HAL
open science

Identification de modèles de comportement de matériaux solides : utilisation d'essais et de calculs

Sylvain Calloch, David Dureisseix, François Hild

▶ **To cite this version:**

Sylvain Calloch, David Dureisseix, François Hild. Identification de modèles de comportement de matériaux solides : utilisation d'essais et de calculs. Technologies et Formations, 2002, 100, pp.36-41. hal-00002923

HAL Id: hal-00002923

https://hal.science/hal-00002923v1

Submitted on 21 Sep 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Identification de modèles de comportement de matériaux solides : utilisation d'essais et de calculs

Sylvain CALLOCH, David DUREISSEIX et François HILD
LMT-Cachan, ENS de Cachan / CNRS UMR 8535 / Université Paris 6
61 avenue du Président Wilson, 94235 Cachan Cedex
Courriel : {calloch,dureisse,hild}@lmt.ens-cachan.fr

Introduction : l'expérimentation en mécanique des solides

L'expérimentation a trois rôles principaux dans le développement des connaissances en mécanique des matériaux et des structures. Le premier rôle est la mise en évidence des phénomènes et des comportements de façon qualitative. Ainsi, lors d'une étude préliminaire sur un nouveau matériau, on va chercher à identifier le type de comportement qu'il présente (par exemple, élasticité, plasticité, viscoplasticité, endommagement, changement de phase). C'est une étape fondamentale dans la construction des modèles ou des lois de comportement car elle permet, d'une part, d'identifier qualitativement les mécanismes physiques mis en jeu et, d'autre part, de dévoiler les couplages ou interactions entre les différents phénomènes. Le deuxième rôle est la détermination quantitative, pour un matériau donné, des valeurs des coefficients ou des fonctions laissés libres dans le modèle de comportement à identifier. Par exemple, on cherchera à déterminer la valeur de la limite d'élasticité d'un matériau métallique, la valeur de la contrainte à rupture d'une céramique. Enfin, le troisième rôle de l'expérimentation est la réalisation d'essais de validation qui permettront, en comparant les résultats de prévision donnés par un modèle préalablement identifié et les résultats d'essais, de construire le domaine de validité du modèle. Dans cette phase, on effectue ces comparaisons avec des essais n'ayant pas été utilisés lors de l'identification des paramètres du modèle.

L'objet de cet article est d'illustrer, d'une part, les deux premiers rôles recensés précédemment à l'aide d'exemples représentatifs et, d'autre part, de mettre en relief les outils et les méthodes modernes développés et utilisés dans les essais en mécanique des solides. Cet article s'articule autour de trois parties. Dans la première, nous illustrons, à l'aide d'un essai de traction sur une céramique technique, le rôle des essais mécaniques pour l'identification qualitative du comportement du matériau jusqu'à rupture et la cause de la rupture à l'aide d'observations *post mortem*. Ensuite, nous montrons à l'aide de deux stratégies différentes la place des essais dans le problème complet de l'identification quantitative d'un modèle de comportement. La première stratégie, la plus classique, est décrite dans la deuxième partie. Elle consiste à déterminer les paramètres du modèle à identifier à l'aide d'une méthode directe. La deuxième stratégie, moins classique, est décrite dans la troisième partie. Nous illustrons cette méthode par le problème de l'identification des paramètres du matériau à partir d'un essai hétérogène. Nous montrons que cette fois-ci, l'identification passe par la résolution d'un problème inverse par une technique de minimisation mettant en jeu, d'une part, des mesures de champ de déplacement obtenues lors de l'essai, et d'autre part, des champs issus d'un calcul aux éléments finis.

1. Identification qualitative du comportement des matériaux solides à partir d'essais mécaniques

Le premier rôle des essais mécaniques est de permettre l'identification qualitative du comportement du matériau étudié. Pour ce faire, on met en œuvre, de façon classique, des

essais mécaniques qui permettent, d'une part, de révéler l'évolution de la (des) contrainte(s) en fonction de la (des) déformation(s) appliquée(s) et, d'autre part, de mettre en évidence le rôle d'autres quantités physiques comme la température ou la vitesse de déformation sur le comportement du matériau. Ces essais, appelés « essais sur élément de volume », sont réalisés sur des éprouvettes, ce qui permet la détermination de la (des) contrainte(s) et de la (des) déformation(s) de façon directe à partir des mesures de(s) effort(s) et de(s) allongement(s) de la zone utile de l'éprouvette en faisant une hypothèse d'homogénéité. La figure 1 montre les quatre principaux essais sur élément de volume pratiqués dans les laboratoires. On reconnaîtra le plus classique et le plus pratiqué qui est l'essai de traction/compression sur éprouvette cylindrique et des essais multiaxiaux qui permettent d'exciter plusieurs composantes de la matrice des contraintes de façon indépendante. Les courbes contrainte(s)-déformation(s) permettent alors d'identifier le type de comportement du matériau. C'est une aide précieuse à la formulation des lois de comportement car on associera à chaque phénomène observé la variable à introduire et on identifiera les couplages entre les différents phénomènes.

À titre d'exemple, on a reporté, sur la figure 2a, l'enregistrement de l'effort appliqué divisé par la surface transverse de l'éprouvette en fonction de la déformation axiale effectué lors d'un essai de traction sur une céramique technique. Ce résultat d'essai montre que le matériau étudié a un comportement de type élastique linéaire suivi d'une rupture fragile, dans la mesure où la rupture de l'éprouvette n'est précédée d'aucun signe avant-coureur (*i.e.* non-linéarité). Ce type d'essai, qui peut paraître classique et élémentaire au premier abord, se révèle très délicat à réaliser sur un matériau fragile. En effet, la rupture du matériau, d'une part, se produit pour un très faible niveau de déformation (figure 2a) et, d'autre part, est très sensible au moindre effet parasite comme la flexion de l'éprouvette. C'est pourquoi un soin particulier est porté sur la conception du montage de traction (figure 3) qui, grâce à deux liaisons souples croisées [Chevalier et Konieczka, 2000], permet d'éliminer les flexions parasites. Le résultat d'essai est complété par des observations *post mortem* du faciès de rupture (figure 2b). Ces observations au microscope électronique à balayage permettent d'identifier la cause et/ou le mode de rupture de l'éprouvette. Dans l'exemple reporté, on a pu mettre en évidence le défaut de frittage ayant conduit à la rupture de l'éprouvette.

2. Identification quantitative des paramètres d'un modèle de comportement à partir d'essais mécaniques sur élément de volume

Nous avons vu dans le paragraphe précédent le rôle des essais mécaniques dans l'identification qualitative du comportement des matériaux solides. Ces essais sont un guide dans l'écriture des modèles de comportement qui servent à décrire, à des fins prévisionnelles, le comportement du matériau. La validation du modèle alors conçu nécessite la détermination de ses coefficients en cherchant le jeu de valeurs qui accorde au mieux les résultats d'essais et les prévisions du modèle : c'est l'étape d'identification quantitative.

Le processus d'identification n'opère que sur les variables observables, c'est-à-dire mesurables (par exemple, déformation, température) du modèle et nécessite des suites d'observations expérimentales et simulées aux mêmes instants. À partir de ces deux types d'informations, la résolution du problème d'identification consiste à minimiser une fonctionnelle qui mesure, pour un jeu de paramètres donné, l'écart entre les prévisions du modèle et les observations expérimentales. Cette fonctionnelle, $\mathbf{F}(\mathbf{A})$, peut s'écrire de façon formelle

$$\mathrm{F}(\mathbf{A}) = \sum_{n=1}^{N} \mathrm{F}_n(\mathbf{A}) = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{M_n} \sum_{i=1}^{M_n} \left(Z_s(t_i) - Z_s^*(t_i)\right)^T \underline{\underline{D}} \left(Z_s(t_i) - Z_s^*(t_i)\right)$$

où **A** est l'ensemble des paramètres du modèle,
N est le nombre d'essais dans la base expérimentale,
M_n est le nombre d'observations de l'essai *n*,
t_i est un instant d'observation,
$\left(Z_s(t_i) - Z_s^*(t_i)\right)$ est l'écart entre les variables observées et leur simulation à t_i,
$\underline{\underline{D}}$ est la matrice de pondération pour l'essai *n*.

L'évaluation des paramètres du modèle à identifier se ramène donc à la résolution d'un problème de minimisation non-linéaire nécessitant, pour les modèles différentiels, la résolution d'un (petit) système d'équations différentielles.

À titre d'illustration, nous avons reporté, sur les figures 4a et 4b, les résultats d'une identification quantitative d'un modèle de comportement pour la plasticité cyclique à écrouissage cinématique non-linéaire d'un acier inoxydable (7 paramètres). On peut observer sur la figure 4a un comportement élastique linéaire lors de la première mise en charge entre les points O et A, puis un comportement non-linéaire avec écrouissage entre les points A et B, une décharge élastique entre les points B et C, un nouvel écrouissage entre les points C et D, etc. Les figures 4a et 4b montrent les comparaisons entre les résultats d'essai obtenus en traction-compression cyclique à déformation axiale imposée et les résultats de la simulation avec les paramètres optimisés. Ce genre de résultats permet de valider le modèle de comportement utilisé pour le matériau sous ce type de sollicitation [Calloch, 1997].

On notera que l'on peut effectuer une identification quantitative à l'aide des résultats de la figure 2a : une contrainte à rupture σ_R, une déformation à rupture ε_R et un module d'Young E = 390 GPa peuvent également être estimés.

3. Identification quantitative d'un modèle comportement à partir d'un essai hétérogène

On se propose ici de mettre en œuvre un essai dit « brésilien » sur un disque circulaire mince d'épaisseur e = 10 mm et de diamètre d = 155 mm, réalisé en polycarbonate. Il est soumis dans son plan à un effort de compression, sur une machine mécanique de traction-compression (figure 5a).

3.1 Mesures de champ

Outre la mesure de l'effort de compression, ici F_m = 7470 N, à l'aide d'une cellule d'effort, le *champ* de déplacement U_m est obtenu par une technique de corrélation d'images sur toute une zone centrale représentant ici 1008 x 1016 pixels (figure 5b). Généralement, on utilise un appareil photo ou une caméra numérique qui permettent l'acquisition d'une série d'images d'une surface texturée de manière aléatoire (*i.e.* texture naturelle ou mouchetis artificiel de peinture). Au cours du chargement, la surface se déforme et les différentes images correspondent à des états de déformation différents. Le principe de la mesure consiste à apparier des sous-images (ou zone d'étude, ZE) de deux images prises à des instants différents (figure 6).

Cette procédure permet alors de trouver le décalage plan (*i.e.* vecteur déplacement moyen) qui s'est produit pour chaque ZE analysée [Hild *et al.*, 1999]. Ce calcul est fait pour un ensemble de ZE sélectionné par l'utilisateur. Il peut être conduit dans l'espace réel ou dans

l'espace de Fourier, ce dernier rend les calculs de corrélation extrêmement rapides. Entre deux images consécutives, la dérivation des déplacements mesurés conduit à des niveaux absolus de déformation variant entre 10^{-4} et 10^{-1} qui sont quantifiables de manière fiable [Chevalier *et al.*, 2001 ; Hild, 2002]. On aboutit alors à une information plus riche qu'une simple mesure de déformation par jauge, c'est un champ discret de déplacement. Ainsi, la mesure de champ est le pendant expérimental d'une modélisation numérique aux éléments finis. C'est la mesure de champ de déplacement qui fait le trait d'union entre l'expérimentation mécanique et la simulation numérique. On notera que les résultats de mesure qui suivent ont été obtenus en 1 minute environ sur un compatible PC, Pentium III. Ce temps de calcul montre que ce genre de technique est utilisable dans le cadre de TP ou de projets tutorés avec des élèves.

3.2 Identification des paramètres du modèle de comportement

De par l'hétérogénéité du champ de déformation sur le disque, l'identification ne peut plus se faire de façon directe à partir des quantités mesurées. Le comportement du matériau, un des liens entre les charges exercées sur le disque et les réponses mesurées, ne peut plus être atteint que par l'intermédiaire des effets de structure dans le disque. À partir de ce moment, l'identification va devoir faire intervenir une analyse *inverse* : on cherche la valeur des paramètres de comportement du matériau qui, intervenant dans le modèle numérique de la structure, va donner une réponse calculée la plus proche possible de la réponse mesurée. On va donc être amené à minimiser cet écart par rapport aux variables intervenant dans les coefficients du modèle de comportement cherché, et pour cela, on va devoir résoudre toute une série d'analyses *directes* (simulation numérique de l'essai pour des valeurs données).

3.3 Analyse inverse par recalage

Après essai, on dispose de la valeur de la résultante du chargement F_m, et du champ de déplacement U_m, mesuré dans la région d'étude (figure 5b). Il s'agit de déterminer les propriétés élastiques inconnues (module d'Young E et coefficient de Poisson ν du matériau, supposé ici homogène et isotrope) à partir de toutes ces mesures.

Une simulation de l'essai devra calculer un champ de déplacement U_c et un champ de contrainte σ_s. Le champ U_c doit être *cinématiquement* admissible, c'est-à-dire vérifier les éventuels déplacements imposés et être suffisamment régulier (on exclut ici le cas de la propagation d'une fissure). Le champ σ_s doit être *statiquement* admissible : il doit vérifier les équations d'équilibre, et en particulier, équilibrer la résultante F_m de l'effort vertical sur la partie du disque correspondant à la zone mesurée. Enfin, pour qu'ils soient solution du problème posé, ces champs doivent être reliés par la relation de comportement. Ici, on se propose d'utiliser une méthode de recalage basée sur la mesure d'écart dite en relation de comportement [Ladevèze et Reynier, 1989 ; Ladevèze *et al.*, 1994].

Pour calculer ces champs, on utilise ici un modèle aux éléments finis bidimensionnels (en contraintes planes) de la zone mesurée, et un maillage dont les nœuds sont les points de mesure. Une ZE correspond ici à une imagette de 64 x 64 pixels, centrée autour de chaque « point » de mesure. Un décalage identique de 64 pixels a été utilisé entre chaque « point » de mesure. Pour simplifier, le champ de contraintes σ_s est représenté sur ce maillage par l'intermédiaire d'un champ de déplacement noté U_s, de la façon suivante : $\sigma_s = C\varepsilon(U_s)$, où C est l'opérateur d'élasticité cherché. On cherche donc E, ν et les champs U_c et U_s admissibles, vérifiant au mieux le comportement cherché et les mesures de champs U_m, c'est-à-dire qui minimisent une quantité du type

$$\eta^2 = \frac{\frac{1}{2}(U_c - U_S)^{\mathrm{T}} K (U_c - U_S) + \frac{1}{2}(U_c - U_m)^{\mathrm{T}} K (U_c - U_m)}{U_m{}^{\mathrm{T}} K U_m}$$

où K est la matrice de rigidité associée aux éléments finis, et dépendant des constantes élastiques cherchées. Le premier terme du numérateur cherche à produire des champs U_c et U_s qui soient liés au mieux par la relation de comportement cherchée, et le second cherche à avoir un champ U_c qui soit le plus proche du champ mesuré U_m. Le compromis entre les deux donne les paramètres du modèle de matériau identifiés.

3.4 Résultats

Pour l'essai brésilien, on obtient un module d'Young $E = 2{,}39$ GPa, un coefficient de Poisson $\nu = 0{,}49$ (matériau presque incompressible) avec une erreur résiduelle de recalage $\eta = 19$ %. Ces valeurs sont cohérentes avec les données que l'on peut trouver dans la littérature ($E = 2{,}35$ GPa et $\nu = 0{,}48$). Cette erreur n'est pas nulle, ce qui est dû aux perturbations dans les mesures et au modèle choisi pour l'identification, qui représente plus ou moins bien la réalité. La figure 7 présente la comparaison entre les quantités mesurées et calculées. Une bonne ressemblance est obtenue au niveau des déplacements. La déformation obtenue à partir du déplacement mesuré est plus perturbée que ce dernier puisqu'elle fait intervenir une dérivée des grandeurs mesurées. On peut s'attendre à ce que la mesure ne soit pas très bonne dans les zones où cette déformation est très bruitée, ce que confirme le coefficient de pertinence de la mesure (valant 0 pour une mesure estimée correcte et 1 pour une mesure estimée erronée). Enfin, on peut noter la très bonne corrélation entre ce coefficient de pertinence, obtenu à partir des seules mesures, et la contribution à l'erreur de recalage (dont l'intégrale sur le domaine calculé est η^2) : les deux localisent les zones les plus erronées au même endroit.

Conclusion

On a décrit dans cet article les deux étapes fondamentales dans le problème de l'identification du comportement mécanique des matériaux solides. Elles concernent respectivement l'identification qualitative et quantitative du comportement. Ces deux activités ont considérablement évolué lors des vingt dernières années. En effet, elles reposaient principalement sur les essais et le dépouillement manuel des résultats. Aujourd'hui, l'informatique et les asservissements ont révolutionné les essais mécaniques ; le calcul numérique et les techniques de traitement du signal ont une place de plus en plus importante dans les mesures, et enfin, le calcul aux éléments finis devient un partenaire indispensable aux essais sur matériaux et structures. Le triplet essais-mesures-calculs devient une entité indissociable dans laquelle la multidisciplinarité de la formation initiale en sciences et techniques pour l'ingénieur trouve tout son intérêt. Les différentes compétences (mécanique, physique, mathématiques, informatique…) des futurs techniciens supérieurs et ingénieurs y trouvent des applications directes.

Références bibliographiques

Calloch, S. (1997). « Essais triaxiaux non-proportionnels et ingénierie des modèles de plasticité cyclique », mémoire de thèse, ENS de Cachan.

Chevalier, L., Calloch, S., Hild, F. et Marco, Y. (2001). « Digital Correlation used to Analyze the Multiaxial Behavior of Rubber-like Materials », Eur. J. Mech. A/Solids, **20**, pp. 169-187.

Chevalier, L., Konieczka, S. (2000). « Liaisons élastiques : calculs et applications », Technologie, **108**, pp. 35-42.

Hild, F. (1990). « Dispositif de traction-compression d'une éprouvette ». ENS Cachan / Renault, Brevet français n° 90 06848 (Bulletin Officiel de la propriété industrielle, 92/33 14 août 1992, n° de publication 2 662 801), 1er juin 1990.

Hild, F., Périé, J.-N. et Coret, M. (1999). « Mesure de champs de déplacements 2D par intercorrélation d'images : CORRELI^{2D} », rapport interne (LMT-Cachan), **230**.

Hild, F. (2002). « CORRELI^{LMT}: A Software for Displacement Field Measurement by Digital Image », rapport interne (LMT-Cachan), **254**.

Ladevèze, P., Nedjar D. et Reynier, M. (1994). « Updating of Finite Element Models Using Vibration Tests », AIAA, **32** (7), pp. 1485-1491.

Ladevèze, P. et Reynier, M. (1989). « A Localization Method of Stiffness Errors for the Adjustement of F.E. Models », F.E. Modeling and Analysis in *Vibrations Analysis Techniques and Applications*, ASME, pp. 355-361.

Liste des figures

Figure 1 : description des quatre principaux essais sur élément de volume.

Figure 2 : -a- courbe de traction jusqu'à rupture d'une céramique technique ; -b- : observation au microscope électronique à balayage d'un défaut de frittage dans une céramique ayant conduit à la rupture.

Figure 3 : montage (breveté [Hild, 1990]) de traction pour matériau à comportement fragile

Figure 4 : comparaison de résultats d'essai (✧) avec la simulation (——). -a- : premier cycle de chargement ; -b- : cycle stabilisé.

Figure 5 : -a- essai brésilien, -b- grille initiale, région d'étude utilisée et grille déformée pour un effort $F_m = 7470$ N.

Figure 6 : -a- zone d'étude dans l'image de référence ; -b- zone d'étude dans l'image déformée et vecteur déplacement correspondant.

Figure 7 : à gauche, résultats mesurés ; à droite, résultats calculés après recalage.

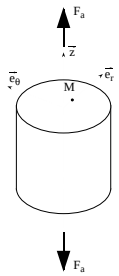
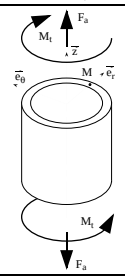
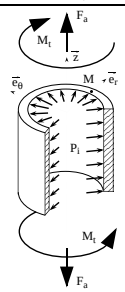
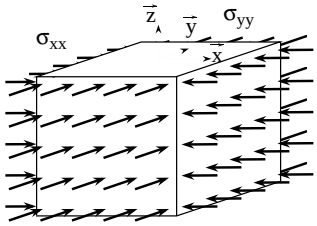
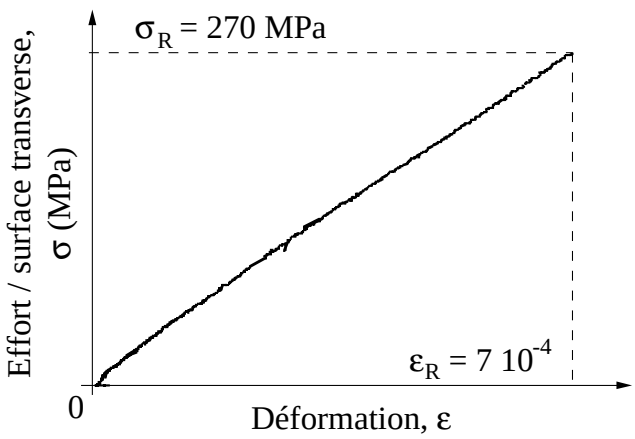
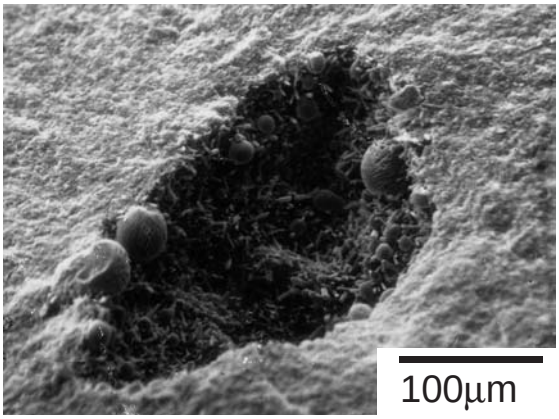
Nom de l'essai	Représentation schématique	Matrice des contraintes
Traction-Compression (σ)		$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{pmatrix}_{(\vec{e}_r,\vec{e}_\theta,\vec{z})}$
Traction-Torsion (σ,τ)		$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tau \\ 0 & \tau & \sigma \end{pmatrix}_{(\vec{e}_r,\vec{e}_\theta,\vec{z})}$
Traction-Torsion-Pression interne (σ,τ,$\sigma_{\theta\theta}$)		$\begin{pmatrix} \approx 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\theta\theta} & \tau \\ 0 & \tau & \sigma \end{pmatrix}_{(\vec{e}_r,\vec{e}_\theta,\vec{z})}$
Compression biaxiale (σ_{xx},σ_{yy})		$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \leq 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} \leq 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

Figure 1 : description des quatre principaux essais sur élément de volume.





-a- -b-

Figure 2 : - a - courbe de traction jusqu'à rupture d'une céramique technique ;
-b- : observation au microscope électronique à balayage d'un défaut de frittage dans une céramique ayant conduit à la rupture.

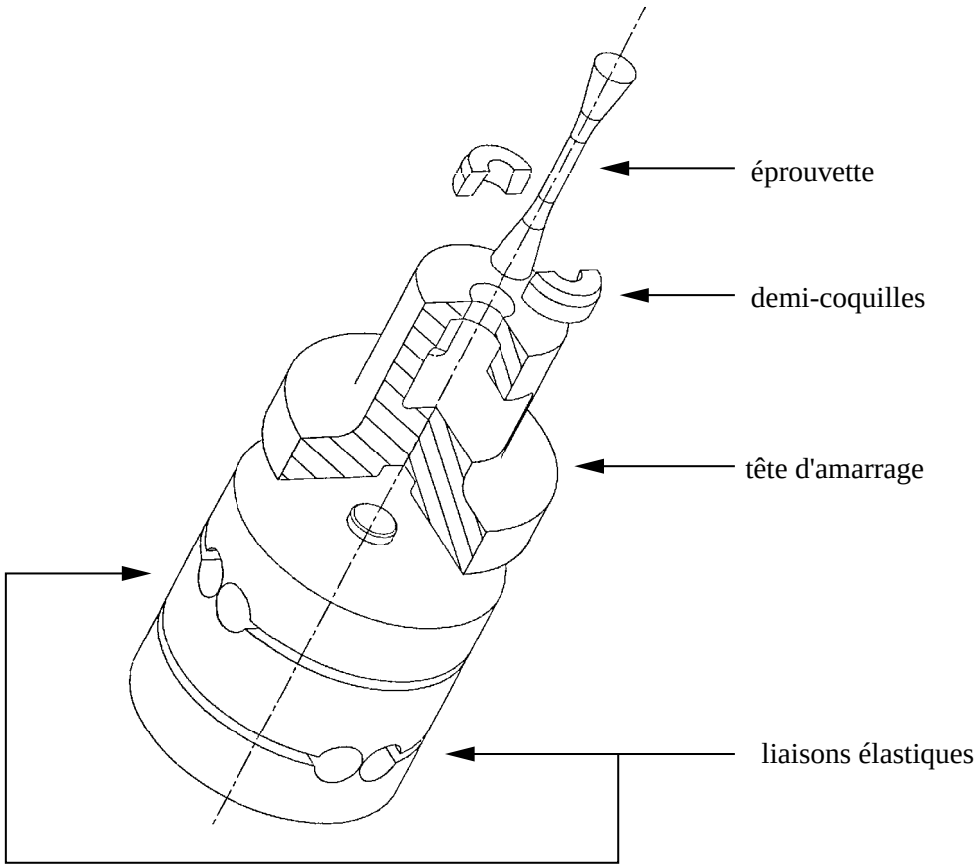
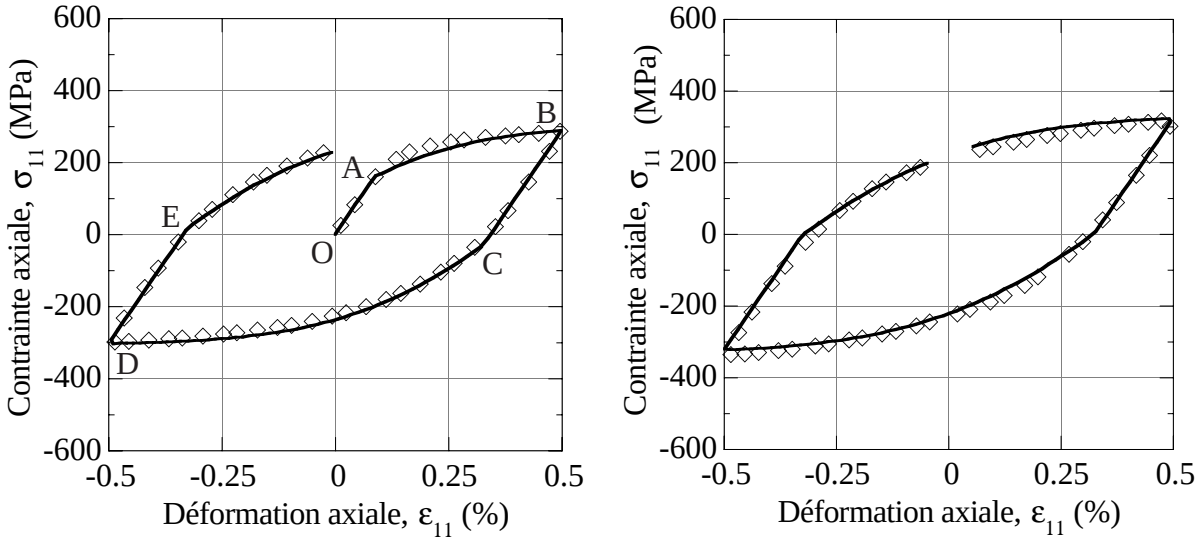
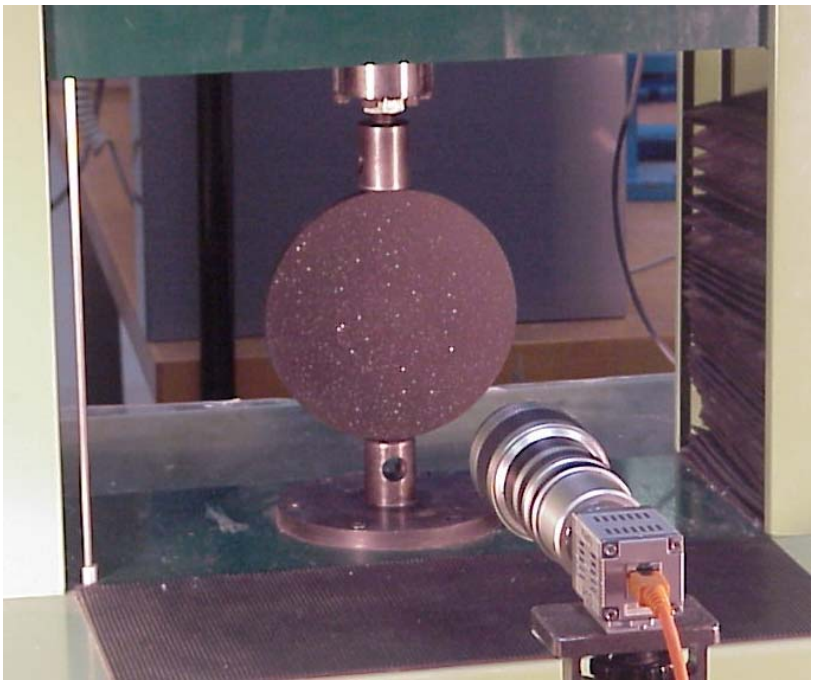


Figure 3 : montage (breveté [Hild, 1990]) de traction pour matériau à comportement fragile.

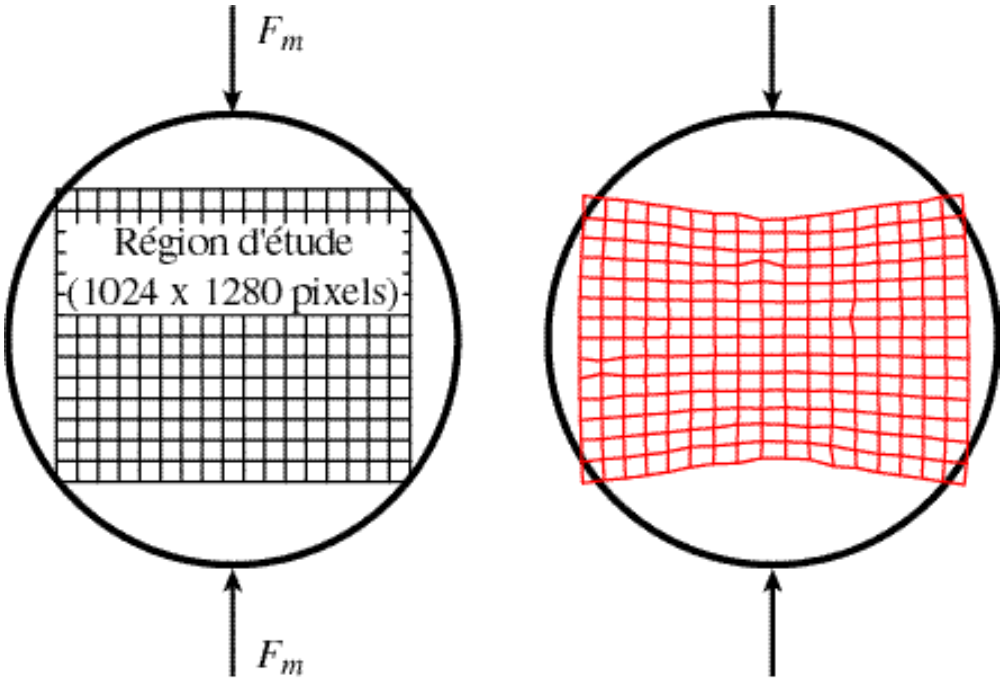


-a- -b-

Figure 4 : comparaison de résultats d'essai (✧) avec la simulation (——).
-a- : premier cycle de chargement ; -b- : cycle stabilisé.



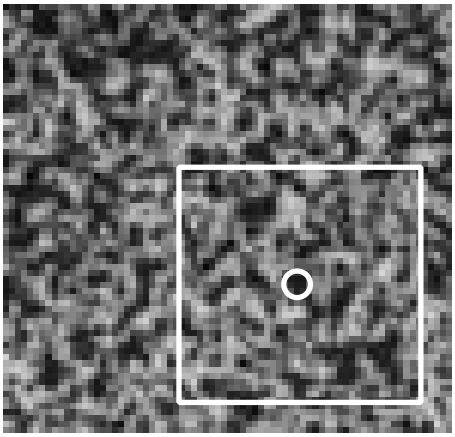
-a-



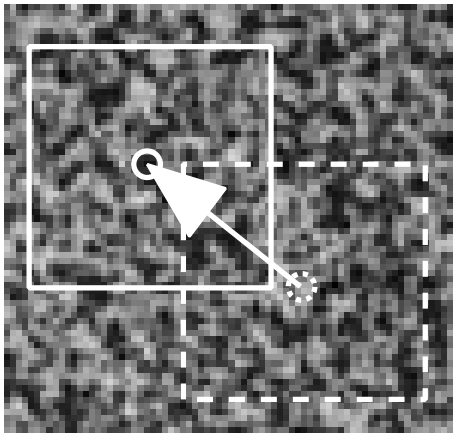
-b-

Figure 5 : -a- essai brésilien,

-b- grille initiale, région d'étude utilisée et grille déformée pour un effort F_m = 7470 N.



-a-



-b-

Figure 6 : - a - zone d'étude dans l'image de référence ;
-b- zone d'étude dans l'image déformée et vecteur déplacement correspondant.

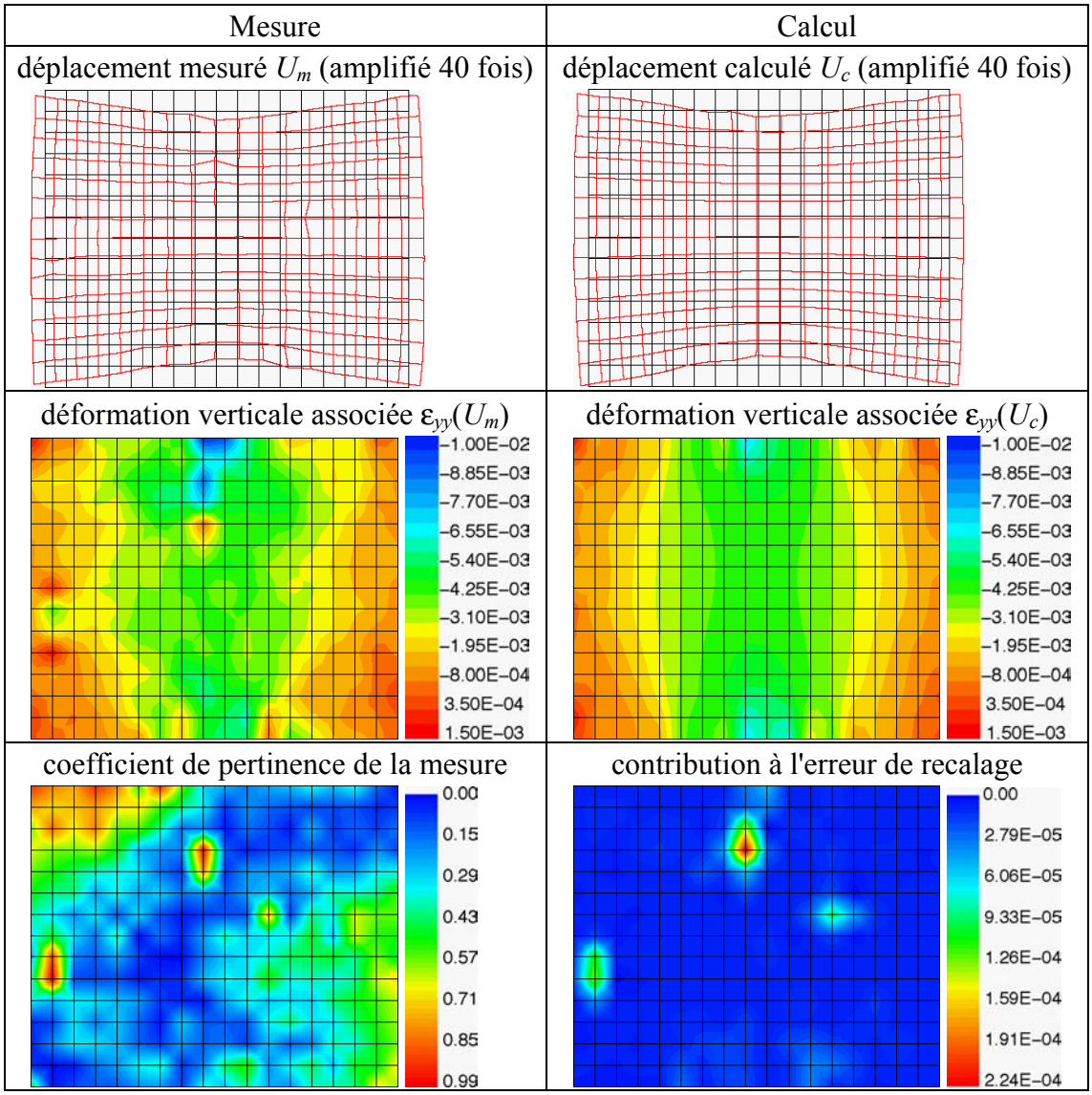


Figure 7 : à gauche, résultats mesurés ; à droite, résultats calculés après recalage, dans la région d'étude rectangulaire de la figure 5.