Transmission acoustique a travers le dioptre air-eau

Ginette Saracco

▶ **To cite this version:**

Ginette Saracco. Transmission acoustique a travers le dioptre air-eau. Journal d'Acoustique, 1988, 1-2, pp.71-80. hal-00018901

HAL Id: hal-00018901
https://hal.science/hal-00018901

Submitted on 12 Feb 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Classification
Physics Abstracts
43.30B — 43.30E

Transmission acoustique à travers le dioptre air-eau (*)

Ginette Saracco

C.N.R.S. L.M.A. Ultrasons, 31 Ch. J. Aiguier, 13402 Marseille, France

(*Reçu le 23 octobre 1987, révisé le 1er décembre 1987, accepté le 26 février 1988*)

Résumé. — Nous nous intéressons à la transmission acoustique à travers le dioptre air-eau, dans le cas d'une source ponctuelle, sphérique en régime harmonique. A partir de la résolution de l'équation de Helmholtz, nous mettons en évidence dans le cas d'une interface plane (mer calme) séparant les deux milieux fluides homogènes, un phénomène d'interférences entre ondes réfractées directes (ou géométriques) et ondes latérales (évanescentes), que l'optique géométrique ne permet pas d'obtenir. Des simulations numériques du champ d'interférences seront présentées, ainsi que la contribution de ces ondes prises séparément.

Abstract. — This paper presents a problem of acoustic transmission through the air-water interface, in the case of a spherical harmonic point-source. From the resolution of the integral, formulation of the Helmholtz equation, we show in the case of a plane interface (low sea state) separating two homogeneous and isotropic mediums, interferences between direct refracted waves and evanescent waves that cannot be obtained by means of the geometrical optics. Numerical simulations of the interferences field will be presented, in the same way as the contribution of these waves, considered separately.

1. Introduction.

Le traitement et la reconnaissance de signaux acoustiques correspondant à des sources se déplaçant dans un milieu fluide, l'air, et enregistrés à partir d'hydrophones, nécessitent une détection optimale de ces signaux [1-8].

Nous allons nous intéresser ici, au champ réfracté total en un point quelconque d'observation dans l'eau, la source émettrice se trouvant dans l'air. De la complexité de l'interface envisagée, résultent plusieurs méthodes de résolution du problème de propagation acoustique. Nous considérerons ici, l'interface entre les deux milieux comme plane (mer faiblement agitée), avec une source ponctuelle en régime harmonique. Dans le cadre des méthodes classiques, la théorie des rayons (cas de l'optique géométrique) ne permet pas une étude complète de la transmission acoustique à travers le dioptre.

En effet, le rapport entre les pressions des ondes réfractée et incidente est indépendant de la fréquence du signal émis. Nous ne pouvons dans ce cas, à partir de données expérimentales, identifier les caractéristiques de la source. D'autre part, et c'est le plus important, la théorie des rayons ne permet pas d'étudier correctement un problème de discontinuité du champ (apparition d'ondes latérales pour des incidences sur-critique). En ce sens cette théorie par sa trop grande approximation du phénomène physique devient inadaptée à la résolution du problème de transmission acoustique [8].

L'étude théorique de la réfraction d'une onde sphérique émise par une source ponctuelle, à une distance finie de l'interface, montre que le champ obtenu en un point du second milieu, provient de la superposition de différents types d'ondes. Les contributions de ces ondes diffèrent en fonction de la position du point d'observation et de la fréquence du signal émis. Les principales contributions sont :

— celle de l'onde géométrique, qui permet de retrouver la géométrie de la source, d'après les lois de Snell-Descartes ;

— celle de l'onde latérale, intervenant pour des angles d'incidence supérieurs à l'angle critique et que la théorie des rayons (approximation haute fréquence) ne permet pas de mettre en évidence ;

— celle de l'onde diffusée par la surface de la mer (diffusion d'autant plus importante que la surface de la mer est agitée) ;

— et celle des ondes ayant subi des réflexions multiples (fond marin, surface...).

(*) Texte présenté aux 8e Journées d'Etudes sur la Propagation Acoustique (JESPA), Bordeaux I, 14-15 juin 1988.

Sous l'hypothèse d'une mer assez calme et de grande profondeur, nous pouvons négliger les deux dernières contributions. On s'intéressera donc à la contribution des ondes directes et latérales. L'intervention de cette dernière modifie l'amplitude du champ réfracté pour de faibles profondeurs du récepteur, et ce, d'autant plus que la fréquence du signal émise est basse. A partir de simulations numériques, nous donnerons une représentation graphique du champ total réfracté, mettant en évidence des phénomènes d'interférences et l'importance que peut jouer, dans certains cas la contribution de l'onde latérale.

2. Analyse du problème.

Nous sommes en présence d'une source ponctuelle se trouvant dans un milieu 1 (demi-espace $z > 0$), de célérité c_1 et d'un milieu 2 (demi-espace $z < 0$) de célérité c_2 supérieure à c_1. Ces milieux fluides, considérés comme homogènes et non absorbants, sont séparés par plan $z = 0$. La source située à une distance h finie de l'interface, en un point S(0, 0, h), crée un champ acoustique solution de l'équation d'onde.

Posons p_j et v_j la pression et la vitesse acoustique dans les milieux j. Nous avons d'après les relations classiques de conservation de masse, d'énergie et d'impulsion pour un fluide parfait, homogène et compressible où ψ représente le potentiel des vitesses, ρ_j la masse volumique, k_j le nombre d'onde $k_j = \omega/c_j$, les expressions :

$$p_j = \rho_j \, \partial\psi_j/\partial t \quad \text{et} \quad v_j = -\operatorname{grad} \psi_j \, .$$

En nous plaçant en régime harmonique, le terme de source et le potentiel acoustique sont de la forme $\psi = \psi \, e^{-j\omega t}$. Posons $R = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$, le système d'équations pour le dioptre est :

$$\begin{aligned} &(\Delta + K_1^2)\, \psi_1 = -4\,\pi\delta\,(\mathbf{R} - \mathbf{R}_S)\,, && z > 0\,; \\ &(\Delta + K_2^2)\, \psi_2 = 0\,, && z < 0\,; \end{aligned} \tag{2.1}$$

auquel s'ajoutent d'une part les conditions de raccordement du champ à l'interface et d'autre part la condition de rayonnement de Sommerfeld à l'infini

$$[\rho_1 \, \psi_1 = \rho_2 \, \psi_2]_\Sigma\,, \quad [\partial\psi_1/\partial z = \partial\psi_2/\partial z]_\Sigma\,, \tag{2.2}$$
$$\lim_{r \mapsto \infty} (\partial\psi_j/\partial r - i k_j \, \psi_j) = \mathcal{O}(r^{-1})\,.$$

où $[\ \ ]_\Sigma$ désigne le saut à travers l'interface $z = 0$.

Ce problème présentant une symétrie particulière peut être résolu à partir d'une transformation de Fourier bidimensionnelle sur les variables d'espace x, y. Deux méthodes peuvent être envisagées :

— la première, qui semble évidente étant donnée la nature géométrique différente entre l'onde (à symétrie sphérique) et l'interface (plane), est de décomposer cette onde en une somme infinie d'ondes planes à la frontière [8, 9]. Par un prolongement du champ à tout l'espace, nous reconstituons l'expression du champ réfracté en un point quelconque du second milieu ;

— la seconde, consiste à considérer la symétrie axiale du problème autour de l'aze z.

Nous aboutissons dans les deux cas à une expression intégrale du type :

$$\psi(\beta) = \int_\Gamma F(\mu)\, e^{i\beta g(\mu)}\, d\mu\,, \quad |\beta| \gg 1 \tag{2.3}$$

où F et g sont des fonctions analytiques de la variable complexes μ, β un paramètre réel ou complexe, Γ un contour dans le plan complexe. Cette intégrale est calculée asymptotiquement par la méthode de Debye. Lorsque nous pourrons par un changement de la variable d'intégration transformer le contour Γ en un contour Γ' dans le plan réel (où F et g seront des fonctions d'une nouvelle variable u réelle), nous utiliserons la méthode de phase stationnaire [9, 10].

La résolution de cette intégrale nous permettra de retrouver, au premier ordre, l'onde géométrique réfractée et de mettre en évidence, pour des incidences supérieures à l'angle critique, un type d'onde appelée onde latérale. Nous déterminerons l'expression analytique de ces deux types d'ondes constituant le champ réfracté total, que nous décomposerons en termes de phase et d'amplitude.

3. Expression analytique du champ réfracté à partir de la solution exacte de l'équation des ondes. (Correction à l'optique géométrique.)

Nous allons faire un bref rappel de l'expression du champ obtenu par la théorie des rayons, avant de nous intéresser à celui obtenu à partir de la résolution de l'équation de Helmholtz. L'étude globale du champ (onde réfractée directe et latérale) pour un point quelconque d'observation dans l'eau sera faite. Nous donnerons l'expression générale du champ en termes d'amplitude et de phase, avant de nous intéresser aux simulations du champ réfracté.

3.1 RAPPEL : CHAMP RÉFRACTÉ DIRECT (CAS DE L'ACOUSTIQUE GÉOMÉTRIQUE) [1-5, 7, 8]. — Dans le cadre de l'approximation haute fréquence, le champ acoustique peut être représenté à l'aide de rayons directs et réfractés qui sont des droites dans le cas de milieux homogènes, et vérifient la loi de Snell-Descartes.

En utilisant le principe de conservation de l'énergie, contenue dans un faisceau de rayons proches, et en écrivant les conditions de continuité de la pression et de la vitesse normale à l'interface Σ, nous pouvons déterminer le rapport de l'intensité réfractée I_t sur l'intensité incidente I_i.

$$I_t/I_i = A(\theta)\, B(\theta) \tag{3.1}$$
$$A(\theta) = \delta A_1/\delta A_2 = |\psi_2^2|/|\psi_1^2| \quad \text{et} \quad \psi = |\psi|\, e^{i\Phi}\,;$$

$A(\theta)$ coefficient de divergence géométrique ;
$B(\theta)$ coefficient de transmission ;
δA_i aires engendrées par les faisceaux de rayons adjacents, incident et réfracté.

Cette méthode cependant, ne permet pas d'accéder à l'expression de la phase de l'onde en un point quelconque d'observation. Seule une étude fondamentale du champ, en utilisant l'expression du potentiel acoustique, permet l'accès à cette information. Dans ce cas, l'amplitude et la

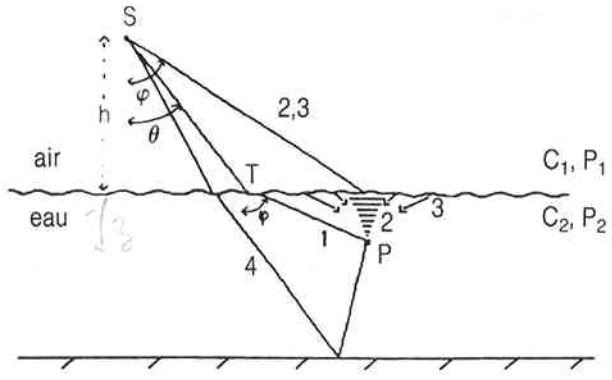


Fig. 1. — Contributions des différents trajets de l'onde au point d'observation P (hydrophone) : (1) trajet de l'onde réfractée directe (ou géométrique) ; (2) trajet de l'onde latérale ; (3) trajet de l'onde diffusée ; (4) trajet après réflexions multiples.

[Contributions of different paths of the wave at a point P (hydrophone) : (1) path of the direct refracted wave (or geometrical) ; (2) path of the inhomogeneous wave ; (3) path of the scattered wave ; (4) path after more bottom reflections.]

phase au point d'observation P, (T^- point d'observation proche de T dans le milieu 2, Fig. 1) sont données par :

$$\psi_2(P) = |1 + D(\theta)|\,(A(\theta))^{1/2}\,e^{i\phi(P)}/mR$$
$$= e^{i\phi(P)}\,2(\sin\theta)^{1/2}/(m\cos\theta + n\cos\varphi) \times (r[h\cos^3\varphi + (z/n)\cos^3\theta])^{1/2}$$

avec

$$|\psi_2(P)| = |1 + D(\theta)|\,(A(\theta))^{1/2}/mR\,,$$
$$|\psi_2(T^-)|/|\psi_2(P)| = (A(\theta))^{-1/2} \qquad (3.2)$$

$$n = c_1/c_2\,, \quad m = \rho_1/\rho_2 \qquad (3.3)$$

où n et m représentent respectivement le rapport des célérités des milieux et le rapport des densités. $D(\theta)$ est le coefficient de réflexion.

La phase en ce point est déterminée par le trajet optique du rayon SP, réfracté à l'interface au point T selon la loi de Descartes (r distance horizontale entre le récepteur et l'axe vertical issu de la source S) :

$$\phi_P = k_1(h/\cos\theta + n^2 z/[n^2 - \sin^2\theta]^{1/2}), \qquad (3.4)$$
$$r = z\,\mathrm{tg}\,\varphi + h\,\mathrm{tg}\,\theta\,.$$

3.2 RÉSOLUTION DU PROBLÈME PAR TRANSFORMATION DE FOURIER.

3.2.1 *Symétrie axiale* [6, 11, 13]. — En tenant compte de la symétrie cylindrique par rapport à l'axe z, nous pouvons effectuer une transformation de Fourier sur la variable r, coordonnée cylindrique.

Notons $\hat{\psi}(\boldsymbol{\mu}, z)$ la transformée de Fourier de $\psi(\mathbf{r}, z)$, où le vecteur $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \mu_2)$ représente la variable duale du vecteur $\mathbf{r} = (x, y)$:

Le potentiel acoustique étant une fonction radiale, nous avons :

$$\hat{\psi}(\mu, z) = (1/4\pi^2)\int_0^\infty\int_0^\infty \psi(r, z)\,e^{-i\mu r\cos\theta}\,r\,d\theta\,dr$$
$$= (1/2\pi)\int_0^\infty \psi(r, z)\,J_0(\mu r)\,r\,dr$$

$$\psi(r, z) = \pi\int_{-\infty}^{\infty} \hat{\psi}(\mu, z)\,H_0^{(1)}(\mu r)\,\mu\,d\mu$$
$$= F^{-1}[\hat{\psi}(\mu, z)] \qquad (3.5)$$

avec

$$r = (x^2 + y^2)^{1/2}\,, \quad \mu = (\mu_1^2 + \mu_2^2)^{1/2}$$

où J_0 représente la fonction de Bessel, $H_0^{(j)}$ les fonctions de Hankel d'ordre zéro de j-ième espèce.

L'application de cette transformation au système d'équations (2.1) suivant les coordonnées (r, θ, z) fournit le système :

$$(\partial^2/\partial z^2 + K_1^2)\,\hat{\psi}_1(\mu, z) = -\delta(z - h)/\pi\,, \quad z > 0\,; \qquad (3.6)$$
$$(\partial^2/\partial z^2 + K_2^2)\,\hat{\psi}_2(\mu, z) = 0\,, \quad z < 0\,,$$
$$\rho_1\,\hat{\psi}_1(\mu, z) = \rho_2\,\hat{\psi}_2(\mu, z)\,,$$
$$\partial\hat{\psi}_1(\mu, z)/\partial z = \partial\hat{\psi}_2(\mu, z)/\partial z\,, \quad z = 0\,. \qquad (3.7)$$

Ici $K_j = (k_j^2 - \mu^2)^{1/2}$. Cette fonction présente deux points de branchement $(\pm k_j)$ dans le plan complexe μ. Nous avons une onde progressive dont la dépendance en temps est du type $e^{-i\omega t}$. Nous choisissons K_j correspondant au feuillet de Riemann supérieur et tel que $\mathrm{Im}\,(K_j) > 0$.

Par suite, une solution vérifiant le système (3.6), ainsi que la condition de Sommerfeld à l'infini, s'écrit :

$$\hat{\psi}_1(\mu, z) = A(\mu)\,e^{iK_1 z} - e^{iK_1|z-h|}/2\pi iK_1\,,$$
$$\hat{\psi}_2(\mu, z) = B(\mu)\,e^{-iK_2 z}\,.$$

Les conditions aux limites nous fournissent les expressions des coefficients :

$$A(\mu) = e^{iK_1 h}(\rho_1 K_2 - \rho_2 K_1)/(\rho_1 K_2 + \rho_2 K_1)\,2\pi iK_1\,,$$
$$B(\mu) = i\rho_1\,e^{iK_1 h}/(\rho_1 K_2 + \rho_2 K_1)\pi\,.$$

Soit d'après (3.3) et (3.5) :

$$\psi_2(r, z) = i\int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(K_1 h - K_2 z)}/(K_2 + mK_1) \times H_0^{(1)}(\mu r)\,\mu\,d\mu\,. \qquad (3.8)$$

3.2.2 *Symétrie sphérique. Décomposition de l'onde sphérique en termes d'ondes planes à l'interface* [2, 7, 8]. — Dans ce cas, l'extension de l'onde sphérique, suivant les nouvelles variable θ et α caractérisant la direction de propagation de chaque onde plane dans le milieu 1,

s'exprime pour $0 \leqslant z \leqslant h$ par :

$$\psi_0(R) = (i/2\pi) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)} \, dk_x \, dk_y / k_z$$

$$= (ik_1/2\pi) \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^{\pi/2 - i\infty} \times$$

$$\times e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)} \sin\theta \, d\theta ,$$

$$k_x = k_1 \cos\alpha \sin\theta , \quad k_y = k_1 \sin\alpha \sin\theta ,$$

$$k_z = k_1 \cos\theta , \tag{3.9}$$

où

$$k_z = (k_1^2 - k_x^2 - k_y^2)^{1/2}$$

avec

$$-\infty < 0 < k_x, k_y < +\infty \Rightarrow k_1 < k_z < i\infty .$$

Nous voyons d'après (3.9) que la décomposition de l'onde sphérique en une somme d'ondes planes, montre l'existence d'ondes inhomogènes. Elles se propagent dans le plan x, y avec une décroissance exponentielle de l'amplitude, verticalement dans ce cas, suivant l'axe z. A l'interface il y a donc une superposition d'un nombre infini d'ondes, ayant même phase.

Le potentiel acoustique dans le milieu 2, en utilisant l'expression (3.2) du coefficient de transmission pour une onde plane, est alors :

$$\psi_2(R) = (ik_1/2\pi) \int_0^{2\pi} d\sigma \int_0^{\pi/2 - i\infty} L(\theta) \, e^{-ik_2 z \cos\varphi} \times$$

$$\times e^{ik_1 \sin\theta [x\cos(\sigma) + y \sin(\sigma)]} \sin\theta \, d\theta ,$$

où $L(\theta) = e^{ik_1 h \cos\theta} \, T(\theta)$, coefficient de transmission en $z = 0$, et $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$. La variable φ caractérise les directions de propagation de chaque onde plane dans le milieu 2. Soit :

$$\psi_2(r, z) = (ik_1/2) \int_{-i\infty + \pi/2}^{+i\infty - \pi/2} e^{ik_1(h\cos\theta - nz\cos\varphi)} \times$$

$$\times T(\theta) \, H_0^{(1)}(k_1 r \sin\theta) \sin\theta \, d\theta . \tag{3.10}$$

Posons $u = \sin\theta$, $du = \cos\theta \, d\theta$:

$$\psi_2(r, z) = ik_1 \int_{-\infty}^{+\infty} du \, e^{ik_1 g(u)} \, H_0^{(1)}(k_1 ur) \, u/f(u) ,$$

$$f(u) = m(1 - u^2)^{1/2} + (n^2 - u^2)^{1/2} , \tag{3.11}$$

$$g(u) = h(1 - u^2)^{1/2} + z(n^2 - u^2)^{1/2} ,$$

en prenant $z > 0$ de façon à ce que $\psi_2(r, z)$ décroisse quand $u > n$.

L'intégrale (3.10) a été ramenée à une intégrale sur l'axe réel. En posant $\mu = k_1 u$, soit $d\mu = k_1 \, du$, les expressions (3.8) et (3.11) sont équivalentes et nous avons :

$$K_1^2 = k_1^2(1 - u^2) , \quad K_2^2 = k_1^2(n^2 - u^2) . \tag{3.12}$$

Le terme $k_1 r$ n'est autre que le terme de phase de l'onde incidente, faisant un angle θ avec l'axe z. Lorsque l'on considère la symétrie sphérique de l'onde à l'interface, nous avons par projection sur ce plan, la phase $k_1 r \sin\theta$. Nous retrouvons donc, en fonction de la distance radiale r (cas de la symétrie axiale autour de l'axe z), le terme de phase μr tel que :

$$\mu r = k_1 r \sin\theta = k_1 ru .$$

3.3 EXPRESSION ANALYTIQUE DE L'ONDE GÉOMÉTRIQUE RÉFRACTÉE. — Nous devons intégrer l'expression (3.11) le long d'un contour réel. L'étude de la fonction f montre l'existence de pôles $(\pm [(n^2 - m^2)/(1 - m^2)]^{1/2})$ et de points de branchement $(\pm n)$ et (± 1) dans le plan complexe. L'étude des pôles dans le cas $m > 1$ et $n < 1$ montre que les deux expressions $(n^2 - m^2)^{1/2}$ et $(1 - m^2)^{1/2}$ sont de même signe, avec u réel et $|u| > 1$. Pour ces valeurs de u, la fonction f ne s'annule pas. Les points de branchement $(\pm n)$ correspondent aux valeurs $\theta_c = \pm \arcsin(n)$, qui est l'angle critique selon la loi de Snell-Descartes.

En prenant $z > 0$ de façon à ce que $\psi_2(r, z)$ décroisse quand $u > n$ (3.11), nous choisissons les points appartenant au feuillet de Riemann supérieur tels que les parties imaginaires de $(n^2 - u^2)$ et $(1 - u^2)$ soient positives.

Pour des valeurs de $u < n$, l'intégrale sur ce nouveau chemin est du type [8]. Nous pouvons appliquer la méthode de phase stationnaire. Nous choisissons un chemin Γ' passant par un point stationnaire u_0 et ne contenant pas de pôles (f ne s'annule jamais).

Posons d'après ([8] Eq. (A.6)), en se plaçant dans le cas de valeurs de $u < n$:

$$g(u) = h(1 - u^2)^{1/2} + z(n^2 - u^2)^{1/2} + ru ,$$

$$F(u) = P_0(k_1 ru)[2k_1/\pi r]^{1/2} \, u \, e^{i\pi/4}/f(u) \tag{3.13}$$

$$\beta = k_1 \quad \text{et} \quad \beta \gg [(1 - u^2)^{-3/2} h^{-1} + (n^2 - u^2)^{-3/2} z^{-1}] ,$$

soit

$$\beta \gg r^{-1}$$

expressions dans lesquelles le développement asymptotique de la fonction de Hankel (pour de grandes valeurs de $k_1 r$) a été utilisé soit :

$$H_0^{(1)}(k_1 ru) = P_0(k_1 ru)[2/\pi k_1 r]^{1/2} \, e^{ik_1 ru} \, e^{-i\pi/4}$$

$$P_0(k_1 ru) = u^{-1/2} \Bigg(1 + \sum_{p=1}^{n-1} (-1)^p [(2p - 1)!]^2$$

$$\times (i/8 k_1 ru)^p / p!) + \mathcal{O}([kru]^{-n}) .)$$

Nous avons un point stationnaire u_0 tel que :

$$r = hu_0/(1 - u_0^2)^{1/2} + zu_0/(n^2 - u_0^2)^{1/2} \tag{3.14}$$

avec u_0 réel et $u_0 < n$,

$$g(u_0) = h/(1 - u_0^2)^{1/2} + zn^2/(n^2 - u_0^2)^{1/2} .$$

Or d'après ([8] Eq. (2.13)) nous avons $r = h \operatorname{tg}\theta + z \operatorname{tg}\varphi$. L'expression (3.14) est toujours vérifiée, en accord avec la loi de Snell-Descartes, $(u_0 < n)$.

Les rayons dans ce cas suivent une trajectoire minimum selon le principe de Fermat. On retrouve les lois propres à l'acoustique géométrique :

$$u = u_0 \Leftrightarrow \sin\theta_0 = u_0$$

où θ_0 correspond à l'angle d'incidence d'une onde plane avec $u_0 < \theta_c$.

Chaque onde plane suit un trajet minimum à travers le dioptre, selon la loi de Snell-Descartes.

L'expression du potentiel acoustique de l'onde géométrique réfractée est donc celle donnée en (3.2) et corrigée par les termes du développement asymptotique [10, 8] où :

$$\psi_2(r,z) \approx 2(u_0/r)^{1/2} \times \times \left\{ e^{i[k_1 g(u_0)]} [|g''(u_0)|]^{-1/2} / f(u_0) \right\} \times \{1 + (a/4k_1) + \cdots\}. \quad (3.15)$$

Le terme d'ordre deux (coefficient a) fait apparaître une dépendance du potentiel par rapport à la longueur d'onde et à l'inverse du carré de la fonction f. Dans le cas du dioptre air-eau où la relation (3.3) est vérifiée ($m \approx 800$), ce terme devient négligeable, *a fortiori* ceux d'ordres supérieurs.

Pour le potentiel géométrique à l'ordre 1, nous retrouvons l'expression donnée par la théorie des rayons (3.4) :

$$\psi_2(r,z) \approx 2(u_0/r)^{1/2} e^{i[k_1 g(u_0)]} \times \times [h(1-u_0^2)^{-3/2} + zn^2(n^2-u_0^2)^{-3/2}]^{-1/2}/f(u) \quad (3.16)$$

avec un terme de phase :

$$k_1(h/(1-u_0^2)^{1/2} + zn^2/(n^2-u_0^2)^{1/2}).$$

L'utilisation de ces méthodes asymptotiques montre que le choix du trajet d'intégration correspond à des ondes planes ayant même phase au point d'observation. Or d'après les propriétés des fonctions analytiques, le trajet sur lequel la phase est constantes correspond à une décroissance rapide de l'intégrand suivant la distance au point col. Les parties essentielles de l'intégrale sur ce nouveau contour, proviennent uniquement du voisinage du point col. Soit dans notre cas :

$$r_0 = h \operatorname{tg}\theta_0 + z \operatorname{tg}\varphi_0,$$

où θ_0, φ_0 représentent les angles d'incidence et de réfraction selon la loi de Snell-Descartes. Nous avons donc au point d'observation un ensemble d'ondes planes créant un champ en accord avec les lois de l'optique géométrique lorsque $k_1 r \gg 1$. Aux grandes valeurs de k_1 ou à des distances source-récepteur grandes devant λ_1, il apparaît des termes correctifs.

3.4 ÉTUDE DU TRAJET AU POINT DE BRANCHEMENT. CORRECTION DU CHAMP RÉFRACTÉ GÉOMÉTRIQUE PAR LES ONDES INHOMOGÈNES [9, 12, 14]. — L'étude de l'intégrale (3.11) pour des valeurs de $u > n$, c'est-à-dire pour des valeurs supérieures à l'angle critique montre que le chemin d'intégration dans ce cas, coupe la coupure issue du point de branchement n. Nous passons du feuillet de Riemann supérieur au feuillet de Riemann inférieur sans aucune relation avec le chemin d'intégration précédent Γ'. Nous devons alors choisir un nouveau contour Γ''. Ce nouveau chemin entourant une partie de la coupure peut longer le feuillet supérieur. Nous pouvons alors appliquer la méthode du col pour de grandes valeurs du paramètre k_1. Cette méthode nous impose le choix d'un chemin suivant les lignes de plus grandes pentes issues d'un nouveau point de col u_0'.

Nous avons dans ce cas ($u > n$), les relations :

$$\begin{aligned} f(u) &= m(1-u^2)^{1/2} + i(u^2-n^2)^{1/2}, \\ g(u) &= h(1-u^2)^{1/2} + iz(u^2-n^2)^{1/2} + ru, \\ F(u) &= P_0(k_1 ru)\, u(2k_1/\pi r)^{1/2} e^{i\pi/4}/f(u), \\ \beta &= k_1 \quad \text{et} \quad \beta \gg 1/r. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Soient :

$$\operatorname{Re}[g(u)] = h(1-u^2)^{1/2} + ru,$$
$$\operatorname{Im}[g(u)] = iz(u^2-n^2)^{1/2}.$$

Nous avons un point de selle u_0' vérifiant $g'(u) = 0$, soit :

$$\begin{aligned} u_0' &= r_0/(h^2+r_0^2)^{1/2}, \\ u_0' &\text{ réel et } u_0' = \sin\alpha \quad \text{avec} \quad \alpha > \theta_c. \end{aligned} \quad (3.18)$$

La relation liant r, h, z quand $u < n$, étant déterminée par $r = h \operatorname{tg}\theta + z \operatorname{tg}\varphi$; lorsque $u > n$, nous avons $r = h \operatorname{tg}\alpha$. Cette deuxième relation est indépendante de la profondeur z. Pour de faibles profondeurs, l'angle α s'interprète comme un angle d'incidence supérieur à l'angle critique θ_c.

D'après les relations ([8] Eqs. (A.4), (2.65)) et (3.18), nous avons à l'ordre 1 :

$$\psi_L(r,z) = 2h\, e^{i\xi_L}/[mh(r^2+h^2)^{-1/2} + + i([r^2/(r^2+h^2)] - n^2)^{1/2}](r^2+h^2), \quad (3.19)$$

avec un terme de phase ξ_L :

$$\xi_L = k_1[(r^2+h^2)^{1/2} + iz[\sin^2\alpha - n^2]^{1/2}]$$

où

$$\begin{aligned} \cos\alpha &= h(r^2+h^2)^{-1/2}, \\ \sin\alpha &= r/(r^2+h^2)^{1/2} > n, \quad \alpha > \theta_c. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Il apparaît un nouveau type d'onde dans le milieu 2, (appelée onde latérale), pour des angles d'incidence supérieure à l'angle critique. L'amplitude de cette onde, contrairement aux ondes planes ou sphériques, s'atténue exponentiellement suivant la profondeur et en fonction de la fréquence de l'onde émise.

Dès réflexion totale, il y a création d'une onde qui se propage le long du dioptre et rayonne de part et d'autre de celui-ci. Ce rayonnement s'atténue exponentiellement suivant une direction perpendiculaire à l'interface et d'autant plus que la fréquence du signal est élevée.

Il apparaît donc, pour de faibles profondeurs du récepteur, des ondes provenant de deux trajets différents. L'un en accord avec la loi de Snell-Descartes correspondant au principe de Fermat

$$h/\cos\theta + z/\cos\psi \; (r = h\,\mathrm{tg}\,\theta + z\,\mathrm{tg}\,\psi)\,,$$

et l'autre pour des angles α supérieurs à l'angle critique, quand $z \to 0$, $h/\cos\alpha$, $(r = h\,\mathrm{tg}\,\alpha$, où $u_0' = \sin\alpha)$. Au point d'observation, nous avons donc interférences entre ces ondes, dépendant des paramètres λ, h (caractéristiques de la source) et r, z (position de l'hydrophone).

3.5 Expression du champ réfracté total en termes d'amplitude et de phase. — Nous avons :

$$\psi_2^t = \underset{\theta < \theta_c}{\psi_2} + \underset{\theta > \theta_c}{\psi_L}\,.$$

Posons :

$$\psi_2^t = |\psi_2^t| e^{i \arg[\xi]}\,, \quad \psi_2^t = |\psi_2| e^{i \arg[\psi_2]} + |\psi_L| e^{i \arg[\psi_L]}$$

$$\arg[\psi_2] = w \quad \text{et} \quad \arg[\psi_L] = v\,.$$

Les termes d'amplitude et de phase sont respectivement tels que :

$$\begin{aligned} |\psi_2^t| &= (|\psi_2|\cos(w) + |\psi_L|\cos(v)) \\ &\quad + i\,(|\psi_2|\sin(w) + |\psi_L|\sin(v)) \\ &= (|\psi_2|^2 + |\psi_L|^2 + 2|\psi_2||\psi_L|\cos(w - v))^{1/2}\,, \\ \xi &= \mathrm{arctg}\,[(|\psi_2|\sin(w) + |\psi_L|\sin(v))/ \\ &\quad /(|\psi_2|\cos(w) + |\psi_L|\cos(v))]\,. \end{aligned} \tag{3.21}$$

Le développement de ces expressions est donné à l'aide des expressions des potentiels acoustiques de l'onde géométrique ψ_2 (3.16) et latérale ψ_L (2.19), calculées précédemment.

A ce niveau du calcul, une remarque essentielle est à faire. En fonction de la fréquence ω de la source, les amplitudes des deux types d'ondes s'écrivent sous la forme

$$|\psi_2(P)| = A_2(P) + \varepsilon(P) \quad \text{où} \quad \varepsilon(P) = O(1/k_1 r)$$

$$|\psi_L(P)| = A_L(P)\, e^{-k_1 z[(r^2/(r^2+h^2)^{1/2}) - n^2]^{1/2}}\,,$$

(en intégrant le reste dans le terme $A_L(P)$).

Par conséquent, pour des valeurs de $k_1 r$ tendant vers l'infini, $|\psi_L(P)|$ est négligeable par rapport au reste $\varepsilon(P)$ du développement de $|\psi_2(P)|$. Cependant, à chaque position P de l'Hydrophone, on peut associer une plage de fréquences ω pour laquelle $|\psi_L(P)|$ reste significatif devant $\varepsilon(P)$. Pour le voir, il faut se rappeler que le nombre m est grand, proche de 800. Or, $|\psi_L(P)|$ est de l'ordre de $1/m$ alors que $\varepsilon(P)$ de l'ordre de $1/m^2$. C'est cette circonstance seule qui justifie la validité de nos simulations.

3.6 Simulations. — Par des simulations numériques, nous pouvons représenter le champ de pression réfracté correspondant à une situation expérimentale donnée, sous forme de cartes d'amplitude et de phase. Nous voulons déterminer la correction qu'il faut apporter à la pression mesurée par des hydrophones, en fonction de la position de ceux-ci, pour retrouver la pression et les caractéristiques du signal incident. Nous allons également déterminer séparément les courbes d'isoatténuation des ondes géométriques et latérales réfractées, suivant les variables réduites $X = r/h$ et $Y = z/h$, coordonnées du point d'observation (position sur l'horizontale et immersion de l'hydrophone). La dépendance des ondes latérales par rapport à la longueur d'onde λ du signal émis, nous fera introduire la variable réduite $\lambda_0 = \lambda/h$.

3.6.1 *Représentations graphiques concernant l'onde géométrique.* — Nous avons vu que l'expression de l'onde géométrique réfractée dans le cas du dioptre air-eau, obtenue en utilisant la théorie des rayons (3.2) ou un développement asymptotique de la solution intégrale de l'équation des ondes (3.16) était la même.

En prenant pour unité de l'intensité dans l'eau (respectivement air), l'intensité d'une onde plane de pression unité dans l'eau (respectivement air), pour se conformer à une réalisation expérimentale (hydrophone et microphone), nous pouvons éliminer le terme n/m des expressions précédentes

$$\tilde{I}_j = [I_j/\tilde{P}_j^2]\,\rho_j c_j\,, \quad \tilde{P}_j \text{ Pression unité dans le milieu } i\,.$$

En se référant à des courbes d'isoatténuation exprimées en décibels, nous pouvons de plus éliminer le terme en $\cos^2(\theta)$, car pour une incidence critique de l'ordre de 13° dans le cas du dioptre air-eau, l'erreur engendrée est inférieure à 0,2 décibels. Nous obtenons une perte par divergence et réfraction de la pression acoustique de $10 \log \widetilde{([I_2/I_1]/h^2)}$.

Les courbes d'isoatténuation de l'onde géométrique sont représentées sur la figure 4a, en accord avec les formules (3.2, 3.16) (acoustique géométrique et développement asymptotique au premier ordre), pour une discrétisation de l'atténuation d'un pas de 5 décibels. Les courbes d'isoatténuation trouvées sont en accord avec la géométrie de la source. Nous en déduisons la correction qu'il faut apporter à la pression mesurée par l'hydrophone, pour obtenir la pression incidente. A la verticale, au niveau de l'interface, nous trouvons non pas une valeur nulle, mais + 6 décibels, ceci est dû aux conditions de continuité du champ à l'interface, qui a pour effet de doubler la pression. Ces courbes sont indépendantes de la fréquence du signal émis.

3.6.2 *Calcul numérique de l'onde latérale réfractée.* — Les hypothèses faites pour le dioptre étant les mêmes, les courbes d'isoatténuation, pour une atténuation en décibels de w, s'obtiennent à partir de :

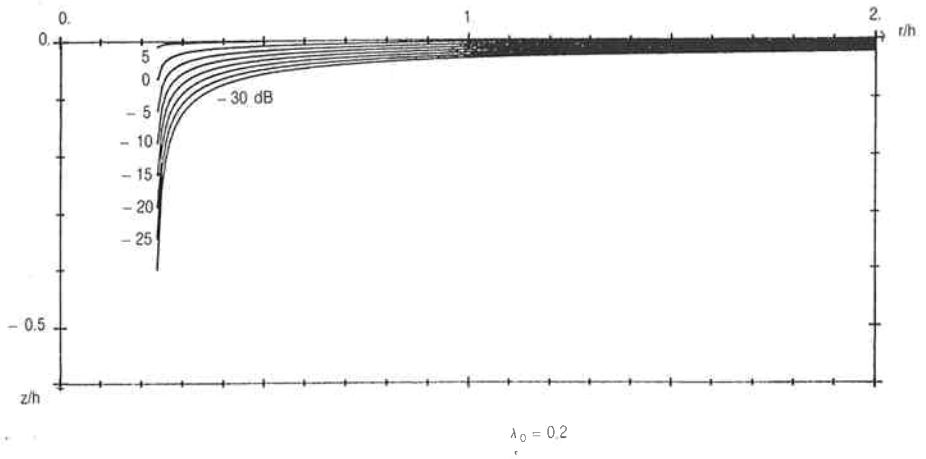
$$Y = \lambda_0\,\mathrm{Log}\,[4\,w/(X^2+1)]/4\,\pi\,(X^2/(X^2+1) - n^2)^{1/2}\,,$$

$$X \geqslant n/(1-n^2)^{1/2}\,,$$

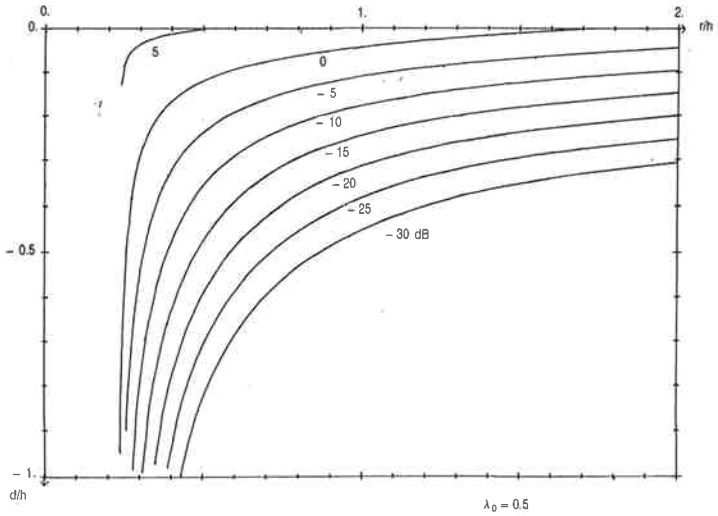
$$\lambda_0 = \lambda/h \quad \text{avec} \quad \sin\alpha = X/(X^2+1)^{1/2}$$

et

$$\sin\alpha > n\,. \tag{3.22}$$



2.1



2.2

Fig. 2. — Courbes d'isoatténuation de l'onde latérale. 2.1 : $\lambda_0 = 0{,}2$; 2.2 : $\lambda_0 = 0{,}5$.

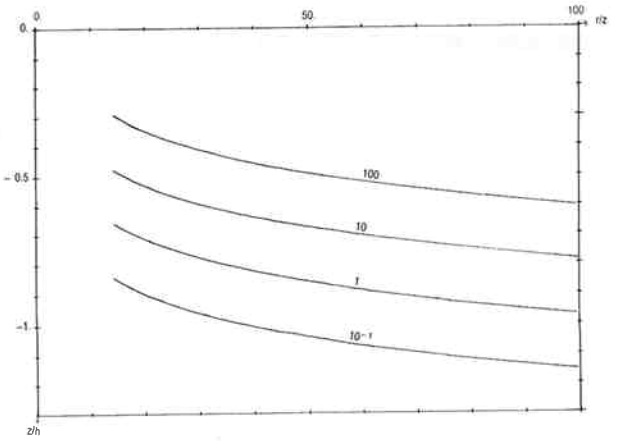
[Contours of the isoattenuation of the inhomogeneous wave. 2.1 : $\lambda_0 = 0.2$; 2.2 : $\lambda_0 = 0.5$.]

3.6.3 *Représentations graphiques concernant l'onde latérale réfractée.* — Les courbes d'isoatténuation de l'onde latérale réfractée sont représentées pour différentes valeurs de la longueur d'onde $(0{,}2 < \lambda_0 < 0{,}5)$. Pour une célérité c_1 de 340 m/s, nous avons une échelle de fréquences telle que : 680 Hz $< f_{H=1} <$ 1 700 Hz.

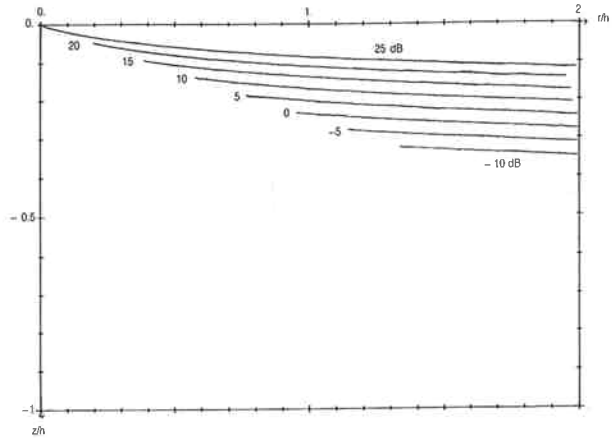
Nous retrouvons bien une pénétration des ondes plus importantes aux basses fréquences (Fig. 3.1, 3.2). Pour des angles inférieurs à l'angle critique, soit sur le graphe $X < n/(1 - n^2)^{1/2}$, où $n = \sin(\theta_c)$, on peut remarquer que les ondes latérales n'existent pas. Nous les retrouvons pour de faibles profondeurs avec $x > \text{tg}\ \theta_c$ en accord avec la théorie. A l'interface $(x > \text{tg}\ (\theta_c))$, nous avons une valeur maximum de l'amplitude, contrairement aux ondes géométriques. Ceci peut facilement être expérimenté en laboratoire, dans une cuve acoustique.

Une étude intéressante est celle du rapport de l'intensité de l'onde latérale sur l'intensité de l'onde réfractée [1]. Nous pouvons étudier ce rapport suivant les variables réduites r/z et z/λ, mais aussi suivant r/h et z/h. Ces courbes d'isoatténuation sont représentées figures 2.1 et 2.2. Nous voyons l'importance que peut avoir l'amplitude de l'onde latérale par rapport à celle de l'onde géométrique pour de faibles profondeurs du récepteur. La contribution des ondes géométriques devient négligeable lorsqu'on se rapproche de l'interface.

3.7 REPRÉSENTATION DU CHAMP RÉFRACTÉ TOTAL. — A partir des expressions analytiques des potentiels réfractés correspondant à l'onde géométrique et latérale (3.16, 3.19) ainsi que des expressions du champ réfracté total (3.21), nous pouvons déterminer l'expression du



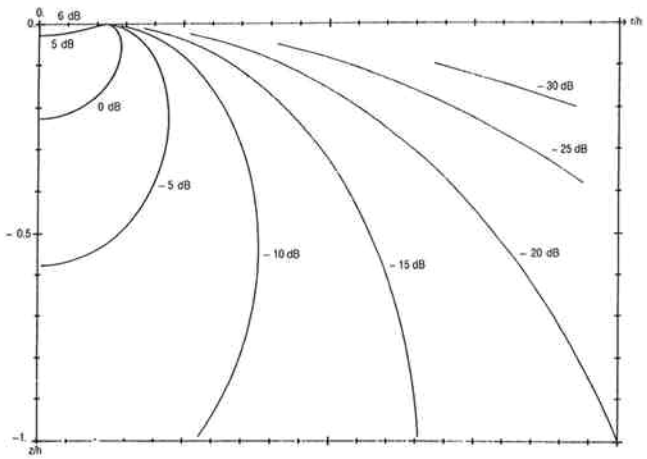
3.1



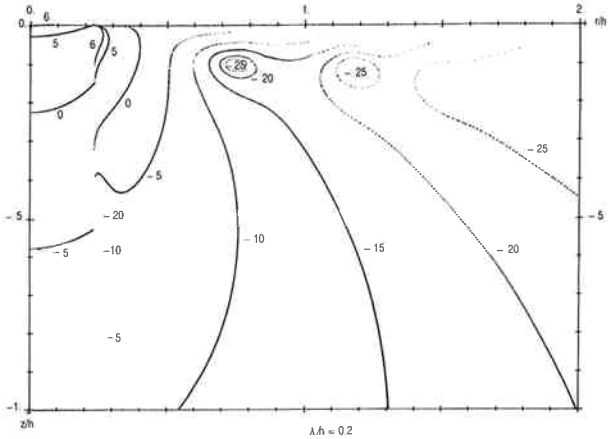
3.2

Fig. 3. — Courbes d'isoatténuation du rapport de l'intensité de l'onde latérale sur l'intensité de l'onde géométrique.

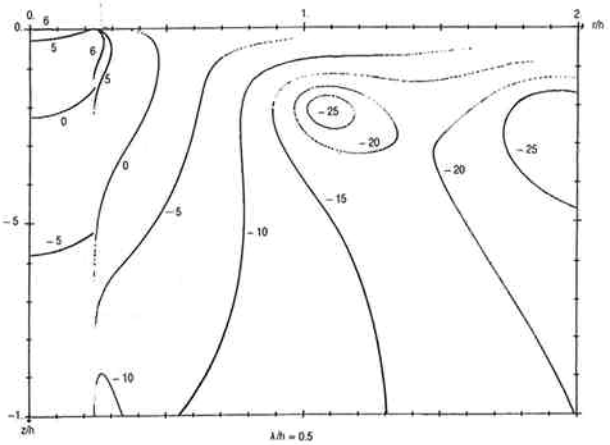
[Isoattenuation contours of the ratio of the intensity of in homogeneous wave to the intensity of the geometrical wave.]



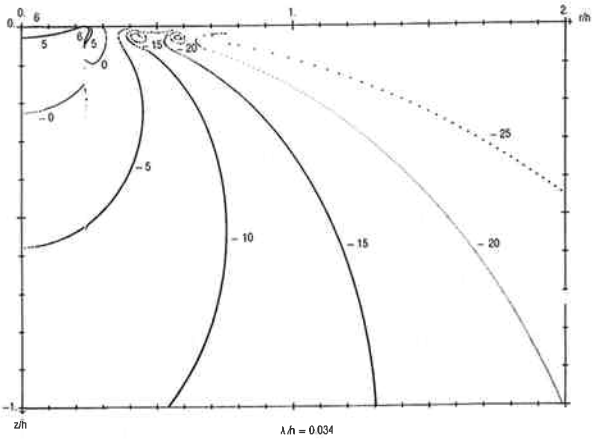
a)



c)



b)



d)

Fig. 4. — synthèse du champ réfracté total. Courbes d'isoatténuation du champ (a) acoustique géométrique ; (b, c, d) méthode asymptotique.

[Synthesis of total refracted field. Contours of the isoattenuation of the field : (a) geometrical optics ; (b, c, d) asymptotic method.]

rapport de l'intensité de l'onde réfractée totale sur l'intensité de l'onde incidente. Nous utilisons les mêmes hypothèses que précédemment et nous gardons les mêmes variables réduites. Suivant les caractéristiques de la source nous pouvons déterminer les courbes d'isoatténuation de l'onde réfractée totale.

Les représentations graphiques (Figs. 4b, 4c, 4d), ont été déterminées pour différentes valeurs de λ_0, avec un pas de 5 décibels. Nous obtenons conformément à la théorie, un phénomène d'interférences. Aux hautes fréquences, la théorie des rayons donne une bonne représentation du champ, alors que le développement asymptotique à partir de la solution exacte de l'équation des ondes, convient également pour les basses fréquences.

Nous avons un point particulier $r/h = \operatorname{tg} \theta_c$. Aux hautes fréquences, il y a convergence des courbes en ce point. Nous rentrons dans le cadre de la théorie des rayons et le champ se rapproche de la figure 4a. Aux basses fréquences, le phénomène d'interférences s'accentue. Les ondes latérales pénètrent plus profondément dans le second milieu.

La résolution numérique s'effectue à partir des relations ([8] Eqs. (2.72, 2.75)), ainsi que des expressions (3.19, 3.22). Nous obtenons une fonction de la forme [8] :

$$Y = f(X, \theta, gdB, \lambda_0, n)$$

avec

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= X/(X^2+1)^{1/2}, && \sin \alpha > n \\ \operatorname{tg} \alpha &= X - Y \sin \alpha / (n^2 - \sin^2 \alpha)^{1/2}, && \sin \alpha < n . \end{aligned} \tag{3.23}$$

4. Conclusion et perspectives.

La propagation acoustique à partir de la résolution de l'équation de Helmholtz a montré l'existence d'ondes inhomogènes pour des angles d'incidence supérieurs à l'angle critique. Ces ondes ont une amplitude variable en décroissance exponentielle suivant la perpendiculaire à l'interface et qui de plus est fonction de la longueur d'onde. Elles ne correspondent pas à une absorption du milieu car il y a conservation de l'énergie au passage du dioptre, avec un nombre d'onde réel. Ces ondes pénètrent d'autant mieux le milieu que la fréquence du signal émis est basse. En un point quelconque du champ réfracté, il y a donc interférences entre les deux contributions de l'onde (géométrique et latérale). Il y a de ce fait une forte dépendance du champ par rapport à la fréquence et à la hauteur (caractéristiques de la source) et par rapport aux coordonnées du récepteur.

Cette étude a été effectuée en vue d'une expérimentation en laboratoire. Pour cela il est nécessaire de transposer les grandeurs physiques (profondeurs des hydrophones, hauteur et paramètre acoustique de la source) suivant une échelle correspondant aux dimensions d'une cuve acoustique. Une réduction de la distance source-récepteur suppose un déplacement du paramètre acoustique de la source vers les courtes longueurs d'onde. Or nous avons vu qu'aux hautes fréquences, nous ne pouvons plus considérer la contribution des ondes latérales pour le champ réfracté. Il y a atténuation rapide de l'amplitude de l'onde dans ce cas. Cela suppose qu'une simple transposition de ces données ne peut se faire sans une variation des caractéristiques des milieux. Nous devons, si la transposition des milieux ne peut être mise en œuvre expérimentalement, pour tenir compte de l'effet des ondes latérales, simuler le phénomène à des fréquences non pas ultrasoniques, mais audibles.

Si les méthodes classiques permettent d'aborder le problème en régime harmonique, celles-ci semblent être mal adaptées au cas non stationnaire. Il semble donc intéressant de prolonger cette étude au cas des régimes transitoires, en utilisant des méthodes de résolution à la fois temporelle et fréquentielle. En effet, ces ondes parcourant des trajets différents arrivent à des temps différents et subissent de plus une atténuation en fonction de la fréquence. Une analyse en régime non harmonique de type temps-fréquence est donc nécessaire.

On peut citer ici deux méthodes satisfaisant des contraintes évolutives rapides :

— la transformation de Wigner-Ville [15, 16] ;

— une nouvelle méthode de décomposition de signaux transitoires : la transformée en Ondelettes [17-19].

Remerciements.

Je tiens à remercier M. C. Gazanhes codirecteur du Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique de Marseille, pour les nombreux conseils qu'il m'a prodigués lors de ce travail, ainsi que MM. G. Corsain, R. Holtzer et J. Léandre qui concourent actuellement à la mise en œuvre d'une expérimentation.

Bibliographie

[1] URICK, R. J., Noise Signature of an Aircraft in Level Flight over a Hydrophone in the sea, *J. Acoust. Soc. Am.* **52** (1972) 993-999.

[2] GERJUOY, E., Refraction of Waves from a Point Source into a Medium of Higher Velocity, *Phys. Rev.* **73** (1948) 1442-1449.

[3] HUDIMAC, A. A., Ray Theory Solution for the Sound Intensity in Water Due to a point Source above it, *J. Acoust. Soc. Am.* **28** (1957) 916-917.

[4] YOUNG, R. W., Sound Pressure in Water from Source in Air (L), *J. Acoust. Soc. Am.* **50** (1971) 1392-1393.

[5] WEINSTEIN, M. S. et HENNEY, A. G., Wave Solution for

Air-to-Water Sound Transmission, *J. Acoust. Soc. Am.* **37** (1965) 899-905.

[6] CANDEL, S. M. et CRANCE, C., Direct Fourier Synthesis of Wave in Layered Media and The Method of Stationary Phase, *J. Sound Vib.* **74** (1980) 477-498.

[7] BREKHOVSKIKH, L. N., Waves in Layered Media (Wiley, New York) 1960, pp. 292-302.

[8] SARACCO, G., Etude de la Transmission Acoustique à travers de dioptre Air-Eau, Note-Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique ISSN 0750-7356, n° 101 (C.N.R.S. L.M.A.-Marseille) 1986.

[9] COPSON, E. T., Asymptotic Expansions (The University Press, Cambridge) 1967.

[10] WATSON, G. N., Treatise on the Theory of Bessel Functions (The MacMillan Company, New York) 1944.

[11] HABAULT, D. et FILIPPI, P. J., Ground effect analysis : Surface Wave and Layered Potential Representation, *J. Sound Vib.* **79** (1981) 529-550.

[12] POIRÉE, B., Les Méthodes Asymptotiques *Hautes Fréquences* en acoustique sous-marine, 7e Colloq. sur le Trait. du Sign. et ses Applic. (Nice) 1979, pp. 2211-2219.

[13] GOTTLIEB, P., Sound Srouce near a Velocity Discontinuity, *J. Acoust. Soc. Am.* **32** (1960) 1117-1122.

[14] POIRÉE, B., Les discontinuités en acoustique cas du dioptre, *Rev. Cethedec* **51** (1977) 1-10.

[15] IKELLE, L. T., DIET, J. P. et TARANTOLA, A., Linearised Inversion of Multioffset Seismic Reflection data in the Σ-K domain, *Geophysics* **51** (1986) 1266-1276.

[16] FLANDRIN, P., SAGELOLI, J., SESSAREGO, J. P. et ZAKHARIA, M., Application of time-frequency analysis to the characterization of surface waves on elastic targets, *Acoust. Lett.* **10** (1986) 23-28.

[17] GROSSMANN, A. et MORLET, J., Decomposition of hardy functions into square integrable wavelets of constant shape, *Soc. Int. Ana. Math. J. Math. Anal.* **15** (1984) n° 4.

[18] KRONLAND-MARTINET, R., MORLET, J. et GROSSMANN, A., Analysis of Sound Patterns through Wavelet Transforms, à paraître dans *Int. J. Pattern. Recog.* and *A.I.* (1987).

[19] GROSSMANN, A., HOLSCHNEIDER, M., KRONLAND-MARTINET, R. et MORLET, J., Detection of Abrupt Changes in Sound Signals with the help of Wavelet Transforms, à paraître *Acad. Press* (1987).