



**HAL**  
open science

## **Etude mécanique de micro-miroirs sphériques réalisés par flambage de membranes minces multicouches**

Jean Thevenet, Patrick Delobelle, Pascal Blind, Valérie Pétrini, Michel de Labachellerie

### ► **To cite this version:**

Jean Thevenet, Patrick Delobelle, Pascal Blind, Valérie Pétrini, Michel de Labachellerie. Etude mécanique de micro-miroirs sphériques réalisés par flambage de membranes minces multicouches. 17e Congrès Français de Mécanique (CFM2005), Aug 2005, Troyes, France. <hal-00019722>

**HAL Id: hal-00019722**

**<https://hal.science/hal-00019722v1>**

Submitted on 25 Apr 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons CC BY 4.0 - Attribution - International License

## Etude mécanique de micromiroirs sphériques réalisés par flambage de membranes minces multicouches.

Julien Thevenet<sup>°</sup>, Patrick Delobelle<sup>†</sup>, Pascal Blind<sup>#</sup>, Valérie Pétrini<sup>°</sup>, Michel de Labachellerie<sup>°</sup>.

<sup>°</sup>Institut FEMTO-ST  
département LPMO  
32, Avenue de l'observatoire  
25000 Besançon

<sup>†</sup>Institut FEMTO-ST  
département LMARC  
24, Chemin de l'épître  
25000 Besançon

<sup>#</sup>Centre de Transfert en Micro  
et Nanaotechnologie  
39, Avenue de l'observatoire  
25007 Besançon

### Résumé :

*L'objet de cet article est l'étude et la réalisation de micromiroirs concaves pour des applications à la micro-optique. Fabriquer des miroirs sphériques de bonne qualité optique sans utiliser de polissage est un défi intéressant, et très utile pour la réalisation de micro-composants optiques sophistiqués en utilisant les technologies de la microélectronique. La méthode explorée dans ce travail consiste à utiliser une membrane ultra-mince, constituée d'un empilement de bicouches identiques, dont l'enchaînement permet de maîtriser la réflectivité, et dont les contraintes internes conduisent à une déformée approximativement sphérique obtenue par flambage. Nous présentons tout d'abord le procédé de fabrication qui a permis de réaliser ces membranes multicouches pour l'optique, puis nous montrons qu'il est possible de quantifier les contraintes mécaniques dans ces membranes par mesure de leurs flèches au moyen de modèles de flambage appropriés. Nous montrons également que la contrainte moyenne de l'empilement peut être obtenue par la mesure séparée des contraintes de dépôt de chaque couche. Ainsi, nous validons un modèle qui permet de prédire les contraintes de l'empilement, ainsi que la flèche de la membrane concave obtenue, connaissant la géométrie de l'empilement et les caractéristiques mécaniques de chaque couche (module d'élasticité, contraintes de dépôt).*

### Abstract :

*This paper is devoted to the study of a method for the fabrication of concave micromirrors for optical applications. The studied method is based on a multilayer ultra-thin membrane, composed of a stack of identical bilayers, designed to obtain the desired reflection coefficient. An approximately spherical shape is obtained by the buckling of the membrane under an in-plane isotropic compressive stress. This paper presents the context of this study, and shows how to measure and to model the average stress in a stack whose material and geometrical characteristics (number and thickness of the layers), are imposed by the optical application. We first present the fabrication process that we have developed to make these multilayers membranes, and then we show that it is possible to derive their average stress from a deformation measurement, thanks to an appropriate buckling model. Then we show that the average stress inside the membrane can be obtained by a separate measurement of the stress associated to the deposition of each individual layer. Hence, we have elaborated and tested a model that allows the prediction of the average stress inside this class of multilayer stacks, as well as the deformation of the obtained concave membrane, as a function of the geometrical and mechanical parameters (stresses and Young's modulus) of each layer.*

### Mots clefs :

**MOEMS ; flambage ; nano-indentation ; membranes multicouches.**

## 1 Introduction

Pour certaines applications de la micro-optique, il est nécessaire de pouvoir réaliser des miroirs concaves de bonne qualité, on peut penser à la réalisation de micro-interféromètre de Fabry-Perot plan-concaves [1]. Il devient alors intéressant dans ce contexte, de rechercher des méthodes originales de réalisation de miroir quasi-sphériques de bonne qualité optique.

Notre objectif est de réaliser des membranes réfléchissantes à une longueur d'onde donnée que nous voulons pouvoir fixer à volonté. Ce miroir ainsi réalisé devra, de plus, présenter une forme concave, et pour cela nous voulons explorer la réalisation de membranes-miroir par empilements successifs de paires de

couches minces de silice et de nitrure de silicium contraintes en compression (FIG. 1). La concavité de la membrane-miroir sera obtenue par déformation sous l'effet de flambage de la membrane contrainte en compression. Les travaux que nous présentons constituent l'étude préliminaire des contraintes dans des empilements multicouches constitués de  $n$  paires identiques de couches de silice et de nitrure de silicium.

## 2 Réalisation des membranes

### 2.1 Le procédé de fabrication

Nous avons réalisé les échantillons (FIG. 2) en utilisant les procédés de microfabrication standards fondées sur les technologies des microsystèmes. Nous réalisons dans un premier temps (a) la couche mince du miroir de Bragg par PECVD (Plasma Enhanced Chemical Vapor Deposition) que nous structurons par lithographie (b). Puis en face arrière, nous effectuons un dépôt d'aluminium (c) par pulvérisation cathodique d'une épaisseur de 200 nm, que nous structurons également (d). Ensuite, nous procédons à une gravure ionique réactive profonde (DRIE) du silicium (e) jusqu'à libération complète de la membrane de Bragg. Les membranes ainsi libérées se déformeront sous l'action de contraintes internes.

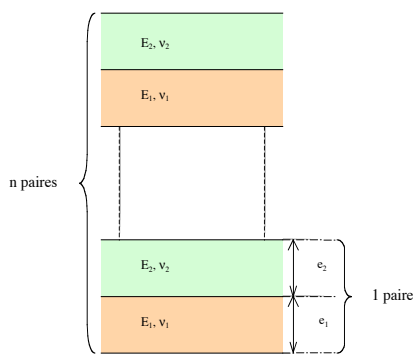


FIG. 1 – Structure de l'empilement de  $n$  paires de couches de silice et de nitrure de silicium.

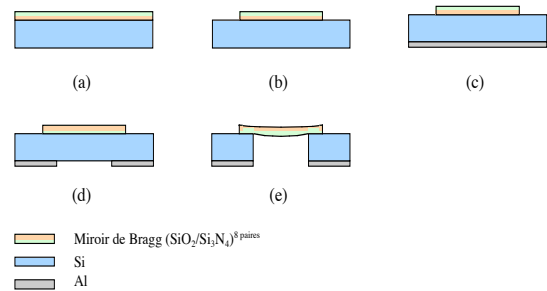


FIG. 2 – Diagramme de fabrication des échantillons.

### 2.2 Les différents types d'empilement

Nous avons réalisé plusieurs séries de membranes multicouches en faisant varier le nombre total de couches minces déposées, tout en conservant l'épaisseur totale de la membrane ainsi que le rapport entre l'épaisseur totale de silice déposée et l'épaisseur totale de nitrure de silicium déposée.

Le tableau suivant résume les différentes structures d'empilement que nous avons étudiées dans les travaux qui sont rapportés ici. L'épaisseur totale  $e_f$  des membranes réalisés est donnée, ainsi que les différents diamètres de membranes qui ont été obtenus par le procédé décrit ci-dessus.

Structure de l'empilement	$e_f$	Flèches mesurées (en $\mu\text{m}$ )				
		Rayon des membranes réalisées				
		100 $\mu\text{m}$	200 $\mu\text{m}$	300 $\mu\text{m}$	500 $\mu\text{m}$	700 $\mu\text{m}$
$\text{SiO}_2/\text{Si}_3\text{N}_4$ (1 paire)	3,2 $\mu\text{m}$	6 $\mu\text{m}$	17 $\mu\text{m}$	21 $\mu\text{m}$	/	/
$\text{Si}_3\text{N}_4/\text{SiO}_2$ (1 paire)	3,2 $\mu\text{m}$	6 $\mu\text{m}$	17 $\mu\text{m}$	/	/	/
$(\text{Si}_3\text{N}_4/\text{SiO}_2)^{2 \text{ paires}}$	4,7 $\mu\text{m}$	8,4 $\mu\text{m}$	27 $\mu\text{m}$	/	/	/
$(\text{Si}_3\text{N}_4/\text{SiO}_2)^{8 \text{ paires}}$	3,2 $\mu\text{m}$	7,7 $\mu\text{m}$	19 $\mu\text{m}$	24 $\mu\text{m}$	38 $\mu\text{m}$	49 $\mu\text{m}$

TAB. 1 –Tableau récapitulatif des différents échantillons réalisés et des flèches mesurées.

Nous pouvons remarquer que l'un des échantillons présente une épaisseur totale plus importante, ceci provient d'une vitesse de dépôt plus importante lors de la fabrication de cet échantillon.

## 2.3 Mesure des paramètres mécaniques et géométriques des couches réalisées.

Il est nécessaire, pour déterminer la contrainte moyenne dans la membrane mince multicouche, de connaître les propriétés mécaniques des matériaux que nous déposons, ainsi que les paramètres géométriques de la déformée de la membrane

Les modules biaxés  $E_{\text{SiO}_2}/1-\nu_{\text{SiO}_2}^2$  et  $E_{\text{Si}_3\text{N}_4}/1-\nu_{\text{Si}_3\text{N}_4}^2$  sont évalués par nanoindentation [2][3] directe sur un film de silice ( respectivement de nitrure ), d'une épaisseur d'environ 200 nm déposé sur un substrat de silicium. En prenant  $\nu_{\text{SiO}_2} = \nu_{\text{Si}_3\text{N}_4} = 0,28$ , on évalue  $E_{\text{SiO}_2} = 60 \text{ GPa} \pm 5 \text{ GPa}$  et  $E_{\text{Si}_3\text{N}_4} = 160 \text{ GPa} \pm 10 \text{ GPa}$ .

Les mesures de flèche au centre de la membrane ont été réalisées à l'aide d'un profilomètre interférométrique de marque Fogale Nanotech. Nous obtenons ainsi une cartographie en fausses couleurs du profil des membranes. Les profils tridimensionnels ont été mesurés et nous en avons extrait les flèches maximales au centre de la membrane.

## 3 Détermination des contraintes moyennes.

D'après les échantillons que nous avons réalisés, nous pouvons pour différents diamètres et différents types d'empilement représenter les variations des amplitudes de flèches  $h$ . Pour cela nous calculons et nous représentons la relation expérimentale  $h/e_f = f(a)$ , où  $e_f$  est l'épaisseur totale du film et  $a$  le rayon des membranes. De la relation  $h/e_f = f(a)$ , connaissant les paramètres géométriques des membranes,  $a$  et  $n$  le nombre de paires de couches,  $e_f = n(e_1 + e_2)$  l'épaisseur totale du film, et la nature des matériaux constituant ces membranes,  $E_i, \nu_i$ , module de Young et coefficient de Poisson de chacun des matériaux (silice et nitrure de silicium), il est possible d'en déduire la contrainte moyenne  $\sigma_0$  dans les membranes planes isotropes.

Suivant l'amplitude des rapports  $h/e_f$  plusieurs situations sont à considérer, concernant la formulation et la résolution du système d'équation différentielles [4] gérant le problème du flambage. Trois cas sont à considérer :

- Les petites flèches, à partir de la contrainte critique de flambement  $\sigma_{cr}$  ( $h/e_f = 0$ ) à  $h/e_f \approx 0,8$ , le problème considéré est de la flexion de membrane,
- Les flèches intermédiaires où flexion et tension de membrane sont simultanément présentes,  $0,8 < h/e_f < 8$ ,
- Et enfin les grandes flèches  $h/e_f \geq 8$  où c'est essentiellement la tension de la surface qui gère l'équilibre des membranes. Nous avons donc 3 équations qui décrivent la relation  $h/e_f = f(a)$ .

Nous donnons dans la suite les équations correspondant à ces trois cas sans entrer dans le détail de leurs obtentions.

### 3.1 Définition des modules de traction et de flexion équivalents généralisés.

Pour des structures à  $n$  paires de couches (silice et nitrure de silicium) (FIG. 1), nous définissons deux modules différents, le module de traction équivalent  $E_m$ , et le module de flexion équivalent  $E_{fn}$ .  $E_1$  et  $E_2$  sont respectivement les modules de Young et  $e_1, e_2$  les épaisseurs des couches de silice et de nitrure de silicium, composant chaque paire.  $E_m$  est le module de traction équivalent de la membrane, soit :

$$E_m = \frac{E_1 \cdot e_1 + E_2 \cdot e_2}{e_1 + e_2} \quad (1). \quad E_{fn} \text{ est le module de flexion effectif de la membrane, soit pour } n \text{ le nombre de paires de couches :}$$

$$E_{fn} = \frac{C_0 \cdot (E_1^2 e_1^4 + E_2^2 e_2^4) + C_1 \cdot (E_1^2 + E_2^2) e_1^2 e_2^2 + C_2 \cdot (E_1^2 e_1^2 + E_2^2 e_2^2) e_1 e_2 + C_3 \cdot (e_1^2 + e_2^2) e_1 e_2 E_1 E_2 + C_4 \cdot e_1^2 e_2^2 E_1 E_2}{n^2 (E_1 e_1 + E_2 e_2) (e_1 + e_2)^3}$$

(2) avec :

$$C_0 = n^2 \quad C_1 = n^2 - 1 \quad C_2 = 2 \cdot (n^2 - 1) \quad C_3 = 2 \cdot (n^2 + 1) \quad C_4 = 2 \cdot (2n^2 + 1)$$

Ainsi  $E_{fn} \leq E_m$ . On note que si les modules des différents matériaux sont identiques on retrouve le module de traction, de même que si le nombre  $n$  de paires de couches devient important.

## 3.2 Modèle mécanique d'exploitation des flèches des membranes.

### 3.2.1 Les petites flèches.

Pour les **petites flèches**, c'est à dire sensiblement où le rapport  $h/e_f$  est inférieur à 0,8, on peut montrer en étudiant le problème de la déflexion d'une membrane circulaire sous un chargement ponctuel en son centre [5] que l'équation  $h/e_f = f(a)$  est de la forme :

$$\frac{h}{e} = \left( \frac{4\pi E_{fn}}{3(1-\nu^2)E_m} \frac{-1}{g(k_0) \cdot C(\nu, \frac{h}{e}, k_0)} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ où } k_0 = \beta \cdot a \text{ avec } \beta = \left( \frac{12 \cdot (1-\nu^2) \cdot \sigma_0}{E_{fn} \cdot e_f^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

$$\text{et où } g(k_0) = \frac{8}{k_0^2} \left( \frac{\frac{\pi}{2} Y_1(k_0) + \frac{1}{k_0}}{J_1(k_0)} \cdot (1 - J_0(k_0)) + \frac{\pi}{2} Y_0(k_0) - \text{Ln}\left(\frac{k_0}{2}\right) - \gamma \right) \quad (4)$$

Dans cette dernière équation,  $Y_0, Y_1$  sont les fonctions de Bessel de première espèce respectivement d'ordre 0 et 1,  $J_0, J_1$  sont les fonctions de Bessel de seconde espèce respectivement d'ordre 0 et 1, et  $\gamma$  la constante d'Euler. Le premier zéro de  $J_1(k_0)$  correspond à la valeur de  $k_{0cr}$  obtenue pour la contrainte critique de flambement. Connaissant  $k_{0cr} = 3,83$ , on en déduit la contrainte critique de flambage

$$\sigma_{0cr} = \frac{k_{0cr}^2 \cdot e_f^2 \cdot E_{fn}}{12 \cdot (1-\nu^2) \cdot a^2} \quad (5).$$

Dans la première relation, on prend comme hypothèse simplificatrice  $\nu = \nu_{SiO_2} = \nu_{Si_3N_4} = 0,28$  est le coefficient de Poisson des deux matériaux, et  $e_f$  est l'épaisseur totale de la membrane, (si  $n$  est le nombre de bicouches identiques :  $e_f = n(e_1 + e_2)$ ). Le paramètre  $C$ , intervenant dans l'équation (3) est une constante dépendant de  $\nu$ , de la flèche  $h/e_f$  et de la contrainte moyenne  $\sigma_0$ . Des calculs par éléments finis ont permis de recalculer cette fonction jusqu'aux grandes flèches. Ainsi pour  $h/e_f = 0$ , on retrouve la solution de Timoshenko [6]  $C(\nu, 0, 0) = \frac{1,87}{1-\nu^2}$ . Pour des flèches supérieures, l'influence de la contrainte moyenne  $\sigma_0$

reste assez faible et l'on ne considère que la dépendance avec la flèche soit :

$$C(\nu, \frac{h}{e_f}, 0) = \frac{1,87}{1-\nu^2} \cdot \left( 1 - 0,57 \cdot \left( 1 - e^{-0,168 \frac{h}{e_f}} \right) \right) \quad (6) \text{ ainsi } C(\nu, 0, 0) = 2,03, \text{ et } C(\nu, 1, 0) = 1,85 \text{ pour } \nu = 0,28.$$

Pour les très petites flèches ( $h/e_f \leq 0,2$ ), la solution de Timoshenko est exacte, par contre pour des flèches plus importantes,  $0,2 < h/e_f < 0,8$  un recalage par éléments finis, via le paramètre  $C$  (6) est nécessaire.

### 3.2.2 Les flèches intermédiaires.

Pour les **flèches intermédiaires** ( $0,8 < h/e_f < 8$ ), il n'existe pas de solution analytique au problème et seul un recalage par éléments finis de solutions analytiques est envisageable. Les dernières solutions purement analytiques exactes correspondent à  $h/e_f \approx 1$  [7]. L'analyse par éléments finis de la déflexion d'une membrane circulaire sous un chargement ponctuel en son centre pour  $0,8 < h/e_f < 8$  montre que

$$\text{l'équation (3) s'applique mais pour } k \neq k_0, \text{ soit : } \frac{h}{e_f} = \left( \frac{4\pi E_{fn}}{3(1-\nu^2)E_m} \frac{-1}{g(k) \cdot C(\nu, \frac{h}{e}, 0)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (7) \text{ mais avec}$$

$$k^2 = k_0^2 - 12 \cdot (1-\nu^2) \cdot \gamma \cdot \left\langle \frac{h}{e_f} - 0,8 \right\rangle^2 \quad (8) \text{ avec } \gamma = 0,89 \text{ et } \langle \rangle \text{ représentent les crochets de Macauley.}$$

Ainsi pour  $h/e_f < 0,8$ ,  $k = k_0$  et on retrouve la solution petite flèches (3). La valeur de  $k_0$  pour  $h/e_f = 0,8$  est de 4,74. Donc les deux relations la même valeur pour  $h/e_f = 0,8$  pour  $k = k_0 = 4,74$ . En fait, chacune des deux expressions (7) et (8) sont respectivement les solutions du système des deux équations différentielles découplées [4], celles-ci étant recalées par voie numérique. La première équation (7) correspond à la solution analytique en petite flèche, tandis que la seconde équation (8) correspond à la solution en grandes flèches. Ces deux solutions se raccordent pour  $h/e_f = 0,8$ , soit  $k = 4,74$ . On assure ainsi la continuité des deux solutions. La solution flèche intermédiaire est donc assez bien décrite par :

$\frac{h}{e_f} = 0,8 + \frac{k_0}{\sqrt{12 \cdot (1 - \nu^2) \cdot \gamma} \sqrt{1 - \frac{k^2}{k_0^2}}}$  où  $\gamma = 0,89$ ,  $k = 4,74$  et  $k_0 = \beta' \cdot a$  avec  $\beta' = \left( \frac{12 \cdot (1 - \nu^2) \cdot \sigma_0}{E_m \cdot e_f^2} \right)^{1/2}$  (9). On

prendra  $E_m$  dans  $\beta'$  plutôt que  $E_{fn}$  dans  $\beta$  afin d'assurer également la continuité avec la solution très grande flèche, dans tous les cas. A partir de  $h/e_f \approx 1$  l'influence du module de flexion devient faible.

### 3.2.3 Les grandes flèches.

Pour le cas des **grandes flèches**,  $k_0 \gg k$ , d'où d'après l'équation (9)  $\frac{h}{e_f} = 0,8 + \frac{k_0}{\sqrt{12 \cdot (1 - \nu^2) \cdot \gamma}}$  (10)

qui, quand  $k_0$  est particulièrement grand (très grandes flèche), se réduit à :  $\frac{h}{e_f} = \frac{k_0}{\sqrt{12 \cdot (1 - \nu^2) \cdot \gamma}} = \frac{a}{e_f} \sqrt{\frac{\sigma_0}{E_m \cdot \gamma}}$  (11)

. La solution analytique donnée par Timoshenko pour les grandes flèches (ici grandes flèches correspond à  $h/e_f \geq 1,5$ ) est telle que  $\frac{h}{e_f} = \frac{k_0}{\sqrt{12 \cdot (1 - \nu^2) \cdot \gamma}}$  avec  $\gamma = 1,23$ .

Cette expression est en accord avec les résultats de Ziebart et al [8] obtenus par EF jusqu'à des valeurs  $h/e_f = 20$ . En effet ces travaux mènent à l'expression :  $\frac{h}{e_f} = 0,5 + \frac{k_0}{\sqrt{12 \cdot (1 - \nu^2) \cdot \gamma}}$  avec  $\gamma = 0,97$ , ce qui,

pour les grandes flèches donne une fonction très proche de celle de l'équation (éq. 10) où  $\gamma = 0,89$ .

### 3.2.4 Exploitation des résultats de mesure :

Pour déterminer la contrainte résiduelle moyenne dans nos membranes, il suffit de tracer les représentations des trois équations (3), (9) et (10) donnant la relation  $h/e_f = f(a)$ , ces courbes étant paramétrées par la contrainte  $\sigma_0$  qui est le seul paramètre libre, de façon à passer au mieux par les points expérimentaux  $h/e_f$  fonction des rayons  $a$ .

Un exemple est tracé sur la figure suivante, pour les trois fonctions avec les points expérimentaux des membranes de 8 paires, soit 16 couches au total. Les courbes sont tracées pour  $\sigma_0 = 500$  MPa.

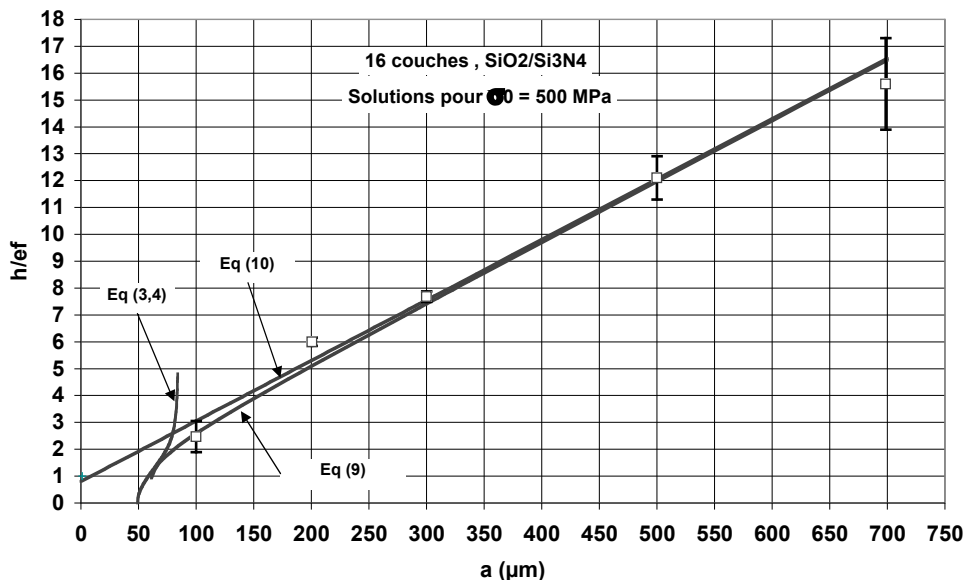


FIG. 2 – Tracé des 3 représentations des équations (3), (9) et (10) avec les points expérimentaux.

L'ajustement a été réalisé sur les quatre types d'empilements pour différents diamètres de membranes et le tableau ci-après résume les valeurs des contraintes moyennes que nous avons déduit des mesures de flèches par la méthode présentée précédemment pour chacun des types d'empilement.

Structure de l'empilement	$e_f$	Contraintes moyennes	$a_{cr}$ (rayon critique)
SiO <sub>2</sub> /Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub> (1 paire)	3,2 $\mu$ m	$\sigma_0 = 450$ MPa	58 $\mu$ m
Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub> / SiO <sub>2</sub> (1 paire)	3,2 $\mu$ m	$\sigma_0 = 450$ MPa	58 $\mu$ m
(Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub> / SiO <sub>2</sub> ) <sup>2</sup> paires	4,7 $\mu$ m	$\sigma_0 = 550$ MPa	70 $\mu$ m
(Si <sub>3</sub> N <sub>4</sub> / SiO <sub>2</sub> ) <sup>8</sup> paires	3,2 $\mu$ m	$\sigma_0 = 500$ MPa	50 $\mu$ m

TAB. 2 –Tableau récapitulatif des contraintes moyennes en fonction du type d'empilement.

En résumé, à épaisseur de membrane constante, quelle que soit la structure de l'empilement, on peut dire que pour l'ensemble des membranes testées on obtient sensiblement :  $\sigma_0 = 500$  MPa  $\pm$  50 MPa.

## 4 Discussions

Lors d'une étude précédente [5], il a été étudié l'amplitude des contraintes résiduelles sur des bimorphes SiO<sub>x</sub>N<sub>y</sub>/Si pour des indices optiques compris entre 1,49 et 1,81. La méthode d'obtention des oxynitrures de silicium SiO<sub>x</sub>N<sub>y</sub> est identique à celle de notre étude. Ainsi pour la silice SiO<sub>2</sub>,  $n = 1,49$ ,  $\sigma_0 = -126$  MPa et pour le nitrure de silicium Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>,  $n = 2$ ,  $\sigma_0 = -954$  MPa. Dans ce dernier cas il s'agit d'une valeur obtenue en extrapolant les valeurs de  $\sigma_0$  de  $n = 1,81$  à  $n = 2$ . Si l'on considère ces deux valeurs, la contrainte moyenne dans le multicouche SiO<sub>2</sub>/Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>, dont chacune des épaisseurs est connue, devrait être :

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_{0SiO_2} \cdot e_1 + \sigma_{0Si_3N_4} \cdot e_2}{e_1 + e_2} = 480 \text{ MPa.}$$

Cette valeur est assez conforme à la moyenne de cette étude qui est de  $\sigma_0 = 500$  MPa  $\pm$  50 MPa. On notera que l'on accède également par cette analyse aux rayons critiques de flambement  $a_{cr}$  (table 2).

## 5 Conclusions

Pour conclure, ces travaux ont prouvé la faisabilité de membranes ultra fines déformées par flambage, la mesure de cette déformée permet d'estimer la contrainte moyenne dans un empilement multicouches. Cependant, il n'a pas été possible d'extraire une information sur l'influence de la nature de l'empilement sur la valeur de la contrainte moyenne.

Il est possible de déterminer quantitativement la déformation relative  $h/e_f$  connaissant le rapport  $e_1/e_2$ , les contraintes de dépôt de chaque matériau en fonction du rayon de la membrane en utilisant l'équation (10). Ainsi, nous validons un modèle qui permet de prédire les contraintes de l'empilement, ainsi que la flèche de la membrane concave obtenue, connaissant la géométrie de l'empilement et les caractéristiques mécaniques de chaque couche (module d'élasticité, contraintes de dépôt). Nous déduisons le rayon de courbure des empilements de Bragg en son centre par prédiction de la flèche, ce qui nous permettra ultérieurement de concevoir et d'estimer les performances des interféromètres de Fabry-Perot plan-concave utilisant nos membranes-miroirs concaves.

## References

- [1] P. Tayebati, P. Wang, M. Azimi, et al. " Microelectromechanical tunable filter with stable half symmetric cavity", Electronics letters, 1998, 34 (20), pp 1967-1968.
- [2] W. C. Oliver, G. M. Pharr, " An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation experiments". J. Mater. Res., Vol 7, No. 6, Juin 1992, pp1564-1583.
- [3] M. De Labacherie, " Techniques de fabrication des microsystèmes 1", Hermes Sciences, 2004, pp 279-281.
- [4] F. Bloom, D. Coffin, "Handbook of thin plate buckling and postbuckling", Chapman & Hall, 2001.
- [5] M. Jozwik, P. Delobelle, C. Goreki, et al, "Optomechanical characterisation of compressively prestressed silicon oxynitride films deposited by plasma-enhanced chemical vapor deposition on silicon membranes", Thin Solid Films, 469 (2004), pp 84-92.
- [6] S. Timoshenko, S. Woinowsky-Krieger, "Théorie des plaques et coques", Librairie Polytechnique, Ed. Ch. Beranger, Paris, (1961).
- [7] R. Schmidt, "large deflection of clamped circular plate", J. of Eng. Mechanics Division, Vol 14, N° EM6, (1968), pp 1603-1606.
- [8] V. Ziebart, O. Paul, H. Blates, "Strongly buckled square micromachined membranes", J. of Microelectromechanical Systems, Vol. 8, 4, (1999), pp 423-432.