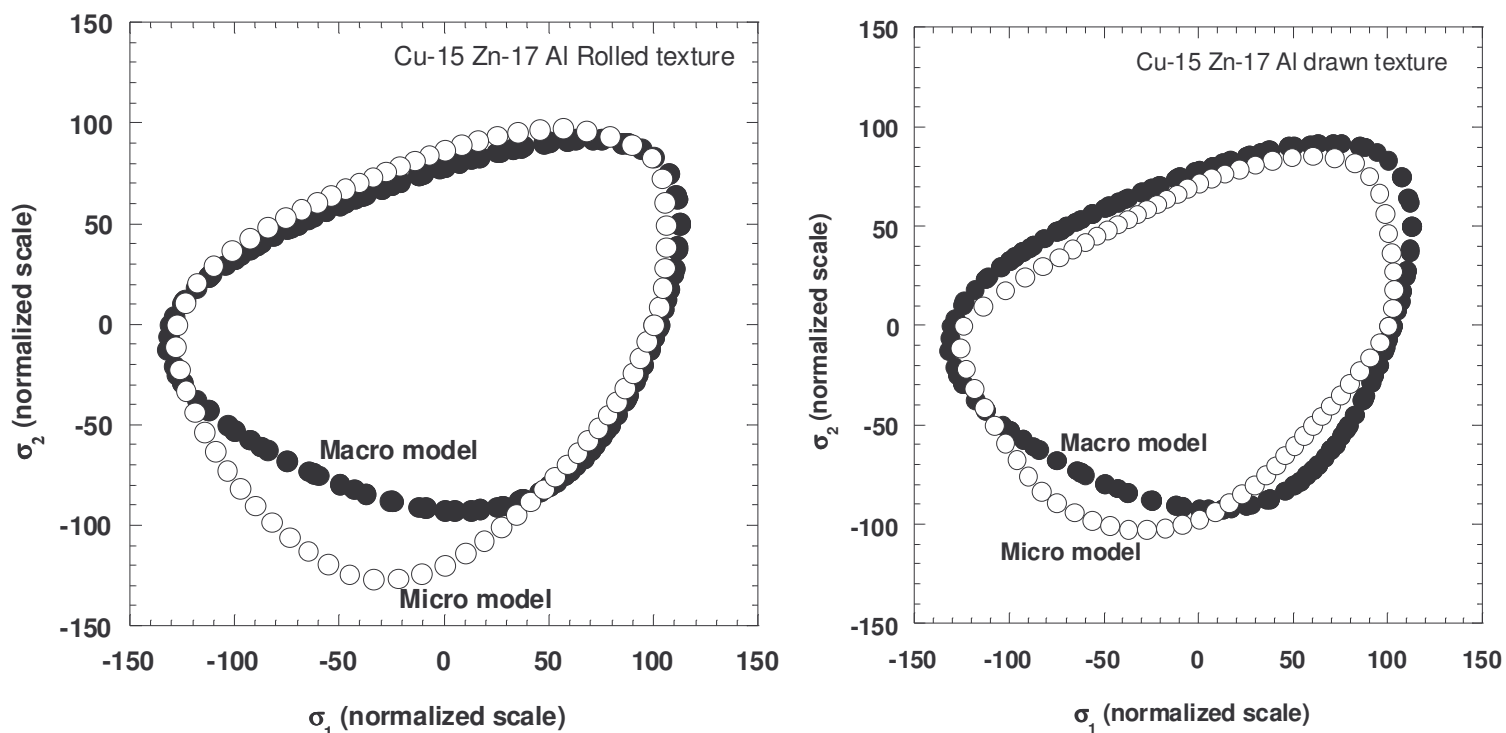


FIG. 11 - Modélisation macro et micro-macro des CuZnAl texturés.

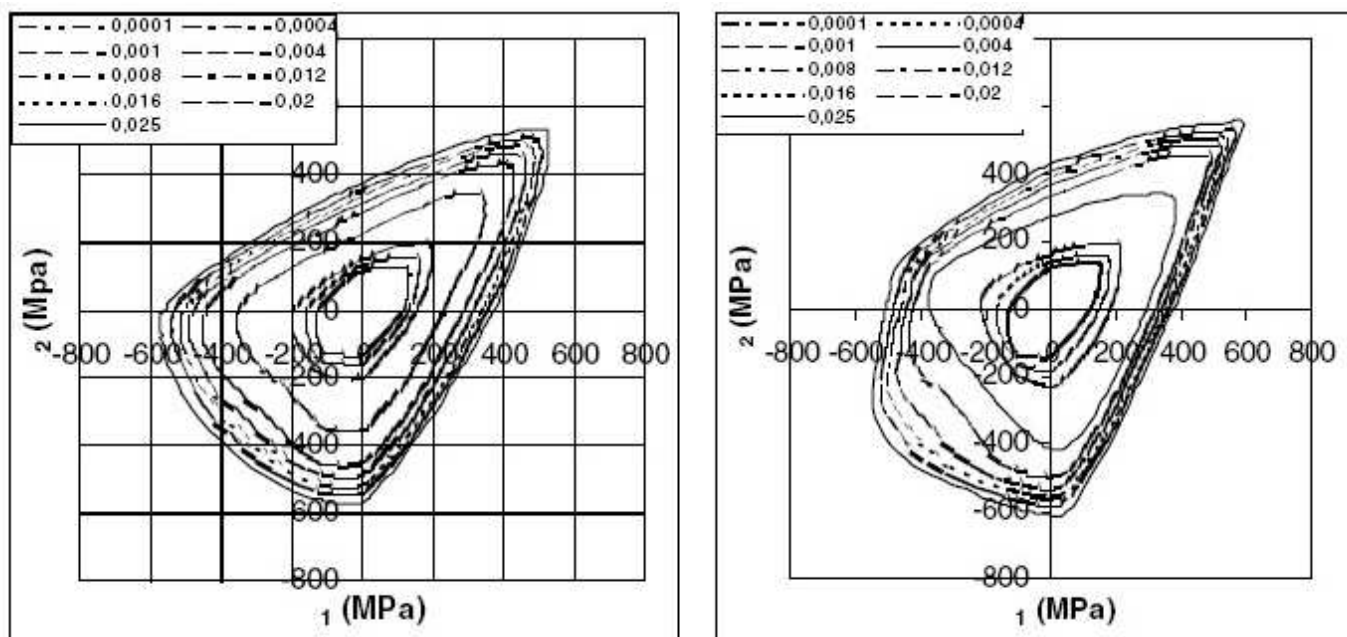


FIG. 12 - Modélisation des surfaces isotropes et laminées [16].

Concernant les alliages Ni Ti (cubique \rightarrow monoclinique I), si la modélisation macroscopique phénoménologique "fitte" correctement les points expérimentaux, la microstructure prévue pour la modélisation micro-macro (Austenite / couple (M_i, M_j) à l'état libre de contrainte) ne convient pas.

C'est paradoxalement la microstructure (A/une simple variante M_i) qui ne respecte pas les conditions de compatibilité aux interfaces qui convient.

Les observations "in situ" par microscopie électronique sur une éprouvette de traction en Ni Ti ne permettent pas de trancher de façon définitive [17] (cf figure 13).

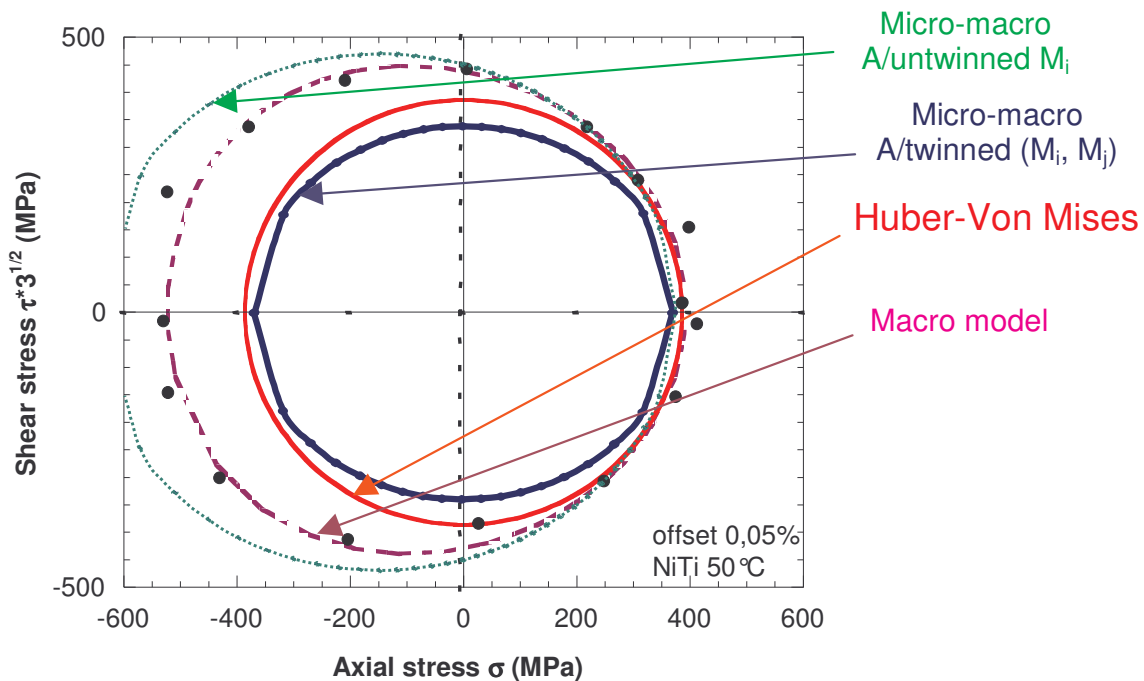


FIG. 13 - Modélisation de la surface d'initiation du NiTi isotrope [11].

Ainsi s'ouvre une question fondamentale : Pour les alliages sujets à des transformations de phase, quelle est l'évolution temporelle de la microstructure sous un champ de contrainte continu ?

Tandis que pour les alliages cuivreux, la microstructure prévue à l'état libre de contrainte est suffisante pour une modélisation correcte, ce n'est pas le cas pour le Ni Ti, les transformations de phase étant pourtant sensiblement les mêmes (cubique \rightarrow monoclinique).

5 Modélisation numérique , calcul de structures, dimensionnement

En raison de leurs propriétés thermomécaniques remarquables, les Alliages à Mémoire de Forme sont fréquemment utilisés dans des structures hybrides adaptatives et plus particulièrement dans des structures passives en tant qu'actionneurs. L'intégration d'actionneurs en AMF dans de telles structures est étroitement liée au processus de conception exigeant la mise au point d'outils numériques performants permettant la simulation de leurs comportements micro et macro- mécaniques complexes. Le développement récent de modèles de comportement a permis d'envisager le calcul de structures en AMF sous la forme de films minces notamment. L'intégration numérique des lois de comportement proposées précédemment s'est traduite par l'élaboration d'un modèle numérique permettant de

dimensionner des actionneurs en AMF pour des applications telles qu'une poutre « à moment quadratique variable » ou une micro-pince en NiTi.

5.1 Algorithme de calcul de l'état du matériau

Cet algorithme est établi pour une modélisation purement mécanique ($z = z_\sigma$ et $z_T = 0$). Dans le cadre d'une méthode incrémentale associée au schéma itératif de Newton pour la résolution du problème d'équilibre global, l'état du matériau est déterminé sur chaque incrément $[t_n, t_{n+1}]$ à partir de son état à l'incrément convergent précédent et du déplacement incrémental Δu . Ainsi, schématiquement :

$$(\underline{\sigma}_n \text{ et } z_n) + \Delta u \rightarrow (\underline{\sigma}_{n+1} \text{ et } z_{n+1}) \quad (30)$$

Les relations entre les quantités $(\cdot)_n$ en début d'incrément, $(\cdot)_{n+1}$ en fin d'incrément et Δu peuvent être établies en utilisant les lois d'évolution présentées précédemment :

$$\begin{cases} \underline{\dot{\sigma}} = \underline{A} : \underline{\dot{\varepsilon}}^e = \underline{A} : (\underline{\dot{\varepsilon}} - \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr}) & \text{où } \underline{A} \text{ tenseur élastique de Hooke} \\ \dot{z} = \dot{\lambda} \end{cases} \quad (31)$$

Une intégration implicite des lois de comportement en vitesse a été utilisée :

$$\begin{cases} \underline{\sigma}_{n+1} = \underline{\sigma}_n + \underline{A} : \Delta \underline{\varepsilon} - \underline{A} : \Delta \underline{\varepsilon}_{n+1}^{tr} \\ z_{n+1} = z_n + \Delta \lambda \end{cases} \quad (32)$$

L'incrément de déformation de transformation $\Delta \underline{\varepsilon}_{n+1}^{tr}$ est obtenu à partir de la direction de la normale à la surface de charge $\underline{N}(\underline{\sigma}_{n+1})$ tel que :

$$\Delta \underline{\varepsilon}_{n+1}^{tr} = \gamma(z_{n+1} - z_n) \underline{N}(\underline{\sigma}_{n+1}) \quad (33)$$

Un schéma numérique prédicteur-correcteur a été adopté. Dans une première étape, le comportement est supposé élastique tandis que dans un second temps, on effectue une correction pseudoélastique. En décharge, l'étape de prédiction est optimisée à l'aide d'une correction intermédiaire permettant d'assurer l'unicité de la solution calculée.

L'approche proposée prend en compte les spécificités d'un élément fini de coque à trois nœuds à interpolation mixte des composantes de cisaillement transverse pour éviter le problème de verrouillage [21]. Ainsi, le modèle développé a été intégré dans ce contexte de coque spatiale permettant d'envisager des calculs sur des structures très minces en transformations finies sous chargements proportionnels.

5.2 Les actionneurs en AMF

Les applications commerciales des actionneurs en AMF sont disponibles pour de très petites dimensions telles que les actionneurs miniatures pour des charges allant jusqu'à 1 N et

des temps d'activation de 0,1 seconde. D'autre part, on peut également trouver des actionneurs en treillis et des cylindres AMF pour des charges allant jusqu'à 400 N. Récemment, de nombreux efforts de recherche ont été dirigés vers le contrôle continu en force ou en position des actionneurs AMF. La plupart du temps, les actionneurs AMF sont commandés électriquement par effet Joule. Bien que les AMF NiTi soient plus chers et plus difficiles à réaliser que les AMF à base de cuivre, de nombreuses raisons justifient l'utilisation quasi exclusive des nickel-titane pour un actionnement continu. En effet, ce type d'AMF autorise des contraintes et des déformations en service beaucoup plus importantes.

Les AMF offrent les avantages suivants pour des systèmes d'actionnement :

- Simplicité, compacité et fiabilité de l'actionneur,
- Conditions en service : propre, silencieux, sans étincelle et sans effet lié à la gravité,
- Un rapport poids/ puissance très important.

En raison des inconvénients suivants, il est peu probable que l'utilisation des AMF en tant qu'actionneurs conventionnels se généralise à autre chose qu'à des applications spécifiques isolées, telles que le micro-actionnement :

- Faible efficacité énergétique,
- Amplitude limitée,
- Dégradation et fatigue,
- Contrôle complexe dû à la non-linéarité du comportement,
- Coût.

5.3 Poutre « intelligente » à charnière avec moment quadratique variable

Afin de concevoir des structures dites intelligentes, deux pistes peuvent être envisagées [18]. Premier cas de figure : un matériau composite, constitué de fils précontraints en NiTi noyés dans une matrice en résine époxy, peut être utilisé pour contrôler le changement de forme géométrique ou les modes propres en chauffant certains fils par effet Joule. Toutefois, la mise au point de telles structures n'est pas sans problème puisqu'un phénomène de décohésion à l'interface résine/fil apparaît quand la température augmente dans la résine. De plus, la rigidité de la matrice autorise des mouvements de faible amplitude. On trouve notamment des applications dans l'aérospatiale.

Deuxième cas de figure : une structure hybride composée d'un corps élastique et d'éléments en AMF fixés à la frontière du corps élastique emmagasine de l'énergie élastique sous l'effet de forces externes. On étudie ici la possibilité de récupérer une partie de l'énergie mécanique produite par chargement thermique des éléments en AMF. L'idée consiste à utiliser les actionneurs pour modifier la distribution des contraintes dans la structure afin d'obtenir un déplacement d'amplitude importante en certains points de la structure.

Dans ce but, une poutre à charnière avec moment quadratique variable a été fabriquée. Cette poutre « intelligente » est une structure pouvant subir de grandes déflexions (cf figure 14(a)). La modification du moment quadratique en flexion est directement obtenue à partir du raccourcissement des fils AMF prédéformés lors d'un chauffage par effet Joule (cf figure 14(b)).

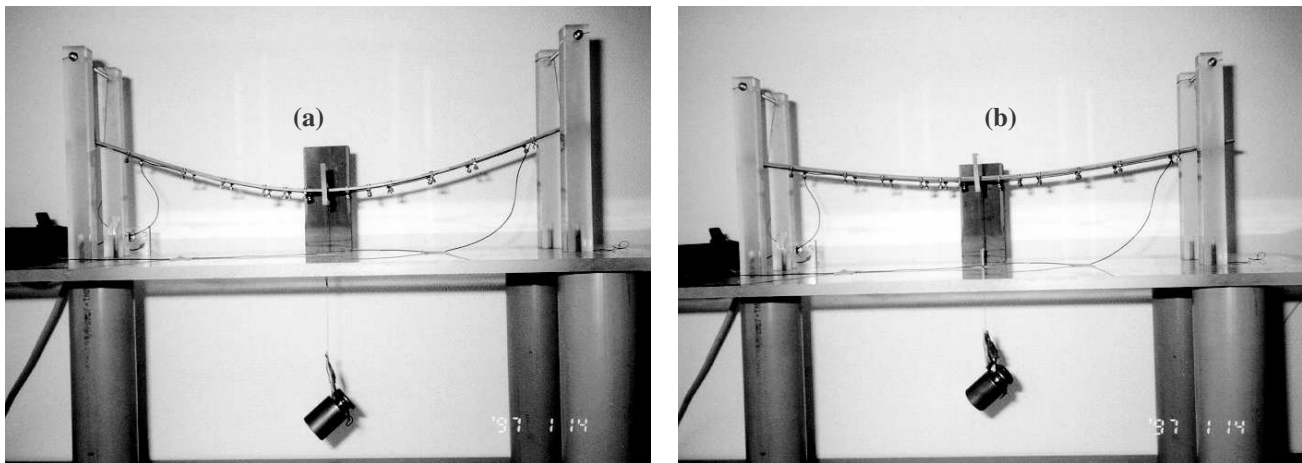


FIG. 14 - Configuration de la poutre à charnière à contrainte constante ($P=2N$) :

(a) $T=20^{\circ}C$ - (b) $T=A_s^0+30^{\circ}C$

L'efficacité du système peut être observée sur la figure précédente. Pour une contrainte appliquée constante, la différence constatée de la flèche de la poutre indique l'effet des actionneurs en AMF activés par effet Joule.

Comment modifier le moment quadratique ?

On considère une poutre simple avec une section rectangulaire constante chargée en flexion (conditions limites : libre-libre). Pour une force ponctuelle constante appliquée au centre de la poutre, la déflexion maximale est classiquement donnée par la relation suivante :

$$\delta = \frac{PL^3}{48EI} \quad (34)$$

Où P est la charge, L est la longueur de la poutre, E est le module d'Young du matériau et I

est le moment quadratique de la poutre : $I = \frac{bh^3}{12}$

Avec h l'épaisseur et b la largeur de la poutre.

La façon la plus directe pour modifier le moment quadratique et la distribution de contraintes est de jouer sur la variable h . Toutefois, il semble difficile de changer l'épaisseur de la poutre lors de la déflexion et par conséquent la distribution de contraintes. Cependant, la modification du moment quadratique peut être obtenue d'une autre façon. Notamment en considérant une poutre composée de deux demi poutres reliées par une charnière (voir figure 15).

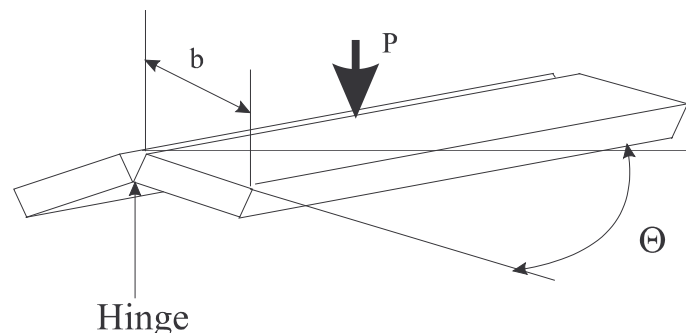


FIG. 15 - Poutre à charnière en flexion.

Le moment quadratique en flexion est obtenu après intégration comme une fonction de l'angle de rotation θ sous la forme suivante :

$$I(\theta) = 2 \iint_{\text{surface section}} y^2 dx dy = \frac{bh * (b^2 (1 - \cos 2\theta) + h^2 (1 + \cos 2\theta))}{12} \quad (35)$$

Le matériau utilisé pour les demi-poutres est un PMMA. Les données géométriques et les paramètres matériaux sont donnés dans le tableau suivant :

L mm	h mm	b mm	l_0 mm	l_1 mm	l_2 mm	E (PMMA) MPa	γ
450	2	23.35	40.5	22.7	6.52	2500	.066
ρ kg.m-3	a	c	d	S mm ²	E_w/A MPa	E_w/M MPa	A_s^0 °C
6500	.098	.011	.02	.314	68400	27000	54

Tableau 3 - Paramètres matériaux et données géométriques

Pour obtenir une modification de la déflexion de la poutre, l'angle de rotation doit évoluer. Cette rotation est obtenue au moyen de fils en AMF fixés de part et d'autre de la poutre comme on peut l'observer sur la figure 16.

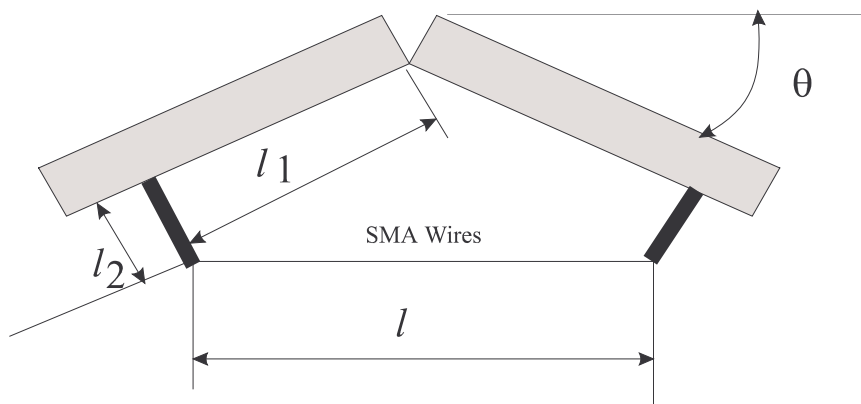


FIG. 16 - Coupe transverse de la poutre à charnière.

Les fils en AMF étant prédéformés par l'application d'un effort de flexion, leur chauffage par effet Joule va conduire à la transformation inverse permettant ainsi aux fils de récupérer la déformation induite sous contrainte. Ainsi, l'angle θ va changer modifiant alors la déflexion de la poutre. Pour permettre une rotation significative des demi-poutres, la déformation des actionneurs fixés entre les bords de la poutre à charnière doit atteindre plusieurs pourcents.

Le système « intelligent » composé de la poutre à charnière et des fils en AMF est une structure élémentaire pouvant être combinée à d'autres structures similaires pour obtenir une structure plus complexe.

5.4 Micropince

Un actionneur linéaire et deux mâchoires sont reliés par un mécanisme transformant le mouvement linéaire de l'actionneur en un mouvement rotatif commandant la fermeture des pinces [20]. Entre le mécanisme pivot et l'actionneur linéaire est réalisée une fente « optique », laquelle est associée à un rayon lumineux pour constituer le capteur de position. Cet ensemble a été développé en intégrant des actionneurs AMF en phase totalement martensitique (cf figure 17). Les détails de la géométrie sont disponibles dans [19].

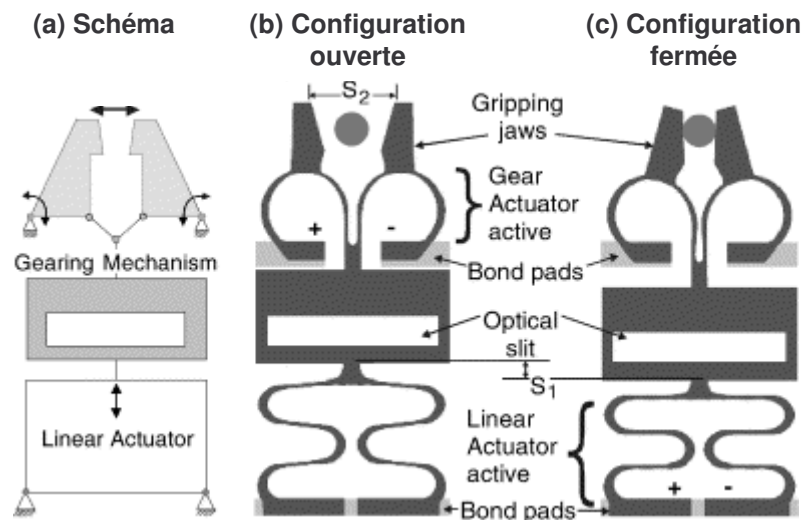


FIG. 17 - Principe d'une micro-pince intégrant des actionneurs en AMF sous forme de structure mince.

Le mouvement linéaire est assuré par un actionneur en AMF sous la forme d'une structure poutre pliée dont la géométrie est optimisée [20]. Les joints du mécanisme pivot sont conçus comme des charnières flexibles. Cette partie est réalisée en AMF de sorte qu'elle se comporte également comme un actionneur. Les actionneurs linéaire et pivot sont pré déformés de 100 μm en considérant leur interaction, avant d'être montés sur un substrat. La déformation résultante des poutres et des charnières peut être contrôlée par effet Joule. Concernant les charnières, cet effet Joule est déterminé afin d'obtenir une température supérieure à la température de transition de phase du mécanisme pivot. Les charnières retrouvent ainsi leur forme non déformée par le jeu de l'effet mémoire simple sens. Dans ce cas de figure, seul l'actionneur linéaire est déformé et les mâchoires de la pince sont en position ouverte (cf figure 17b). De même, un réchauffement adéquat de l'actionneur entraîne une déformation des charnières, synonyme d'une fermeture des mâchoires (cf figure 17c). La course maximum des mâchoires est égale à 300 μm .

Pour cette application, le découplage thermique de chaque type d'actionneur doit être suffisant pour garantir le bon fonctionnement de la micropince. Cette assurance est obtenue grâce à la fente optique intégrée au système. Un rapport donné entre l'écart inter-mâchoires S_2 et le déplacement de la fente permet de réaliser l'asservissement. Cette micropince est usinée par découpage laser de feuilles de NiTi équiatomique de 230 μm d'épaisseur. Un traitement thermique sous vide à 530°C pendant 10 mn permet d'ajuster l'effet mémoire simple sens.

Le modèle de comportement en transformations finies développé trouve dans la micropince un exemple pertinent d'application. Le fonctionnement de cette micropince induit de grandes

déflexions et des rotations importantes. Les paramètres du NiTi utilisé pour la simulation sont donnés dans le tableau 4.

E GPa	ν	ρ kg.m-3	γ	M_s^0 °C	A_s^0 °C
62	.03	6500	.06	-23	26

Tableau 4 - Paramètres matériaux de la micropinçe

La température de l'essai est $T=25^\circ\text{C}$. Cette simulation est réalisée avec 40 incréments pour la charge-décharge et un maillage représentant la moitié de la micropinçe pour des raisons de symétrie du comportement [21].

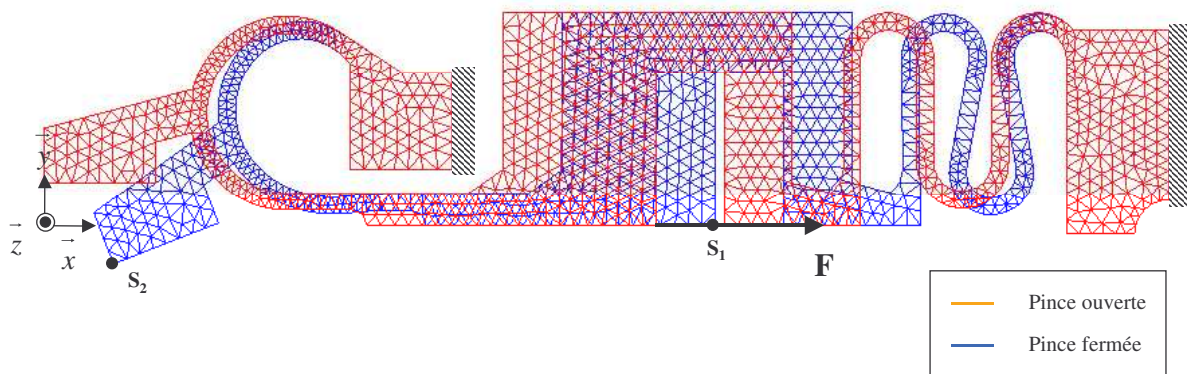


FIG. 18 - Simulation du fonctionnement d'une micropinçe [18] - Configuration
- Maillage - Déformée.

L'actionnement de l'ensemble est d'origine thermique puisque basé sur l'effet Joule. Notre modèle étant établi pour des chargements isothermes, cette simulation est réalisée en imposant l'effort sur l'actionneur linéaire. On obtient alors la déformée de la micropinçe dans la position fermée que l'on peut observer sur la figure 18.

Conclusion

Une utilisation pertinente des AMF requiert un parcours initiatique assez escarpé. Premièrement, il faut appréhender les mécanismes microscopiques opératoires. Par exemple, l'utilisation de la CTM ("Crystallographic Theory of Martensite") requiert des mesures très précises des paramètres de maille de l'austenite et de la martensite. Une modélisation du VER s'avère nécessaire. Des essais multiaxiaux sont eux aussi nécessaires à une validation 3D des modèles comme la plupart des actionneurs sont utilisés dans des conditions de chargement non proportionnel, ne serait-ce que par la géométrie parfois complexe de l'actionneur, des progrès doivent être faits vers leur prise en compte. Une implantation des modèles dans des codes de calcul s'avère indispensable. Une attention particulière peut concerner les structures élancées ou minces avec le choix d'éléments de coque adaptés. Enfin ce parcours a soulevé une question fondamentale à savoir : quelle est l'évolution temporelle de la microstructure sous chargement mécanique continu ?

Références

- [1] E. Patoor and M. Berveiller, 1997, "Micromechanical Modelling of Thermomechanical Behavior of Shape Memory Alloys", CISM Lecture Notes n° 368, In : Fischer F.D. and Berveiller M. (eds) Mechanics of Solids with phase changes, pp. 121-188, Springer Wien, New York
- [2] C. Bouvet, S. Calloch and C. Lexcellent, 2002, Mechanical behaviour of a Cu Al Be shape memory alloy under proportional and non proportional loadings, J. of Eng. Mat. and Tech., Vol. 124, pp. 112-124
- [3] B. Raniecki, K. Tanaka and A. Ziolkowski, 2001, "Testing and modelling of Ti Ni SMA at complex stress state", Materials Science Research International, Special Technical
- [4] K. Taillard, S. Calloch, C. Lexcellent and C. Bouvet, 2004, "Determination and modelling of equivalent stress and equivalent transformation strain for polycrystalline textured shape memory alloys", Congrès IFAMST, Troyes, 4-7 juillet 2004
- [5] K. Taillard, P. Blanc, S. Calloch, C. Lexcellent, 2005, "Phase transformation yield surface of anisotropic shape memory alloys", ICOMAT 05, Shangai, June 14-17
- [6] K. Taillard, S. Calloch, C. Bouvet, C. Lexcellent, 2004, "Textured shape memory alloys : experimental and theoretical approach to define equivalent stress and strain", ICEM 12, 12th International Conference on Experimental Mechanics, 29 august – 2 september, 2004, Politecnico di Bari, Italy
- [7] C. Bouvet, S. Calloch and C. Lexcellent, 2004, Phenomenological model for pseudoelasticity of shape memory alloys under multiaxial proportional and non-proportional loadings, European Journal of Mechanics, A/Solids, Volume 23, pp 37-61,
- [8] C. Lexcellent, M.L. Boubakar, C. Bouvet and S. Calloch, 2005, "Modelling shape memory alloy behaviour based on the phase transformation surface identification under proportional loading and anisothermal conditions", Int. J. of Solids and Structure, à paraître
- [9] F. Auricchio, L. Favarelli, G. Magonette, V. Torra, 2001. Considerations on the constitutive modeling of SMA. In: SMA Advance in Modeling and Applications. CIMNE, Barcelona, pp. 125-173.
- [10] C. Lexcellent, A. Vivet, C. Bouvet, S. Calloch, P. Blanc, 2002, Experimental and numerical determinations of the initial surface of phase transformation under biaxial loading in some polycrystalline shape-memory alloys, J. of the Mech. and Phys. of Solids, 50, pp. 2717-2735
- [11] C. Lexcellent, P. Blanc, 2004, Phase transformation yield surface determination for some shape memory alloys, Acta Materialia, 52, pp. 2317-2324
- [12] J.M. Ball, R.D. James, 1987, Fine phase mixtures as minimizes of energy, Arch. For Rational Mechanics and Analysis, 100(1), pp. 13-52
- [13] J.M. Ball, R.D. James, 1992, Proposed experimental tests of a theory of fine microstructure and the two well problem, Philosophical Transactions of the Royal Society of London A., 318, pp. 389-450
- [14] K. Bhattacharya, 2003, Microstructure of martensite, Oxford series on materials modelling, Oxford Materials
- [15] S. Arbab Chirani, E. Patoor, 2000, Influence of the crystallographic texture on transformation surface in shape memory alloys, The 3rd Japan-France Seminar on Intelligent Materials and Structures
- [16] D. Aleong, C. Dumont, S. Arbab Chirani, E. Patoor and D.L. McDowell, 2002, Transformation surfaces of a textured pseudoelastic polycrystalline Cu Zn Al shape memory alloy, J. of Int. Mat. Syst. and Struct., 13, 12, pp. 783-793

- [17] W. Tirry, D. Schryvers, 2004, Superelastic properties of Ni Ti investigated by TEM", private communication
- [18] Perreux D. and LExcellent C., Theoretical and experimental study of a smart hinge-beam based on shape memory alloy wire actuators, J. of Intelligent and robotic systems, 25, 167-182, 1999.
- [19] Kohl M., Krevet B. and Just E., SMA microgripper system, Sensors and actuators, A 97-98, p. 646-652, 2002.
- [20] Kohl M. and Skrobanek K.O., Linear actuators based on the shape memory effect, Sensors and actuators, A70, p. 104-111, 1998.
- [21] Vieille B. , De l'élaboration d'un modèle numérique à la prédiction du comportement de structures minces en alliage à mémoire de forme, PhD Thesis n°987, University of Franche-Comté, 2003.