



**HAL**  
open science

**Time-scale analysis of acoustic scattering by elastic spherical shells for impulse sources. Analyse temps-echelle de la diffusion acoustique par des coques spheriques elastiques en regime impusionnel.**

Ginette Saracco, Claude Gazanhes, Jean Sageloli, Jean-Pierre Sessarego

► **To cite this version:**

Ginette Saracco, Claude Gazanhes, Jean Sageloli, Jean-Pierre Sessarego. Time-scale analysis of acoustic scattering by elastic spherical shells for impulse sources. Analyse temps-echelle de la diffusion acoustique par des coques spheriques elastiques en regime impusionnel.. Journal d'Acoustique, 1990, 3, pp.381-392. hal-00018902

**HAL Id: hal-00018902**

**<https://hal.science/hal-00018902v1>**

Submitted on 12 Feb 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification

Physics Abstracts

43.30G — 43.30B

## Analyse temps-échelle de la diffusion acoustique par des coques sphériques élastiques en régime impulsif

Ginette Saracco, Claude Gazanhes, Jean Sageloli et Jean-Pierre Sessarego

Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, Equipe Ultrasons, 31 Ch. J. Aiguier, 13402 Marseille cedex 9, France

(Reçu le 29 mars 1989, révisé le 29 décembre 1989, accepté le 25 juin 1990)

**Résumé.** — Les méthodes temps-fréquence telles que la distribution de Wigner-Ville-lissée, ont déjà été utilisées pour caractériser des diffuseurs de formes géométriques simples. Nous présentons ici les résultats obtenus à partir d'une nouvelle méthode de type temps-échelle appelée transformée en ondelettes. Cette transformation est utilisée ici, pour analyser des données issues d'une expérience de diffusion acoustique par des coques sphériques, élastiques, immergées dans l'eau. Les résultats obtenus sont avant tout préliminaires et semi quantitatifs. Ils indiquent néanmoins, de façon convaincante que certaines caractéristiques physiques, telles que types d'ondes, vitesse de groupe et loi de dispersion peuvent être estimées.

**Abstract.** — Time-frequency methods, such smoothed Wigner-Ville transforms, have already been used in studies of the possibility of characterizing scatterers of simple geometric shape. We present here results obtained with the help of a time-and-scale method, the so-called wavelet transform. This transform is used here to analyze results from a scattering experiment on spherical elastic shells, in water. The results obtained are as yet preliminary and semi-quantitative. They indicate however convincingly that certain physical quantities such as type of waves, group velocity, and dispersion laws can be estimated with the help of wavelet methods.

### 1. Introduction générale.

Nous savons qu'un corps immergé dans un milieu environnant fluide et se trouvant "insonné" (soumis à une source acoustique impulsif), renvoie un écho à travers ce milieu, ou support. Cette réponse qu'on appellera "signature acoustique" dépend à la fois de la forme de l'objet et de sa nature. Elle montre que pour un même objet (paramètres géométriques et élastiques fixés), il existe à certaines fréquences, un phénomène de résonance de la cible.

La question naturelle que l'on vient à se poser est : "peut-on, à partir de l'étude de réponses de cibles, caractériser ces dernières ?".

Une étude du mécanisme de la diffusion acoustique par des coques de formes géométriques simples devient nécessaire. En fonction de critères d'analyse que l'on se fixe et de la finesse des résultats souhaités, se pose le choix de méthodes d'analyse les plus adéquates à notre problème. L'analyse d'échos, donc la caractérisation de cibles dépendra fortement de la méthode choisie.

Nous entendons par critères d'analyse, des critères permettant d'appréhender des grandeurs physiques propres au phénomène de diffusion d'ondes telles que vitesse de

groupe, maximum d'énergie, loi de dispersion de la vitesse, présence caractéristique de certains types d'ondes et leur temps d'arrivée. D'autres critères liés à la méthode même peuvent être introduits.

Les signaux de réponse de cibles entrent dans la catégorie de signaux transitoires. Au lieu des méthodes classiques purement temporelles, ou purement fréquentielles, nous choisirons des méthodes s'adaptant à des évolutions rapides, et pouvant conserver à la fois les caractéristiques fréquentielles et temporelles du signal. Les méthodes classiques temps-fréquence les plus performantes, sont de type Wigner-Ville (pseudo-Wigner-Ville-lissé) [1-2] ou Fourier à court terme (transformation de Gabor) [3]. Nous utiliserons pour notre part, la transformée en ondelettes qui est une méthode de type temps-échelle (analyse à  $\frac{\Delta f}{f} = \text{Cst.}$ ) [4]. Elle permet de décomposer et d'analyser un signal arbitraire en une somme de contributions élémentaires d'"ondelettes" bien localisée dans le domaine temporel et fréquentiel.

La différence essentielle entre cette dernière, et les autres transformations, réside en une dilatation en temps au lieu

d'une translation en fréquence. La fenêtre temporelle, définie par l'ondelette elle-même, est alors automatiquement adaptée à l'échelle à laquelle le signal est analysé. Nous pouvons effectuer une analyse locale, à n'importe quel temps et n'importe quelle échelle, à  $\frac{\Delta f}{f} = \text{Cst}$ . Ceci rend cette méthode bien adaptée à la détection de singularités proches [4, 21, 24], et la différencie des méthodes classiques (par exemple Fourier à court terme, Gabor) qui effectue une analyse à  $\Delta f = \text{Cst}$ .

Cette méthode a la propriété d'être isométrique (conservation d'énergie). Le module au carré des coefficients d'ondelettes pourra s'interpréter comme une densité d'énergie. D'autre part, cette transformation est linéaire. Les artefacts présents dans la distribution de Wigner-Ville (dus à la bilinéarité) disparaissent ici. Cette méthode donne lieu à des formules exactes de reconstruction du signal. Par conséquent, toute l'information se trouve contenue dans la transformée, pour n'importe quel choix de la fonction analysante (ondelette). En prenant une ondelette progressive, (ce qui est naturel dans l'étude de phénomènes propagatifs [4-8]), nous avons de plus à notre disposition une double information sur la transformée d'un signal, son module et sa phase. Enfin, cette transformée qui est invariante par translation en temps est, par rapport aux autres transformations, invariante par une transposition en fréquence (exemple effet Doppler).

Nous allons voir comment cette méthode, qui a déjà fait l'objet d'applications dans le domaine de la propagation acoustique [5-8], peut être utilisée dans le cas de la diffusion acoustique.

## 2. Position du problème.

L'étude théorique et expérimentale de la diffusion acoustique par des coques de formes géométriques simples [9,15] a montré la relation existant entre résonances et ondes de surface. Nous pouvons citer à ce sujet les importants travaux de Überall et Derem.

En résumé, les ondes de surface peuvent se séparer en deux classes : celles ayant un support dans le milieu ambiant fluide (ondes de Stoneley, ondes de Franz appelées encore ondes rampantes) et celles ayant un support dans le milieu élastique, celui du diffuseur (ondes de Rayleigh, ondes de galeries à échos). Les ondes de Franz et celles de galerie à échos sont liées à la géométrie de la cible.

En ce qui concerne le phénomène de résonance, il a été montré [16] qu'il était lié à l'enroulement des ondes de surface autour du diffuseur (soit  $n + 1/2$  longueur d'onde sur un grand cercle pour la sphère,  $n$  longueur d'onde pour le cylindre).

On s'intéresse ici plus particulièrement aux diffuseurs sphériques creux et immergés dans un fluide, l'eau. Les coques, de faible épaisseur, réalisées en Fortal ( $\approx$  duralumin, i.e. : alliage à 95 % d'aluminium et 3,5 % de cuivre) ont un rapport de rayons (rayon intérieur sur rayon extérieur)  $r_i/r_e$  de 0,9 et 0,67. Les transducteurs utilisés lors des expérimentations, ont une fréquence centrale de l'ordre

de 500 kHz. Nous allons voir comment la transformée en ondelettes, par rapport à une ondelette analysante progressive  $g(t)$  peut être utilisée dans le cas de la diffusion acoustique.

L'expression de la pression rétrodiffusée par une coque sphérique élastique, creuse, en régime monochromatique est, pour une onde plane incidente :

$$P_{\text{diff}}(r, t) = P_0 e^{-i\omega t} \times \sum_{n=0}^{\infty} i^n (2n+1) A_n(kr_e) h_n^{(1)}(kr) P_n(\cos\theta)$$

où  $P_0$  représente l'amplitude de l'onde incidente ;

$A_n$  sont des fonctions dépendant du nombre d'onde réduit ( $kr_e$ ), et des caractéristiques de la géométrie de la cible. Elles s'écrivent comme le rapport de 2 déterminants ( $6 \times 6$ ) qui prend en compte les conditions aux limites (interfaces) [10, 11]. Les résonances dues aux interfaces (coque) correspondent aux singularités de ces fonctions [10, 16].

$h_n^{(1)}$  représentent les fonctions de Hankel sphériques de 1<sup>ère</sup> espèce (problème à symétrie de révolution)

$P_n$  sont les polynômes de Legendre.

Cette pression peut encore s'écrire :

$$P_{\text{diff}}(r, t) = P_0 e^{-i(\omega t - kr)} F_{\infty}(kr_e, \theta)$$

où

$$|F_{\infty}(kr_e, \theta)| = \frac{2}{kr_e} \times \left| \sum_{n=0}^{\infty} (-i)^n (2n+1) A_n(kr_e) P_n(\cos\theta) \right|$$

$F_{\infty}(kr_e, \theta)$  représente la fonction de forme en champ lointain. L'étude par analyse spectrale de la position des résonances de la coque, s'effectue à partir du module de cette fonction.

## 3. Qu'appelle-t-on transformée en ondelettes ?

**3.1 PRÉSENTATION GÉNÉRALE.** — La transformée en ondelettes est une méthode qui permet de décomposer un signal en une somme de contributions élémentaires appelées ondelettes. Ces ondelettes ont même forme et sont obtenues par dilatation (contraction)  $D^a$  et translation  $T^b$ , à partir d'une ondelette originelle  $g$ , appelée ondelette analysante. Elles forment donc une famille à deux paramètres  $g^{(b,a)}(p)$  ( $p$  étant une variable de temps ou d'espace). La paire  $\{b, a\}$  appartient au demi-plan ouvert,  $a$  étant strictement positif.

$$g^{(b,a)}(p) = T^b D^a [g(p)] = C(a) g\left(\frac{p-b}{a}\right) \quad (1)$$

(où  $C(a)$  est du type  $a^\alpha$ , et  $\alpha$  ne dépend que de la normalisation choisie).

Nous avons le choix de l'ondelette analysante  $g(p)$ , sous réserve de vérifier une condition dite d'admissibilité. Cette

condition peu restrictive s'écrit ici :

$$\int \frac{|\hat{g}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty, \tag{2}$$

où  $\hat{g}$  représente la transformée de Fourier de  $g$ . En pratique ceci signifie que l'on a  $\hat{g}(0) = 0$ , c'est-à-dire que  $g$  est de valeur moyenne nulle :  $\int g(p) dp = 0$ .

Nous pouvons imposer des conditions supplémentaires à l'ondelette, suivant le type de problème que l'on a à résoudre. Nous imposons ici, à l'ondelette d'être d'énergie finie :  $\int |g(p)|^2 dp < \infty$ , progressive (au sens que  $g$  est admissible et vérifie  $\hat{g}(\omega) = 0$  pour  $\omega < 0$ ) et d'être bien localisée dans le domaine temporel et fréquentiel. La progressivité de l'ondelette va nous permettre de définir correctement la phase de la transformée et d'avoir une interprétation physique du module de la transformée. Nous choisissons ici une ondelette de type Morlet qui est une gaussienne modulée :

$$g(p) = \exp(i\omega_0 p) \exp\left(\frac{-p^2}{2\sigma^2}\right) + \text{petites corrections.} \tag{3}$$

Nous avons vu que l'ondelette devait être admissible (2). Cette condition sera numériquement vérifiée pour la grandeur  $\omega_0$  supérieure ou de l'ordre de 5,5 pour une valeur  $\sigma = 1$ , si nous supposons que l'ondelette analysante est connue avec un précision de l'ordre de  $10^{-5}$ . Sous ces conditions les termes correctifs sont négligeables.

La transformée en ondelettes d'un signal  $s(p)$ , en un point  $(b, a)$  du demi-plan, est alors le produit scalaire de ce signal par l'ondelette :

$$a^{-1/2} \bar{g}\left(\frac{p-b}{a}\right) \text{ (normalisation } L^2) :$$

$$S(b, a) = a^{-1/2} \int s(p) \bar{g}\left(\frac{p-b}{a}\right) dp, \tag{4}$$

où  $\bar{g}$  représente le complexe conjugué de  $g$ .

Si  $p$  représente la variable temporelle, alors la transformation est celle d'un signal analytique. Ceci est dû à la progressivité de l'ondelette et peut se voir en écrivant la définition (4) dans l'espace fréquentiel.

La condition d'admissibilité est primordiale car elle fait de la transformée une isométrie partielle, au sens suivant : il existe une constante  $C_g$  non nulle, ne dépendant que de l'ondelette  $g$ , telle que pour tout signal  $s(p)$ , on ait :

$$\int |s(p)|^2 dp = C_g^{-1} \iint |S(b, a)|^2 \frac{db da}{a^2}.$$

Autrement dit, l'énergie du signal est conservée. Il existe alors une formule d'inversion de la transformée permettant la reconstruction du signal et qui s'écrit :

$$s(p) = \text{Re} \left[ C_g^{-1} \iint S(b, a) a^{-1/2} g\left(\frac{p-b}{a}\right) \frac{da db}{a^2} \right],$$

où  $\text{Re}$  représente la partie réelle.

Une remarque à ce niveau est à faire, indépendamment du choix de l'ondelette, toute l'information du signal est contenue dans la transformée. Cependant, lorsque nous voudrions étudier certaines caractéristiques du signal, nous prendrions alors une ondelette analysante appropriée aux phénomènes que l'on souhaite observer [17].

Nous n'avons pas besoin d'avoir une connaissance *a priori* du signal pour appliquer la transformée, cette méthode est non paramétrique.

**3.2 EXTRACTION DE LOIS DE MODULATION PAR TRANSFORMÉE EN ONDELETTES [18,20].** — Nous savons qu'en utilisant une approximation haute-fréquence (du type phase stationnaire, ligne de plus grande-pente ou méthode de col), on peut évaluer une intégrale de la forme :

$$\int_{\Gamma} F(\mu) e^{\beta p(\mu)} d\mu, \quad |\beta| \gg 1, \tag{5}$$

où  $\Gamma$  représente un contour dans le plan complexe,  $F$  et  $p$  des fonctions analytiques de la variable complexe  $\mu$ , régulières dans le plan et  $\beta$  un paramètre sans dimension ou réel complexe.

Pour de grandes valeurs du paramètre  $\beta$ , la contribution principale de cette intégrale provient des points  $\mu_0$  appelés selon le cas points stationnaires ou points selles, zéro de la fonction dérivée de  $p$ . Aux points selles, et pour de grandes valeurs de  $\beta$ , l'exponentielle prend sa valeur maximum. Sur les lignes de plus grandes pentes issues de ces points, nous avons  $\text{Im}[\beta p(\mu)] = \text{Cste}$ , la décroissance de l'exponentielle est rapide et sa phase est constante. Le chemin d'intégration se limite donc au voisinage de ces points. Dans ce cas  $p(\mu)$ , ( $\mu \in \mathbb{C}$ ) vérifie :

$$\text{Im}[p(\mu)] = \text{Im}[p(\mu_0)] = \text{Cste}, \quad \frac{dp(\mu)}{d\mu} = 0 \text{ en } \mu_0,$$

(point selle)

$\text{Re}[p(\mu_0)]$  est maximum sur  $\Gamma'$ ,

et  $\frac{dp(\mu)}{d\mu}$  vérifie les conditions de Cauchy.

Si  $p$  est une fonction de la variable réelle  $u$ , la contribution principale de ce type d'intégrale provient alors de points stationnaires  $u_0$  qui annulent  $p'(u)$ . L'intégrale est alors obtenue à l'ordre  $o(\beta^{-1})$  pour des points stationnaires d'ordre un (i.e. :  $p'(u_0) = 0$  et  $p''(u_0) \neq 0$ ). Pour des points stationnaires d'ordre  $n$ , (i.e. :  $p'(u_0) = \dots = p^{(n)}(u_0) = 0$  et  $p^{(n+1)}(u_0) \neq 0$ ), les contributions principales sont alors approchées à l'ordre  $o(\beta^{-1/n})$ .

En appliquant la méthode du point col, (ou phase stationnaire) à la transformée en ondelettes d'un signal présentant une loi de modulation arbitraire  $h(t)$ , nous pouvons nous restreindre à l'étude de la contribution principale contenue dans la transformée du signal et extraire des caractéristiques propres au signal étudié.

Soit  $g$  l'ondelette analysante,  $g(t) = A_g(t) e^{i\varphi_g(t)}$ , et  $u_0$

le point stationnaire supposé d'ordre un.

L'expression de la transformée en ondelettes d'un signal  $s(t)$  défini par  $s(t) = A(t) e^{i h(t)}$ , s'écrit :

$$S(b, a) \approx \sqrt{\frac{\pi}{\beta a}} \xi(0) e^{i \beta \Phi(u_0)} e^{+i \pi/4} \operatorname{sgn}[\Phi''(u_0)] + o(\beta^{-1}) \quad (6)$$

où

$$\Phi(u_0) = h(u_0) + \omega_0 \left( \frac{u_0 - b}{a} \right)$$

$$\text{et } \xi(0) = F(u_0) \sqrt{\frac{2}{|\Phi''(u_0)|}}$$

$$\text{avec } F(u_0) = A(u_0) A_g(u_0) = A(u_0) e^{-(u_0 - b)^2 / 2(\sigma a)^2}$$

$$g(t) = A_g(t) e^{i \varphi_g(t)} = \exp(i \omega_0 t) \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right)$$

(d'après (3))

Soit :

$$\frac{d\Phi(t)}{dt} = \frac{dh(t)}{dt} + \frac{d\varphi_g[(t-b)/a]}{dt} =$$

$$= \frac{dh(t)}{dt} + \frac{1}{a} \frac{d\varphi_g[v(t)]}{dv}, \text{ où } v(t) = \frac{t-b}{a} \quad (7)$$

Les points stationnaires  $u_0$  vérifient :

$$\frac{d\Phi(t)}{dt} = 0, \text{ soit : } \frac{dh(t)}{dt} \Big|_{u_0} = -\frac{1}{a} \frac{d\varphi_g[v(t)]}{dv} \Big|_{u_0} \quad (8)$$

Nous voyons que les points stationnaires de l'intégrale correspondent au point où la fréquence de l'ondelette, suivant le paramètre d'échelle  $a$ , est égal à la fréquence instantanée du signal.

Pour l'ondelette de Morlet, nous avons :

$$\frac{dh(t)}{dt} \Big|_{u_0} = -\frac{\omega_0}{a} \Big|_{u_0} \quad (9)$$

$$\frac{d^2\Phi(t)}{dt^2} \Big|_{u_0} = \frac{d^2h(t)}{dt^2} \Big|_{u_0}$$

Les points stationnaires (ou points col) fournissant la contribution essentielle de l'intégrand, nous aurons alors pour la représentation en module de la transformée, des coefficients d'ondelettes qui seront maximum au voisinage des points  $u_0(b, a) = b$  (chemin d'intégration). Les points du demi-plan  $(b, a)$  vérifieront pour un  $a$  fixe :

$$\left( b, \Phi'_a(b) = -\frac{\omega_0}{a} \right) \text{ en } u_0(b, a) \quad (10)$$

Nous voyons alors que pour un signal  $s(t)$  ayant une loi de modulation arbitraire  $h(t)$ , la contribution principale

de la transformée en ondelettes sera donnée par le trajet d'intégration restreint au voisinage des points col. Celle-ci s'ordonne suivant un "squelette" correspondant à la variation de la fréquence instantanée du signal (9). Les lignes passant par les maxima du module de la transformée fourniront la loi de dispersion de la vitesse de groupe. Etudions, maintenant le comportement en phase de la transformée en ondelettes à partir de la relation (6). La phase notée  $\chi$  est décrite par la relation :

$$\chi(u_0(b, a)) = \beta \Phi(u_0(b, a)) + \frac{\pi}{4} \operatorname{sgn}[\Phi''(u_0(b, a))]$$

Si l'on regarde le comportement de la phase par rapport au paramètre d'échelle  $a$ , nous voyons d'après la relation (8) que :

$$\frac{\partial \chi(u_0(b, a))}{\partial a} = \beta \frac{\partial \Phi(u_0(b, a))}{\partial a}$$

$$= \beta \left( \left( \frac{\partial h(u_0(b, a))}{\partial u_0} + \frac{\partial \varphi_g[v(u_0(b, a))]}{\partial v} \right) \times \left( \frac{\partial v(u_0(b, a))}{\partial u_0} \right) \frac{\partial u_0(b, a)}{\partial a} \right)$$

$$= \beta \left( \left[ \frac{dh(t)}{dt} + \frac{1}{a} \frac{d\varphi_g[v(t)]}{dv} \right] \Big|_{u_0} \times \frac{\partial u_0(b, a)}{\partial a} \right) = 0 \quad (11)$$

On a donc aux points de phase stationnaire, la relation (en notant  $\chi = \arg(S(b, a))$ ) :

$$\frac{\partial \arg(S(b, a))}{\partial a} = \frac{d\Phi(t)}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dh(t)}{dt} = -\frac{Cste}{a} \quad (12)$$

Autrement dit, à partir de l'analyse de la phase de la transformée en ondelettes, pour un paramètre  $b$  fixe, sous l'hypothèse "haute fréquence", nous pouvons faire extraire la loi de dispersion de la vitesse de groupe. Celle-ci correspond au "squelette" extrait à partir de la dérivée de l'argument de  $S(b, a)$  par rapport au paramètre d'échelle  $a$ . Des simulations numériques ont montré que le "squelette" extrait par cette méthode a un sens dans le cas de signaux où le paramètre  $\beta$  est petit. Bien que ce phénomène ne soit pas encore clairement expliqué, la notion de "squelette" semble s'appliquer à des signaux, ou paquets d'ondes, ne comportant que quelques oscillations. Une application directe de cette méthode peut être effectuée sur l'analyse de signaux rétrodiffusés par des cibles de formes géométriques simples.

#### 4. Application de la transformée en ondelettes aux signaux acoustiques rétrodiffusés par des coques sphériques.

Dans une étude préliminaire, nous avons appliqué en parallèle la transformée pseudo-Wigner-Ville-lissée et celle des ondelettes, sur les mêmes fichiers, aussi bien expérimentaux que simulés.

Nous présentons ici, les résultats obtenus sur une coque sphérique de fortal de rayons  $r_i/r_e$  ( $r_i$ ,  $r_e$  : rayon intérieur et extérieur,  $r_e = 3$  cm) de 0,9 (Figs. 1-6). Les transducteurs ont une fréquence centrale de 500 kHz, et une largeur de bande de 400 kHz. Nous avons également appliqué la transformée sur une coque de fortal 0,67 (Fig. 7). Ces résultats sont issus de fichiers expérimentaux, excepté pour la figure 8. La figure 1 visualise l'évolution temporelle du signal après diffusion acoustique par la coque de rapport 0,9.

L'ondelette analysante définie en (3) a été prise avec les caractéristiques suivantes :  $\omega_0 = 6$ ,  $\sigma = 1$ . Le support de l'ondelette pour  $a = 1$ , a été défini avec l'approximation  $g(t) = 0$  dès que  $|g(t)| \leq 10^{-3}$ .

Nous avons à notre disposition deux représentations graphiques de la transformée: son module et sa phase. Celles-ci sont représentées sous forme de lignes de niveaux dans une échelle logarithmique, avec une dynamique de 32 dB (Figs. 2-6) et de 40 dB sur les figures 7, 8. Le paramètre d'échelle varie de façon logarithmique. C'est à dire que l'ordonnée représente le logarithme du paramètre de dilatation. L'abscisse représente le paramètre de translation. L'échelle des couleurs varie progressivement de façon décroissante du noir au blanc.

Nous savons qu'une des particularités du comportement de la phase de la transformée, est que les lignes de phase constante convergent vers l'endroit où se trouvent les discontinuités du signal. On peut de même détecter les discontinuités dans les dérivées d'ordre  $n$  du signal, alors que celui-ci est continu [21]. La phase variant de  $-\pi$  à  $\pi$ , sa

représentation graphique visualise ici, les variations comprises entre 0 et  $\pi$ .

L'analyse des fichiers issus d'une expérience est représentée figures 1 à 7 et figure 9. La fréquence d'échantillonnage du signal temporel, figure 1 est de  $10^7$  Hz (coque de 0,9). Le temps de départ de l'analyse est  $1,8 \times 10^{-4}$  s. Les paramètres de dilatation pour les fichiers expérimentaux ont été choisis pour couvrir une analyse en fréquences comprise entre 66 kHz et 1,42 MHz. La valeur  $a = 1$  correspond à une fréquence moyenne de 709,95 kHz.

L'analyse est effectuée sur 5 octaves. Chaque octave est décomposée linéairement en 10 voies à partir du paramètre de dilatation initial de 0,5. D'autre part, la transformée en ondelettes nous offre la possibilité de faire une loupe sur le signal en jouant sur les paramètres de dilatation. Nous pouvons de plus accroître la précision en augmentant le nombre de voies par octave.

Nous pouvons voir, sur la figure 2, pour la coque de fortal 0,9 en accord avec l'étude théorique de la rétrodiffusion, l'écho spéculaire ou contribution géométrique (1<sup>er</sup> paquet d'ondes), et des contributions de surface. Cette contribution est l'onde de galerie à échos au 1<sup>er</sup> tour (2<sup>ème</sup> paquet d'ondes) et au 2<sup>nd</sup> tour (4<sup>ème</sup> paquet).

La coque étant dispersive, nous voyons à chaque tour une inclinaison de plus en plus importante du paquet d'ondes, avec atténuation de celui-ci au cours du temps.

Le paquet d'ondes n° 3, non dispersif se retrouve sur la figure 6 atténué après avoir effectué un tour (paquet n° 6).

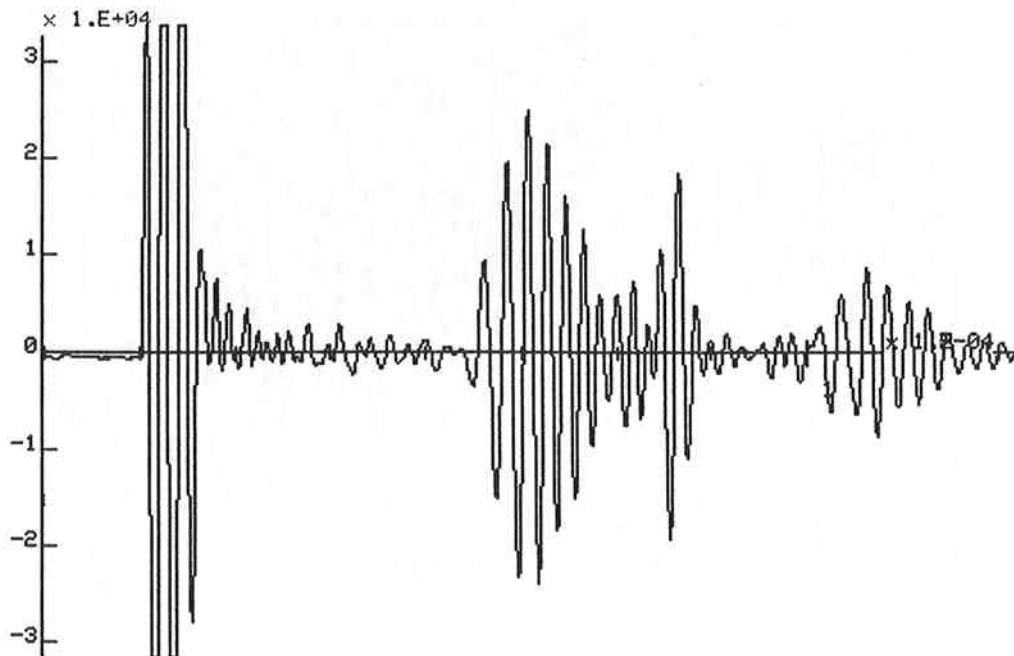


Fig. 1. — Réponse impulsionnelle expérimentale d'une coque sphérique mince de fortal de rayon extérieur  $r_e = 0,03$  m. Rapport des rayons  $r_i/r_e = 0,9$  ( $r_i$  est le rayon intérieur).

[Impulse response of a thin spherical shell of duralumin with an external radius  $r_e = 0.03$  m.  $r_i/r_e = 0.9$  ( $r_i$  is the internal radius.)]

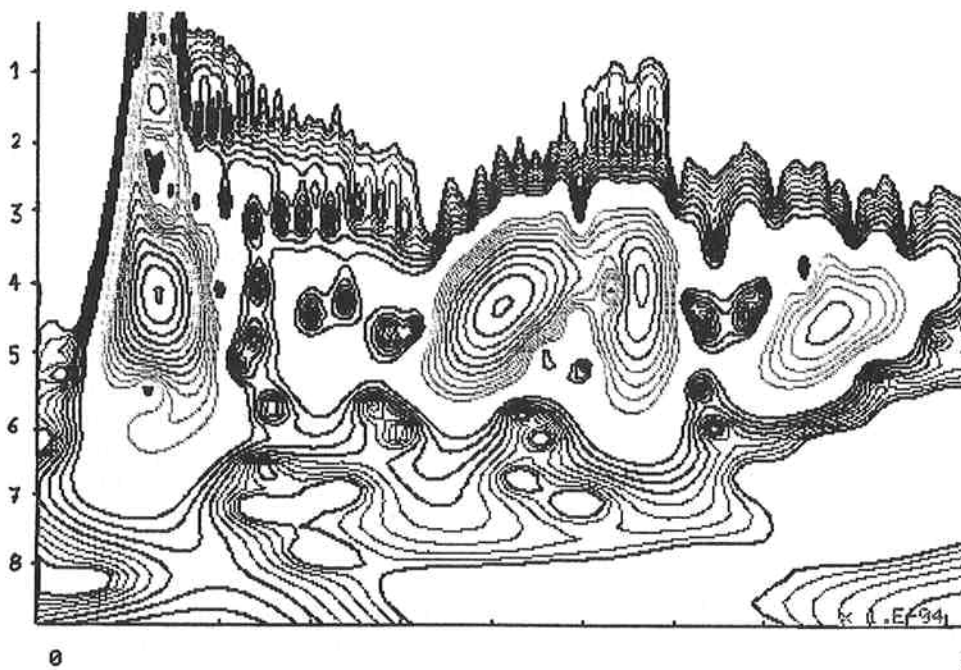


Fig. 2. — Module de la transformée en ondelettes du signal temporel de la figure 1. Analyse sur 45 voies ; 10 voies par octave, à partir du paramètre de dilatation  $a = 0,5$  ; 1024 points de translation espacés d'une période d'échantillonnage de  $10^{-7}$  s. Pour  $a = 1$ , le support de l'ondelette est de 101 points. (Ceci correspond à une fréquence moyenne de 709,95 kHz). a, b, c, d : maxima d'énergie des différents paquets d'ondes.

[Modulus of the wavelet transform of the time signal described in figure 1. The analysis is over 45 voices. 10 voices per octave, the first dilation parameter is  $a = 0.5$  ; 1024 points of translation with a sampling period of  $10^{-7}$  s. For  $a = 1$ , the support of the wavelet is 101 points. (This corresponds to a mean frequency of 709.95 kHz for  $a = 1$ ). a, b, c, d : maxima of the energy of the different packets of waves.]

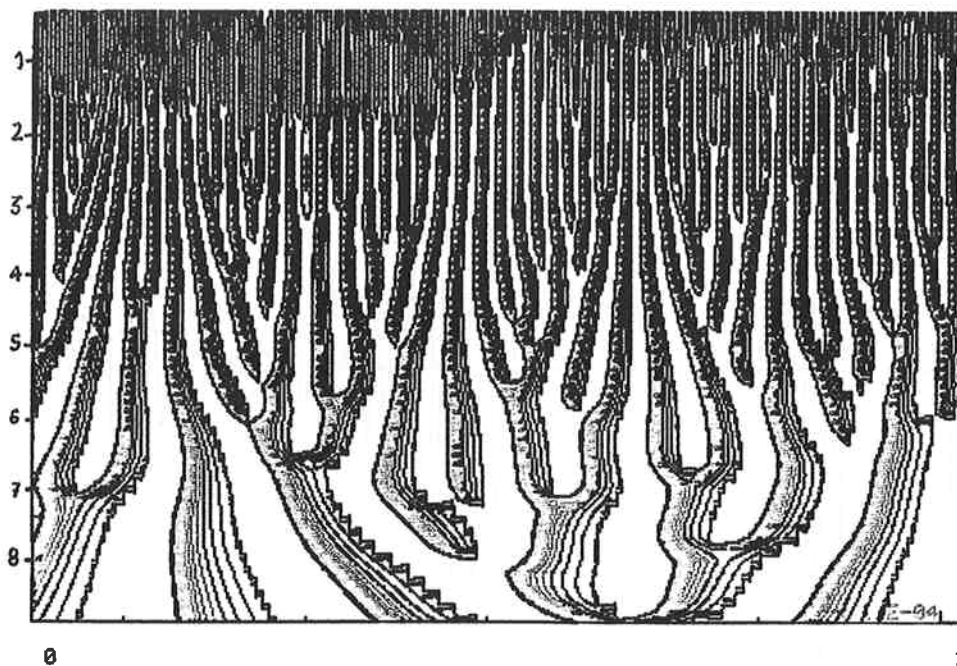


Fig. 3. — Phase de la transformée en ondelettes du signal temporel (cf. Fig. 1). L'analyse s'effectue suivant les mêmes paramètres d'échelle que la figure 2.

[Phase of the wavelet transform of the time signal described in figure 1. The analysis was performed with the same scale parameters as figure 2.]

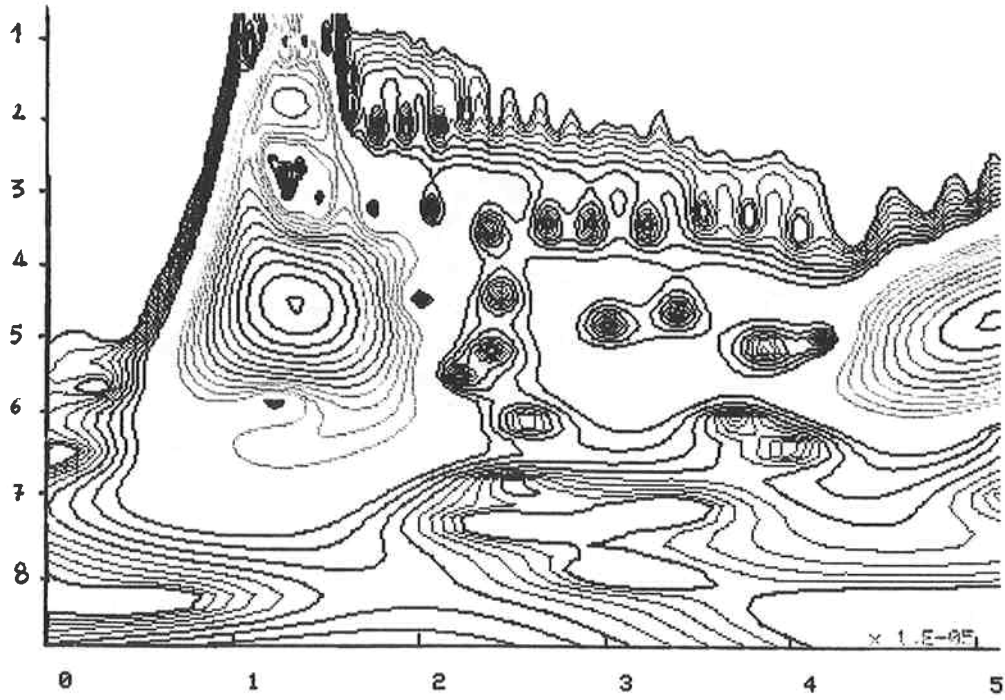


Fig. 4.

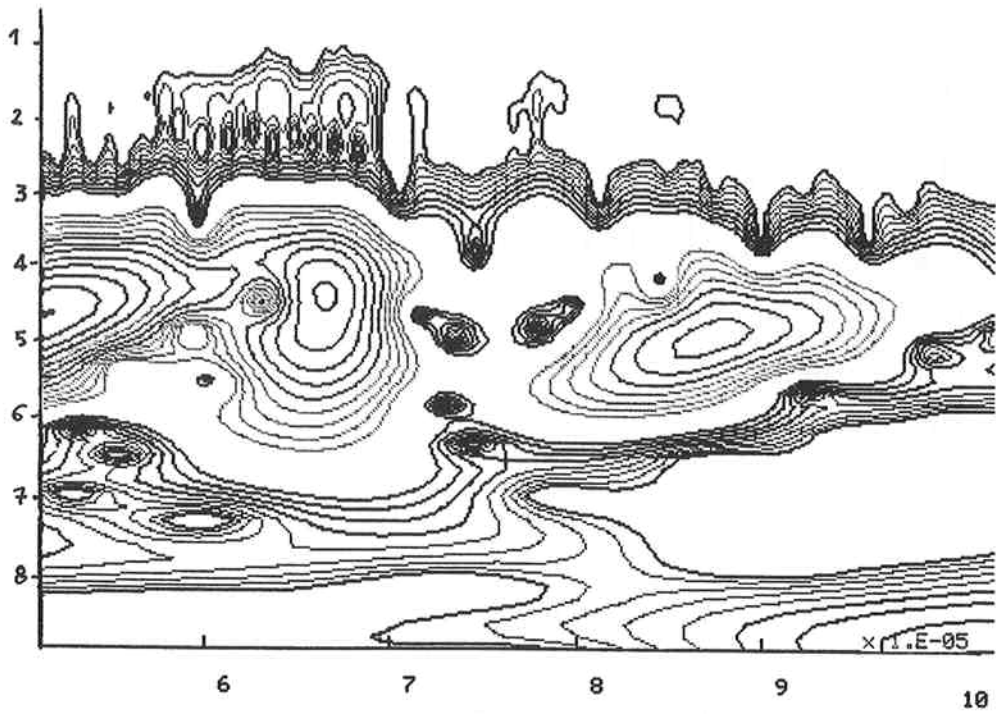


Fig. 5.

Figs. 4-6 — Module de la transformée en ondelettes du signal représenté sur la figure 1. L'analyse s'effectue successivement par tranches de  $51,2 \mu s$ . Même facteur d'échelle que la figure 2.

[Modulus of the wavelet transform of the time signal described in figure 1. The analysis was performed in time slices of  $51.2 \mu s$ . The scale parameters are the same as in figure 2.]



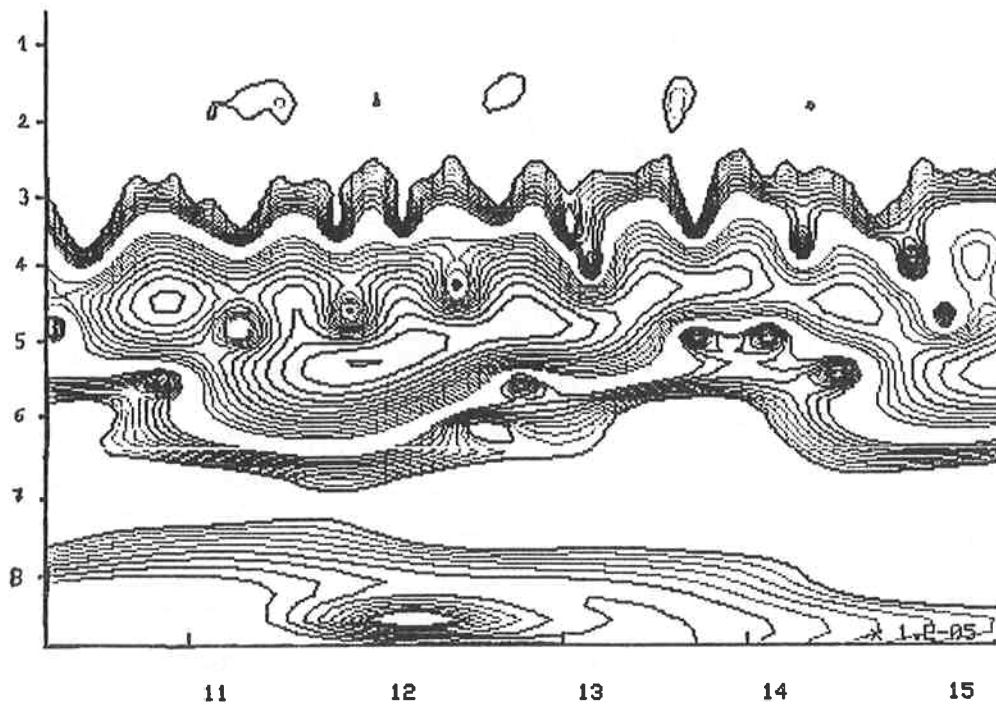


Fig. 6.

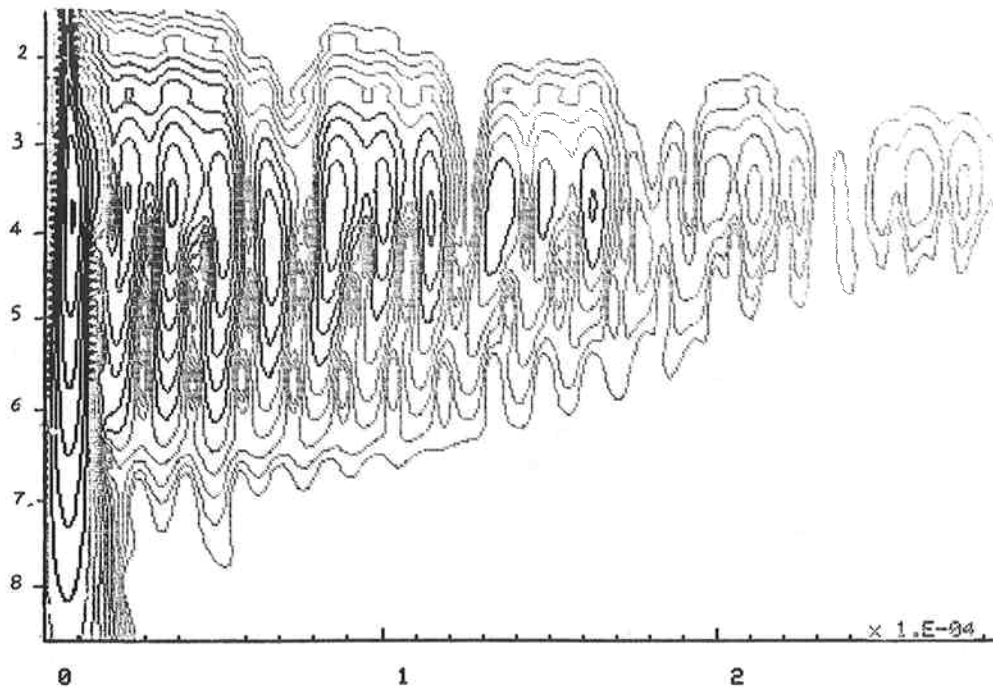


Fig. 7. — Module de la transformée en ondelettes du signal diffusé par une coque de fortal de 0,67. Analyse sur 50 voies. Nous avons 20 voies par octave. Le paramètre de dilatation de départ est de 0,16. Pour  $a = 1$ , le support de l'ondelette est de 120 points. La période d'échantillonnage est de  $1,8 \times 10^{-6}$  s. ( $a = 1$  correspond à une fréquence moyenne de 107,38 kHz). Les lignes de niveaux sont représentées avec une dynamique de 40 dB.

[Modulus of the wavelet transform of the signal scattered by a spherical shell of duralumin, with ratio of radius of 0.67. The analysis is over 50 voices. There are 20 voices per octave. The first dilation parameter is 0.16. For  $a = 1$ , the wavelet support contains 120 points. The sampling period is  $1.8 \times 10^{-6}$  s. ( $a = 1$  corresponds to a mean frequency of 107.38 kHz). The level lines are given over a 40 dB dynamic.]

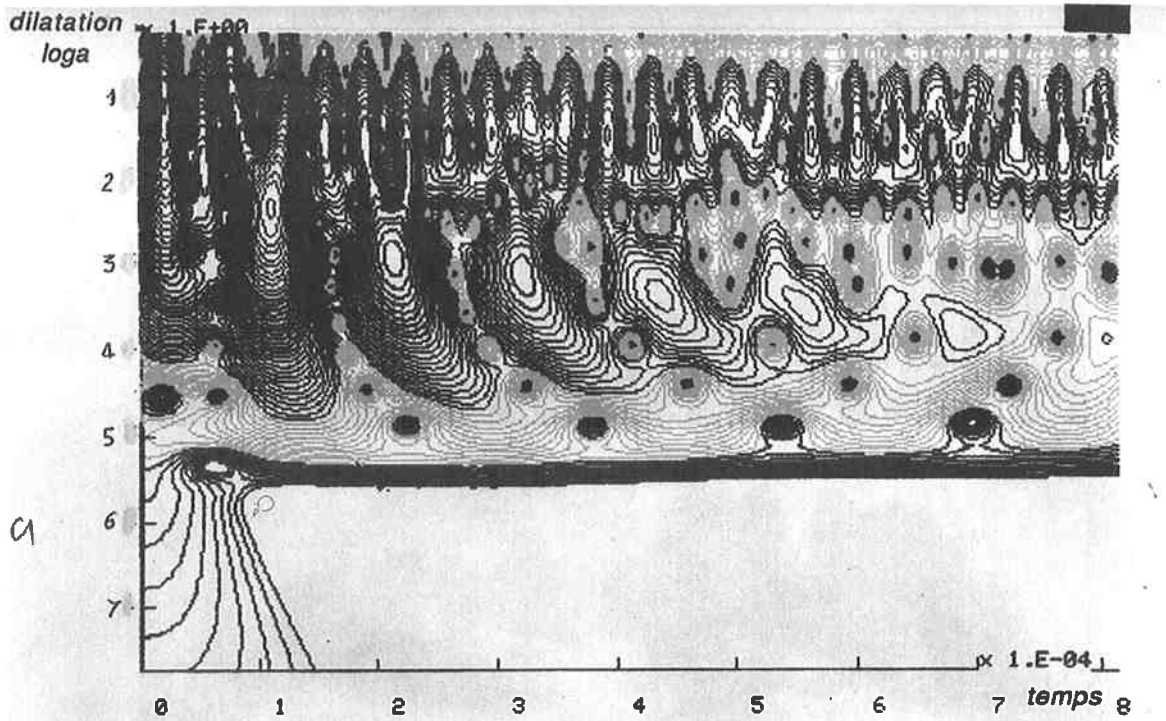


Fig. 8a. — Module de la transformée en ondelettes du signal rétrodiffusé par une coque de fortal de 0,9 (simulation). Analyse sur 90 voies. Nous avons 20 voies par octave. Le paramètre de dilatation de départ est de 0,36. La période d'échantillonnage est de  $1,8 \times 10^{-6}$  s. Les lignes de niveaux sont représentées avec une dynamique de 40 dB.

[Modulus of the wavelet transform of the signal scattered by a spherical shell of duralumin, with ratio of radius of 0.9 (simulation). The analysis is over 90 voices. There are 20 voices per octave. The first dilation parameter is 0.36. The sampling period is  $1.8 \times 10^{-6}$  s. The level lines are given over a 40 dB dynamic.]

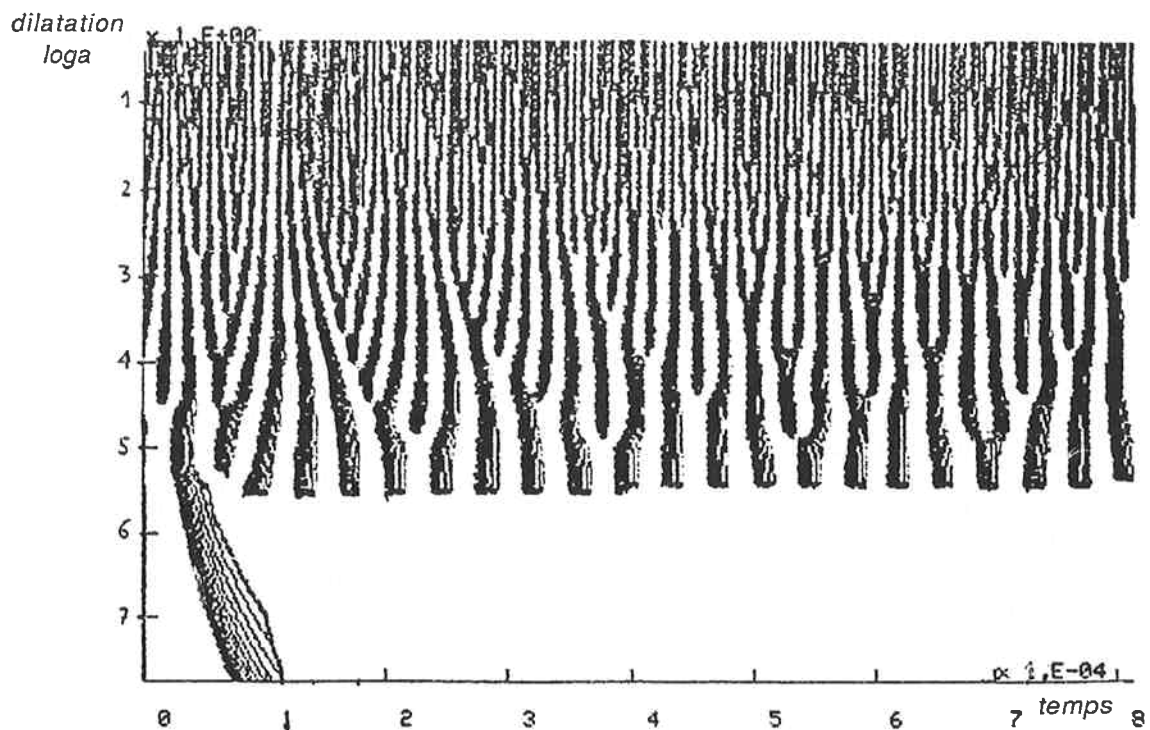


Fig. 8b. — Phase de la transformée en ondelettes du signal rétrodiffusé par une coque de fortal de 0,9 (simulation).

[Phase of the wavelet transform of the signal scattered by a spherical shell of duralumin with ratio of radius of 0.9 (simulation).]

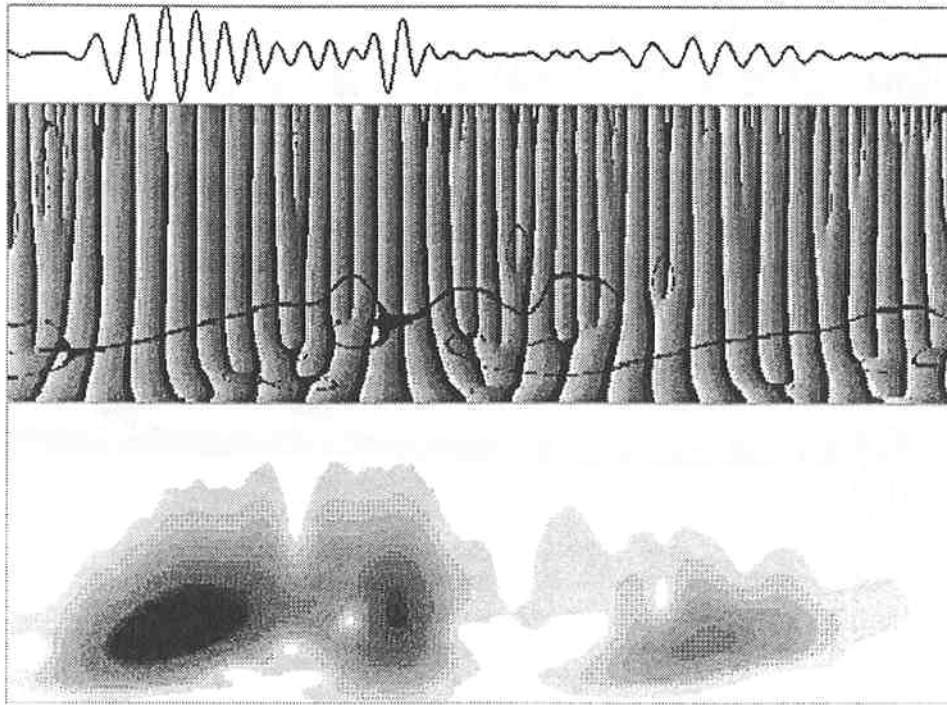


Fig. 9. — Squelette de la transformée en ondelettes correspondant à la loi de dispersion de la vitesse de groupe des différents paquets d'ondes. Le signal rétrodiffusé est celui d'une coque sphérique de Fortal de 0,9 (cf. Fig. 1). L'écho spéculaire n'est pas analysé.

[Skeleton of the wavelet transform corresponding to the dispersive law of the group velocity of some different wave packs. The signal is scattered by a spherical shell of duralumin with ratio of radius 0.9 (cf. Fig. 1). The specular echo is not analyzed.]

Connaissant les dimensions de la sphère et le temps d'arrivée exact des paquets d'ondes grâce à la représentation en phase de la transformée, nous pouvons calculer leur vitesse [22] (En prenant comme repère le maximum de l'enveloppe du paquet d'ondes –grandeur temporelle ici– celui-ci se propage à la vitesse de groupe  $d\omega/dk$ , valeur où la phase est stationnaire [22]). C'est à dire qu'entre deux paquets d'ondes successifs et de même type (par exemple paquet 2 et 4), on relève sur la phase de la transformée (discontinuité dans le signal), leur temps d'arrivée, soit une vitesse de  $5385 \text{ ms}^{-1}$ . La loi de dispersion de la vitesse peut être extraite à partir de l'information contenue dans la transformée :

- soit en relevant pour chaque valeur du paramètre d'échelle sur le module de la transformée, les maxima d'énergie des paquets d'ondes (onde de galerie à échos entre deux tours successifs), correspondant aux maxima des coefficients d'ondelettes ;

- soit par extraction à partir de la phase de la transformée d'un "squelette" (cf. Fig. 9), recherche des points où la phase est stationnaire, caractéristique de la loi de modulation de la vitesse dans ce cas ([18-20, 23]). Le problème soulevé est alors l'erreur engendrée par le bruit se superposant au signal lors de l'expérimentation [22]. Dans ce cas même si la transformée en ondelettes a montré une certaine "robustesse" [4, 7, 21], il est évident que celle-ci devra être

combinée à des méthodes de filtrage du signal.

Nous pouvons voir figure 9, le module et la phase de la transformée en ondelettes du signal rétrodiffusé représenté sur la figure 1. L'écho optique n'est pas pris en compte dans l'analyse. Sur la phase de la transformée en ondelettes est superposé le squelette associé à la transformée en ondelettes. Ce squelette décrit la loi de modulation ou loi de dispersion de la vitesse de groupe associée aux différents paquets d'ondes.

Les figures 4 à 6 représentent le module de la transformée en ondelettes du même signal temporel (Fig. 1), mais par tranches d'analyse temporelle de  $51,2 \mu\text{s}$ . Les paramètres d'échelle sont les mêmes que pour les figures 2-3.

La figure 7 représente le module de la transformée en ondelette d'un signal rétrodiffusé par une coque sphérique de Fortal 0,67. La fréquence d'échantillonnage du signal temporel est de  $1,8 \times 10^6 \text{ Hz}$ . L'analyse a été effectuée sur 50 voies, dont 20 par octave. Le paramètre de dilatation de départ est de 0,18. Pour  $a = 1$ , le support de l'ondelette est ici discrétisé sur 120 points. Pour un paramètre de dilatation égal à l'unité correspond une fréquence moyenne de 107,4 kHz.

Nous retrouvons la même structure d'échos : d'abord l'écho spéculaire (contribution géométrique), puis l'onde

de galerie à échos, et, ses échos successifs (contribution de surface). Ces ondes présentent également un phénomène de dispersion avec une loi de modulation différente (pente différente). La nature de la cible et le diamètre extérieur étant les mêmes que pour la coque de 0,9, nous voyons que cette loi est liée à l'épaisseur de la coque (interface).

Dans la recherche de la caractérisation de cibles soumises à un signal impulsionnel se pose également le problème d'extraction des fréquences propres. Une fréquence propre se traduit dans le plan temps-échelle par un comportement équivalent à la transformée en ondelettes d'un signal monochromatique [4]. A titre indicatif, sur une réponse basse fréquence simulée d'une coque sphérique creuse de fortal, nous avons appliqué une transformation en ondelettes. Le rapport des rayons de cette sphère (rayon intérieur/rayon extérieur) est de 0,9.

Nous présentons la transformée en ondelettes d'un signal simulé (Fig. 8). Le paramètre de dilatation de départ est 0,36 et couvre une gamme fréquentielle de 10 kHz à 150 kHz. Chaque octave est décomposée en 20 voies et le signal est analysé sur 90 voies.

Nous pouvons voir sur les figures 8a et 8b, un phénomène de résonance autour du paramètre d'échelle 5,5. Le module (Fig. 8a) montre, pour ce même facteur d'échelle, une valeur constante du paramètre de dilatation. Le module est maximum pour cette valeur et décroît rapidement de part et d'autre de celle-ci. La figure 8b représentant la phase de la transformée en ondelettes, montre que pour ce paramètre, les lignes de phase oscillent régulièrement, conformément à l'analyse d'une fonction monochromatique [4].

D'autre part nous retrouvons une même structure d'échos correspondant pour le premier, à l'écho spéculaire ou contribution géométrique, et pour les suivants aux contributions de surface. Ces contributions sont ici, l'onde de galerie à échos et ses échos successifs. Elles présentent également un caractère dispersif.

## 5. Conclusion.

Nous avons traité des fichiers aussi bien simulés qu'expérimentaux (sphère de fortal immergée dans une cuve acoustique remplie d'eau) afin de caractériser les différentes contributions ou ondes de surface. En appliquant une transformation en ondelettes aux données expérimentales, nous

pouvons déterminer l'arrivée successive de ces ondes et de leur échos, et leur dépendance fréquentielle. Ces ondes présentent un caractère dispersif lié à la nature et la forme géométrique de la cible. Nous pouvons considérer la réponse de ces cibles (signal rétrodiffusé) comme une signature acoustique, par rapport à l'ondelette analysante choisie. L'étude systématique de ces ondes et de leurs caractéristiques, à l'aide de cette transformée, devient prometteuse. Il est à remarquer que l'analyse par ondelettes de corps en mouvement ne se trouve pas perturbée, car la transformée est invariante par effet Doppler.

Cette étude est avant tout préliminaire et les résultats que nous présentons sont encore qualitatifs. Néanmoins, grâce aux propriétés de la transformée et de l'ondelette analysante choisie, nous pouvons extraire des informations concernant les différents types d'ondes, leur temps d'arrivée et la vitesse de paquets d'ondes. Enfin, les fréquences de résonance et les lois de dispersion de la vitesse peuvent être estimées et ce, grâce à la double information contenue dans le module et la phase de la transformée. Nous pouvons dire de plus que cette méthode est sans "artéfact" par rapport aux méthodes bilinéaires, et que la bonne localisation de l'ondelette analysante dans le plan temps-échelle fournit une assez bonne résolution, dans le plan fréquentiel et temporel. Par ailleurs, l'existence de formules exactes inverses de la transformée, offre la possibilité d'étudier séparément chaque écho et de reconstruire à partir de ceux-ci le signal original.

Une étude plus poussée et une comparaison avec la méthode pseudo-Wigner-Ville-lissée doivent être entreprises, étant entendu que les deux méthodes sont intrinsèquement différentes, du fait de la linéarité de la transformée en ondelettes et de la bilinéarité de la distribution de Wigner-Ville.

C'est donc le carré du module de la transformée en ondelettes qui sera le plus directement comparable à une transformée de Wigner-Ville.

## Remerciements.

Nous tenons à remercier M<sup>s</sup> Grossmann A., Kronland-Martinet R. et Guillemain P. pour leurs nombreuses discussions et aide précieuse.

## Bibliographie

- [1] CLAASEN T.A.C.M. and MECKIENBRAÜKER W.F.G., The Wigner distribution. A tool for time-frequency signal analysis, *Philips J. Res.* 35 (1980) 217-250, 276-300.
- [2] ZAKHARIA M., FLANDRIN P., SAGELOLI J. et SESSAREGO J.P., Analyse temps-fréquence appliquée à la caractérisation acoustique de cibles, *J. Acoust* 1 (1988) 185-188.
- [3] GABOR D., Theory of communication, *J. IEE* 93 (1946) 429-441.
- [4] Proc. C.I.R.M. Marseille-Luminy (December 1987) Wavelet, Time-frequency methods and Phase Space, J.M. Cômbe, A. Grossmann, P. Tchamitchian Eds. (Springer-Verlag, Berlin) 1989.
- [5] GOUPILLAUD P., GROSSMANN A. and MORLET J., Cycle octave and related transforms in seismic signal analysis.

- sis, *Geoexploration* **23** (1984) 85-102.
- [6] SARACCO G., GROSSMANN A. and TCHAMITCHIAN Ph., Use of wavelet transforms in the study of propagation of transient acoustic signals across a plane interface between two homogeneous media ; Wavelet, Time-frequency methods and Phase Space (1989) (Springer-Verlag) pp. 139-146.
- [7] KRONLAND-MARTINET R., MORLET J. and GROSSMANN A., Analysis of sound patterns through wavelet transforms, *Int. J. pattern. Recogn. and Artif. Intellig.* **1** (1987) 273-302.
- [8] SARACCO G. and TCHAMITCHIAN Ph., A study of acoustic transmission of transient signal in an inhomogeneous medium with the help of the wavelet transform. Application to an air-water plane interface, *Electromagnetic and Acoustic Scattering, Detection and inverse problem*, *World-Scientific* (1989) pp. 222-241.
- [9] BRILL D. and GAUNAURD G., Resonance theory of elastic waves ultrasonically scattered from an elastic sphere, *J. Acoust. Soc. Am.* **81** (1987) 1-21.
- [10] GESPA N., La diffusion acoustique par des cibles élastiques de forme géométrique simple. Théorie et expériences, (CEDOCAR edit, Paris) 1987.
- [11] Proc. C.I.R.M. Marseille-Luminy, juin 1988 : Electromagnetic and Acoustic Scattering. Inverse problems, P. Bourelly, P. Chiapetta and B. Torresani Eds. (World-Scientific, Singapore) 1989.
- [12] ROUSSELOT J. L., GÉRARD A., SESSAREGO J. P. et SAGELOLI J., Réponse basse fréquence d'une coque sphérique mince immergée, *Acustica* **66** (1988) 203-213.
- [13] BRIZE-TRAMONI L., SESSAREGO J. P. et SAGELOLI J., Etude de la diffusion acoustique par des coques sphériques à parois minces, *J. Acoust.* **1** (1988) 177-184.
- [14] TALMANT M., QUENTIN G., ROUSSELOT J.L., SUBRAHMANYAM J. V. and ÜBERALL H., Acoustic resonances of thin cylindrical shells and the resonance scattering theory. *J. Acoust. Soc. Am.* **84** (1988) 681-688.
- [15] BARDOS C., CONCORDEL M. et LEBEAU G., Extension de la théorie de la diffusion pour un corps élastique immergé dans un fluide. Comportement asymptotique des résonances, *J. Acoust.* **2** (1989) 31-38.
- [16] ÜBERALL H., DRAGONETTE L.R. and FLAX L., Relation between creeping waves and normal modes of vibration of a curved body, *J. Acoust. Soc. Am.* **61** (1977) 711-715.
- [17] KRONLAND-MARTINET R., The use of wavelet transform for the analysis, synthesis and processing of speech and music sounds, *Comput. Music. J.*, MIT Press, **12** (Déc. 1988) 11-20.
- [18] ESCUDIÉ B., GROSSMANN A., KRONLAND-MARTINET R. et TORRESANI B., Analyse par ondelettes des signaux asymptotiques : Emploi de la phase stationnaire, 12ème Colloq. G.R.E.T.S.I., (Juan-Les-Pins, Juin 1989).
- [19] SEIP K., Some remarks on a method for detection of spectral lines in signals, Reprint C.P.T.-Luminy, Marseille (1989) n° P.2252.
- [20] GUILLEMAIN P., KRONLAND-MARTINET R. et MARTENS B., Application de la transformée en ondelettes à la spectroscopie R.M.N., Note laboratoire de Mécanique et d'Acoustique n° 112, C.N.R.S.-Marseille, ISSN 0750-7356 (1989).
- [21] GROSSMAN A., HOLSCHNEIDER M., KRONLAND-MARTINET R. and MORLET J., Detection of abrupt change in sound signals with the help of wavelet transforms, A.E.E.P. Suppl. **19** *Inverse Problems*, Acad. Press. (1987) 289-306.
- [22] BONNET G., Au delà d'une vitesse de groupe : vitesse d'onde et vitesse de signal, Extrait Ann. des Télécom. **38** (1983) 1-22, 1-17.
- [23] DELPRAT N., 'Skeleton' et démodulations de signaux (Wavelets and Applications : May 29-June 2 1989), C.I.R.M. à paraître.
- [24] GROSSMAN A., Wavelet transforms and edge detection, (Stochastic processes in physics and engineering), Ph. Blanchard, L. Streit and M. Hazewinkel Eds. (Reidel Publishing Co) 1986.