HAL open science

Allocation MC-CDMA : augmentation des débits sur les lignes de transmission

Jean-Yves Baudais, Matthieu Crussière

To cite this version:

Jean-Yves Baudais, Matthieu Crussière. Allocation MC-CDMA : augmentation des débits sur les lignes de transmission. 20e colloque GRETSI sur le traitement du signal et des images, 2005, Louvain-la-Neuve, Belgique. pp.735-738. hal-00014018

HAL Id: hal-00014018

https://hal.science/hal-00014018v1

Submitted on 18 Sep 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Allocation MC-CDMA : augmentation des débits sur les lignes de transmission

Jean-Yves Baudais, Matthieu Crussière
Institut d'électronique et de télécommunications de Rennes — UMR CNRS 6164
INSA, 20 avenue des Buttes de Coësmes, CS 14315, 35043 Rennes Cedex, France
{jean-yves.baudais,matthieu.crussiere}@insa-rennes.fr

Résumé – Dans ce papier nous présentons l'application et la configuration de la technique MC-CDMA pour les liaisons filaires, obtenues à partir de l'étude théorique de la capacité du système émission-réception. L'intérêt de cette technique est de pouvoir regrouper les sous-porteuses de la modulation DMT afin d'accroître les débits de transmission.

Abstract – In this paper we present the application and the configuration of the MC-CDMA technique for wireline communications, obtained from the theoretical study of the transmission system capacity. The interest of this technique is its capability to gather the subcarriers of DMT modulation in order to increase the transmission rates.

1 Introduction

La modulation DMT (*discrete multitone*) est couramment proposée dans les instances de normalisation pour les transmissions sur ligne. Cette modulation permet de profiter pleinement de la connaissance du canal à l'émission et d'appliquer le principe du *water-filling* via les algorithmes d'allocation de l'information ou *bit loading*. L'information est alors distribuée sur les sous-porteuses du signal DMT en fonction de la valeur du rapport entre la puissance du signal et celle du bruit (RSB) propre à chaque sous-porteuse. Cependant, avec une densité spectrale de puissance (DSP) du signal émis limitée, une perte de quantification liée aux ordres discrets de modulation est inévitable. Cette perte peut être limitée en regroupant simplement les sous-porteuses à l'aide de codes d'étalement [1]. La technique MC-CDMA (*multicarrier code division multiple access*) permet ainsi de combiner les énergies des sous-porteuses sans changer la forme d'onde initiale du signal. La composante CDMA ne réalise pas un accès multiple à proprement parler car tous les codes sont utilisés pour la même liaison point-à-point [2, 3]. La perte de quantification est alors minimisée en transmettant l'information non plus sur des sous-porteuses isolées mais sur des groupes de sous-porteuses. De même, les sous-porteuses présentant un trop faible RSB ne pourront pas être utilisées par un système DMT alors qu'elles pourront l'être par un système MC-CDMA. Toute la difficulté est alors de configurer correctement le système MC-CDMA afin de maximiser les débits de transmission.

Alors que la modulation DMT bénéficie d'algorithmes d'allocation optimaux, il n'existe pas aujourd'hui d'équivalent pour les systèmes MC-CDMA. À partir d'une étude théorique de la capacité et des débits réalisables, nous développons une allocation de l'information adaptée au système MC-CDMA qui permet d'obtenir la configuration qui maximise le débit du système de communication. Nous montrons alors qu'à travers des canaux difficiles, le système MC-CDMA peut encore transmettre de l'information contrairement à la technique DMT.

2 Le système de transmission MC-CDMA

Dans un premier temps, nous nous intéressons à un système MC-CDMA classique qui est le résultat de la transformation de Fourier discrète inverse d'un signal CDMA [4]. Le vecteur de symboles complexes $X = {}^t[X_1, \cdots, X_U]$ est étalé par la matrice des codes $C = (c_{i,u})_{0<i\leq k\,,\,0<u\leq U}$. Les symboles X_u appartiennent à l'alphabet des modulations MAQ-2^n, et U codes de longueur k sont utilisés. Nous verrons que l'utilisation de codes orthogonaux issus des matrices de Hadamard de dimension $k \times k$ permet de maximiser la capacité du système de communication. Avant la modulation OFDM (*orthogonal frequency division multiplex*), les échantillons sont les éléments CX, et le système utilise k sous-porteuses.

Les caractéristiques fréquentielles du signal MC-CDMA sont les mêmes que celles d'un signal DMT. La composante OFDM du signal est supposée adaptée au canal de transmission. L'intervalle de garde, le nombre de sous-porteuses, et l'espace entre ces sous-porteuses sont correctement choisis afin d'absorber parfaitement les échos du canal, et de limiter la perte d'efficacité spectrale liée à cet intervalle de garde.

Le signal reçu subit tout d'abord une démodulation OFDM par suppression de l'intervalle de garde et transformation de Fourier discrète. Nous choisissons un système de réception simple où la correction du canal et le désétalement ne sont pas réalisés conjointement. Cela se justifie par le fait que le système optimal utilise des codes orthogonaux et est à pleine charge, comme nous le verrons. Le signal sera alors égalisé à l'aide d'un coefficient par sous-porteuse avant d'être désétalé. La mise en œuvre de la réception reste simple, et l'inversion de matrice n'est

pas nécessaire. Dans le cas général, le vecteur de symboles reçus après démodulation OFDM, désétalement et correction du canal s'écrit $Y = {}^tCGHCX + {}^tCGZ$, avec H la matrice diagonale des coefficients du canal, G la matrice diagonale de correction du canal, et Z le vecteur des échantillons du bruit blanc additif gaussien complexe.

3 Capacité de la forme d'onde MC-CDMA

Nous nous intéressons tout d'abord, non pas à la capacité d'un système de transmission MC-CDMA, mais à la capacité de la forme d'onde MC-CDMA, dans un cadre très général. Nous allons montrer que sous la contrainte d'une DSP du signal limitée, la maximisation de la capacité d'une forme d'onde MC-CDMA conduit à l'utilisation de codes orthogonaux, avec une répartition uniforme de l'énergie entre les codes, et un système à pleine charge. Pour calculer cette capacité nous partons de la définition du signal reçu après démodulation OFDM, soit $HCX+Z$. En considérant le cas de vecteurs spéciaux gaussiens, et avec une connaissance du canal à l'émission et à la réception, l'information mutuelle s'écrit

$$I(X|H,Y|H) = \frac{1}{2}\log\det\left(I + \frac{1}{N_0}HCR_XC^*H^*\right) , \quad (1)$$

avec $R_X = \mathrm{E}\left[XX^*\right]$ la matrice de covariance du vecteur X telle que $\mathrm{E}\left[X_uX_u^*\right] = E_u$. Soit la matrice A telle que $A = I + \frac{1}{N_0}HCR_XC^*H^* = [A_1|\cdots|A_k]$, il vient en utilisant l'inégalité de Hadamard

$$\begin{aligned} |\det(A)| &= \left|\left(\delta_{i,j} + \frac{1}{N_0}\sum_{u=1}^{U} h_i\overline{h}_j c_{i,u}c_{j,u}E_u\right)_{1\le i,j\le k}\right| \\ &\le \prod_{n=1}^{k} ||A_n||_2 \ . \end{aligned} \quad (2)$$

Une condition nécessaire et suffisante pour maximiser le déterminant est de rendre les vecteurs A_n orthogonaux deux-à-deux, soit $\forall n \neq m \ A_n^*A_m = 0$. Quel que soit $n \neq m$,

$$\begin{aligned} A_n^*A_m = &\frac{2\Re(h_n\overline{h}_m)}{N_0}\underbrace{\sum_{u=1}^{U} c_{n,u}c_{m,u}E_u}_{(a)} + \frac{h_n\overline{h}_m}{N_0} \\ &\times\sum_{i=1}^{k}\underbrace{\left(\sum_{u=1}^{U} c_{i,u}c_{n,u}E_u \cdot \sum_{v=1}^{U} c_{i,v}c_{m,v}E_v\right)}_{(b)}|h_i|^2 \ . \end{aligned} \quad (3)$$

Avec des codes orthogonaux de type Walsh-Hadamard, lorsque le système est à pleine charge, *i.e.* $U = k$, et que les énergies sont équiréparties, *i.e.* $E_u = E/k$, (a) est nul car $n \neq m$, et (b) est aussi nul car on ne peut avoir $i = n = m$. La capacité est ainsi maximale lorsque le système est à pleine charge et la répartition de l'énergie uniforme. Cette condition est suffisante mais pas nécessaire, autrement dit, il peut exister d'autres configurations qui maximisent la capacité de la forme d'onde MC-CDMA. On peut également montrer que cette configuration de la forme d'onde MC-CDMA conduit à une capacité égale à la capacité d'une forme d'onde DMT.

4 Technique de détection et correction du canal

Après avoir obtenu quelques résultats sur la capacité d'une forme d'onde MC-CDMA, nous nous intéressons aux techniques de détection linéaire et à la correction du canal, toujours sous la contrainte d'une énergie limitée à l'émission. Le canal peut être compensé soit à l'émission, à l'aide d'une technique dite de pré-égalisation, soit à la réception. Les calculs analytiques de capacité du système émission-réception montrent que la solution optimale est obtenue lorsque la correction est effectuée à la réception, et ce quel que soit le critère choisi (rapport signal sur bruit, distorsion-crête, erreur quadratique moyenne). Ceci s'explique par le fait que c'est la DSP du signal qui est limitée et non sa puissance totale. Nous nous intéressons plus particulièrement au critère de distorsion-crête (ou ZF en anglais) qui permet des débits proches de ceux obtenus avec la détection linéaire optimale (MMSE, *minimum mean square error*). Avec le récepteur ZF les symboles démodulés s'écrivent $Y = kX + {}^tCGZ$, avec G une matrice diagonale telle que $g_{i,i} = 1/h_i$, où h_i est le coefficient du canal sur la sous-porteuse i. La capacité associée à cette technique de détection s'écrit

$$\mathcal{C} = \sum_{u=1}^{U}\log_2\left(1 + \frac{k^2}{\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{|h_i|^2}}\frac{E_u}{N_0}\right) . \quad (4)$$

La contrainte de DSP se traduit par $\sum_{u=1}^{U} E_u \le E$, et la capacité d'un système DMT s'exprime par

$$\mathcal{C} = \sum_{i=1}^{k}\log_2\left(1 + |h_i|^2\frac{E}{N_0}\right) . \quad (5)$$

5 Allocation MC-CDMA-ZF optimale

Une fois la technique de détection choisie, il nous reste à configurer le système MC-CDMA en sélectionnant les sous-porteuses utiles, et en déterminant la longueur des codes, le nombre de codes, les modulations par code, et la répartition des énergies. L'objectif est alors d'obtenir une allocation de l'information adaptée au système de transmission MC-CDMA et optimale.

Deux approches peuvent être envisagées : maximiser le débit, ou maximiser une marge de bruit sous la contrainte d'un débit cible. Ces deux approches sont connues sous les acronymes BRMP et MMP pour, respectivement, *bit rate maximization problem* et *margin maximization problem* [5]. Dans les deux cas, une formule analytique nous donne la répartition optimale des sous-porteuses, des codes, des

modulations, et de l'énergie, ce qui nous permet d'éviter une recherche exhaustive de la solution optimale.

Nous nous intéressons ici à la maximisation du débit. Afin de spécifier des débits réalisables, nous introduisons la marge de bruit Γ, également appelée le RSB normalisé, et qui mesure la perte introduite par les modulations d'amplitude en quadrature par rapport à la capacité théorique [6]. Le débit réalisable associé à un système MC-CDMA utilisant la détection ZF est alors

$$R = \sum_{u=1}^{U} R_u = \sum_{u=1}^{U} \log_2 \left(1 + \frac{1}{\Gamma} \frac{k^2}{\sum_{i=1}^{k} \frac{1}{|h_i|^2}} \frac{E_u}{N_0} \right) . \quad (6)$$

Cette marge de bruit Γ peut également prendre en compte de gain apporté par le codage de canal [6].

5.1 Choix des sous-porteuses

Les k sous-porteuses peuvent être sélectionnées indépendamment des autres paramètres. Pour maximiser le débit R donné équation (6), il suffit de minimiser $\sum_{i=1}^{k} \frac{1}{|h_i|^2}$, c'est-à-dire de choisir parmi les sous-porteuses disponibles les k sous-porteuses ayant les plus forts coefficients $|h_i|^2$. Une solution simple consiste à réarranger les sous-porteuses par ordre décroissant et de sélectionner les k premières sous-porteuses.

5.2 Maximisation du débit pour une longueur de code donnée

À l'aide des multiplicateurs de Lagrange, on montre simplement que la solution optimale est obtenue pour $U = k$, et $E_u = E/k$, quel que soit k. Soit

$$\mathcal{R} = k \log_2 \left(1 + \frac{1}{\Gamma} \frac{k}{\sum_{i=1}^{k} \frac{1}{|h_i|^2}} \frac{E}{N_0} \right) . \quad (7)$$

Cette solution optimale $\mathcal{R}$ peut conduire à des ordres de modulation non entiers. Nous devons alors introduire une contrainte supplémentaire : $R_u \in \mathbb{N}$.

Théorème 1 *Sous la contrainte* $\sum_{u=1}^{k} E_u \leq E$, *le débit maximal réalisable dans* $\mathbb{N}$ *est obtenue en allouant* $\lfloor \mathcal{R}/k \rfloor + 1$ *bits à* n *codes et* $\lfloor \mathcal{R}/k \rfloor$ *bits aux* $k-n$ *autres codes, avec* $n = \lfloor k(2^{\mathcal{R}/k - \lfloor \mathcal{R}/k \rfloor} - 1) \rfloor$, *et* $\mathcal{R}$ *le débit optimal dans* $\mathbb{R}$ *donné équation* (7).

Démonstration. Nous devons démontrer que : (i) pour un débit donné la répartition est optimale, c'est-à-dire qu'elle minimise l'énergie émise ; (ii) la valeur de n donnée par le théorème maximise le débit.

Pour démontrer (i), nous cherchons à minimiser l'énergie émise pour un débit cible donné R. Cette énergie s'écrit

$$E = \sum_{u=1}^{k} E_u = \sum_{u=1}^{k} (2^{R_u} - 1) \frac{\Gamma}{k^2} \sum_{i=1}^{k} \frac{N_0}{|h_i|^2} . \quad (8)$$

Il faut alors minimiser $\sum_{u=1}^{k} (2^{R_u} - 1)$ sous la contrainte $R = \sum_{u=1}^{k} R_u$. Posons $R = kq + r$, et $f(0) = (k-r)2^q + r2^{q+1}$ la répartition optimale des bits. La répartition vérifie bien $(k-r)q + r(q+1) = R$. La démonstration se fait par l'absurde en montrant qu'il n'existe pas d'autre répartition f_i différente de $f(0)$ telle que $f_i(a) < f(0)$, $a \geq 1$ et

$$\begin{cases} f_1(a) = (k-r-2)2^q + 2^{q+a} + 2^{q-a} + r2^{q+1} \\ f_2(a) = (k-r-1)2^q + 2^{q+a} + (r-1)2^{q+1} + 2^{q+1-a} \\ f_3(a) = (k-r-1)2^q + 2^{q-a} + (r-1)2^{q+1} + 2^{q+1+a} \\ f_4(a) = (k-r)2^q + (r-2)2^{q+1} + 2^{q+1+a} + 2^{q+1-a} \end{cases}$$

Par identification, $q = \lfloor R/k \rfloor$ et $r = R - \lfloor R/k \rfloor k$. La répartition obtenue avec $f(0)$ minimise l'énergie émise quel que soit le débit R. Ce qui démontre (i). Nous obtenons également le nombre de code, à savoir $U = k$ lorsque $\lfloor R/k \rfloor \neq 0$.

Pour démontrer (ii), nous devons trouver la plus grande valeur de n telle que $\sum_{u=1}^{k} E_u \leq E$; n doit alors vérifier, en posant $\alpha \frac{\Gamma}{k^2} \sum_{i=1}^{k} \frac{N_0}{|h_i|^2} = 1$,

$$E - \sum_{u=1}^{k} E_u = \frac{k}{\alpha} \left(2^{\mathcal{R}/k} - 1 \right) - \frac{n}{\alpha} \left(2^{\lfloor \mathcal{R}/k \rfloor + 1} - 1 \right) - \frac{k-n}{\alpha} \left(2^{\lfloor \mathcal{R}/k \rfloor} - 1 \right) \geq 0 , \quad (9)$$

et

$$E - \sum_{u=1}^{k} E_u = \frac{k}{\alpha} \left(2^{\mathcal{R}/k} - 1 \right) - \frac{n+1}{\alpha} \left(2^{\lfloor \mathcal{R}/k \rfloor + 1} - 1 \right) - \frac{k-(n+1)}{\alpha} \left(2^{\lfloor \mathcal{R}/k \rfloor} - 1 \right) < 0 . \quad (10)$$

Ce qui conduit à $n \leq k(2^{\mathcal{R}/k - \lfloor \mathcal{R}/k \rfloor} - 1) < n + 1$. La valeur maximale est alors $n = \lfloor k(2^{\mathcal{R}/k - \lfloor \mathcal{R}/k \rfloor} - 1) \rfloor$. Ce qui démontre (ii) et finit la démonstration du théorème. ■

Nous nous sommes intéressés ici à la maximisation du débit (BRMP), mais le résultat intermédiaire (i) permet également de résoudre le problème de maximisation de la marge (MMP).

5.3 Longueur optimale des codes

Les résultats obtenus au paragraphe 5.2 nous permettent de maximiser le débit quel que soit la longueur des codes. Mais nous n'avons pas encore la longueur optimale des codes. Malheureusement, il n'existe pas de formule analytique pour obtenir cette longueur. En utilisant toutes les constructions possibles des matrices de Hadamard [7], les longueurs possibles des codes sont $\{1, 2, 4n | n \in \mathbb{N}\}$. Il y a donc un nombre limité de cas à comparer. De plus, la fonction $f : k \mapsto \mathcal{R}$ est concave ce qui permet de limiter encore le nombre de cas à comparer.

6 Application au cas multibloc

Le gain en débit apporté par le regroupement des sous-porteuses peut être perdu si les codes sont trop longs car

la distorsion subie par les codes et apportée par le canal devient trop importante. On est alors amené à remplacer le système MC-CDMA initial par un système MC-CDMA multibloc connu sous l'acronyme SS-MC-MA pour *spread spectrum multicarrier multiple access*. Le système en devient plus souple, avec un nombre de sous-porteuses actives qui n'est plus strictement égal à la longueur des codes. Nous nous limitons à une longueur k des codes identique pour tous les blocs. Une généralisation est possible en prenant une longueur des codes propre à chaque bloc, mais il n'existe pas *a priori* de formule analytique donnant la solution optimale .

Les formules analytiques obtenues dans le cas monobloc peuvent encore s'appliquer dans le cas multibloc. En notant K le nombre de blocs et U_s le nombre de codes par bloc, le débit réalisable s'écrit

$$\begin{aligned} R &= \sum_{s=1}^{K} R_s = \sum_{s=1}^{K}\sum_{u=1}^{U_s} R_{u,s} \\ &= \sum_{s=1}^{K}\sum_{u=1}^{U_s} \log_2\left(1+\frac{1}{\Gamma}\,\frac{k^2}{\displaystyle\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{|h_{i,s}|^2}}\,\frac{E_{u,s}}{N_0}\right). \end{aligned} \tag{11}$$

Il reste cependant à répartir les sous-porteuses entre les blocs. La solution optimale consiste à choisir les sous-porteuses de façon à maximiser les débits bloc par bloc. Il suffit alors d'ordonner les sous-porteuses par ordre décroissant de l'amplitude de leur coefficient, puis d'attribuer les k premières sous-porteuses au premier bloc, les k suivantes au deuxième bloc, *etc.* Ce résultat se démontre simplement en maximisant une somme de fonctions logarithmiques.

La figure 1 donne un exemple de débits réalisables obtenus sur une ligne téléphonique standard de 0,4 mm de diamètre et supposée homogène [8], en fonction de la longueur de cette ligne. La DSP du signal émis est limitée à -39 dBm, celle du bruit de fond en réception est de -140 dBm, et le point de fonctionnement correspond à $\Gamma = 6{,}06$ dB. Le nombre de sous-porteuses utilisables est limité à 220, et la modulation maximale est la MAQ-2^{15}. La configuration du système MC-CDMA multibloc est telle que pour chaque point de mesure, la longueur optimale des codes a été choisie. Quelle que soit la longueur de la ligne, la solution MC-CDMA multibloc permet des débits de transmission plus élevés que ceux obtenus avec la solution DMT, ce qui permet également d'augmenter la portée des systèmes de communication. Ce gain en débit, et en portée, est principalement apporté par les sous-porteuses supplémentaires que le système MC-CDMA peut exploiter contrairement au système DMT. Des résultats similaires sont obtenus sur les canaux PLC (*power line communication*) [9], dans un contexte point-à-multipoint.

7 Conclusion

L'étude théorique d'un système de transmission MC-CDMA monobloc et multibloc nous a permis d'obtenir la configuration optimale de ce système et de développer une procédure d'allocation simple. Les résultats de simulation

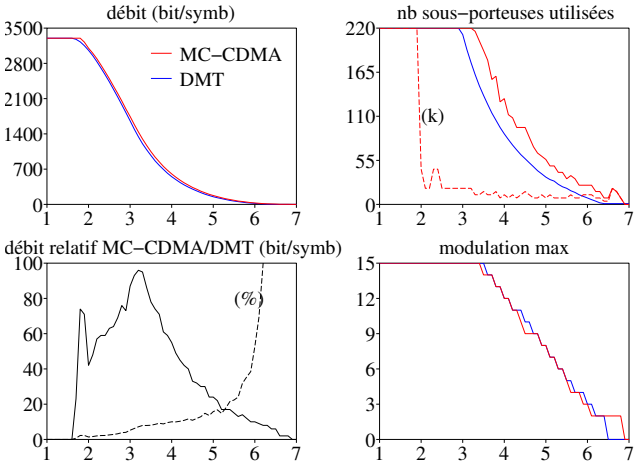

FIG. 1 – Comparaison des systèmes MC-CDMA multibloc et DMT en fonction de la longueur de la ligne ADSL en kilomètre.

montrent tout l'intérêt de ce système par rapport à un système DMT, en permettant des débits de transmission plus élevés, et en augmentant la portée des communications.

References

[1] O. Isson, J-M. Brossier et D. Mestdagh, "Multi-carrier bit-rate improvement by carrier merging". *Electronics Letters*, vol. 38, n°19, pages 1134–1135, septembre 2002.

[2] S. Mallier, F. Nouvel, J-Y. Baudais, D. Gardan et A. Zeddam, "Multicarrier CDMA over lines — Comparison of performances with the ADSL system". In *IEEE International Workshop on Electronic Design, Test and Applications*, pages 450–452, janvier 2002.

[3] J-Y. Baudais, "Amélioration de la robustesse du système ADSL en présence de brouilleurs : utilisation des techniques MC-CDMA". In *Colloque GRETSI, Groupe de recherche et d'étude de traitement du signal*, septembre 2003.

[4] N. Yee, J-P. Linnartz et G. Fettweis, "Multi-carrier CDMA in indoor wireless radio networks". In *IEEE Personal, Indoor and Mobile Radio Communications Symposium*, pages 109–113, septembre 1993.

[5] J. Campello, "Pratical bit loading for DMT". In *IEEE International Conference on Communications*, pages 801–805, 1999.

[6] J.M. Cioffi, "A multicarrier primer". Rapport, *ANSI T1E1.4/91–157, Committee contribution*, 1991.

[7] A. S. Hedayat, N. J. A. Sloane et John Stufken, *Orthogonal Arrays: Theory and Applications*, "7". Springer-Verlag, New York, 1999.

[8] F. Moulin, *Étude de l'impact des bruits implusifs sur la qualité de transmission d'une liaison ADSL*. Thèse de Doctorat, Institut national des sciences appliquées de Rennes, France, 2001.

[9] M. Crussière, J-Y. Baudais et J-F. Hélard, "Robust and high-bit rate communications over PLC channels: A Bit-loading multi-carrier spread-spectrum solution". In *International Symposium on Power-Line Communications and Its Applications*, (Vancouver, Canada), avril 2005.