



HAL
open science

Solution de deux problèmes de géométrie

Pierre Varignon

► **To cite this version:**

Pierre Varignon. Solution de deux problèmes de géométrie. Mémoires de mathématique et de physique de l'Académie royale des sciences, 1712. ads-00121789

HAL Id: ads-00121789

<https://hal.science/ads-00121789>

Submitted on 22 Dec 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

S O L U T I O N
D E
DEUX PROBLEMES DE GEOMETRIE.

Par M. V A R I G N O N.

UN Géomètre m'étant venu voir il y a quelque temps, ^{3 Février}
me dit avoir cherché inutilement & par beaucoup de ^{1712.}
calculs ce Probleme-ci : *Une Parabole ordinaire étant donnée*
avec une Tangente à son sommet , trouver le centre d'un Cercle qui
toucheroit à la fois cette Tangente & cette Parabole en un point
donné quelconque de cette même Courbe.

Sur le champ la solution de ce Probleme me vint , que
je donnai à l'instant sans aucun calcul à ce Géomètre , non
seulement pour cette Parabole & pour sa Tangente au som-
met , mais aussi pour toute autre ligne courbe , & pour quel-
que ligne droite que ce soit , placée où l'on voudra sur le
plan de cette Courbe. Voici cette solution pour faire voir seu-
lement qu'on va quelquefois chercher bien loin ce qui est
tout près , & que si l'Analise est souvent commode & même

16 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

nécessaire pour la solution des Problemes mathématiques ; elle y est aussi quelquefois incommode & même inutile, comme dans celui-ci qui m'en fit naître encore un autre presqu'aussitôt, auquel (quoique plus composé) elle ne l'est pas moins. Cet autre Probleme est de trouver le centre d'un Cercle qui tout à la fois en toucheroit un autre donné de position & une Courbe quelconque aussi donnée de position sur son plan, dans quelque point donné que ce soit de cette Courbe.

Pour donner deux solutions à la fois de chacun de ces deux Problemes, je suppose avec tous les Géomètres que deux Courbes qui se rencontrent en un point, s'y touchent lorsqu'elles ont une ligne droite qui les touche toutes deux, ou (ce qui revient au même) lorsqu'elles y ont une perpendiculaire à toutes deux; quoique ces deux Courbes par leurs différens contours puissent encore se rencontrer ailleurs.

PROBLEME I.

Soient une ligne droite CT , & une Courbe quelconque RAS , données de position arbitraire sur un même plan; trouver le centre N d'un Cercle qui touche à la fois cette droite CT & la Courbe RAS en un point B donné quelconque de cette même courbe.

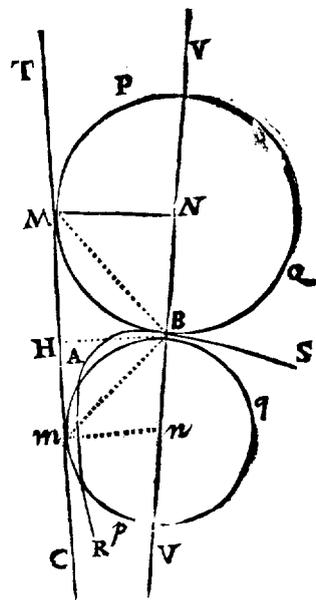
SOLUTION.

Soit en ce point B la droite VV perpendiculaire à la Courbe RAS , & BH^* perpendiculaire aussi à la droite CT ; soit ensuite l'angle HBV divisé en deux parties égales par la droite BM

* Cette ligne BH , & le Cercle pmq , doivent passer par B : c'est la faute du Graveur s'ils n'y passent pas.

qui rencontre CT en M , duquel point M soit MN , perpendiculaire à cette droite CT , & qui rencontre BV en N .

Je dis que ce point N est le centre d'un cercle PQ qui décrit



décrit du rayon MN ou BN , touchera à la fois en M, B , les lignes CT, RAS , données de position.

DÉMONSTRATION.

Puisque (*constr.*) les droites HB, MN , sont parallèles entr'elles, l'angle NMB sera égal à son alterne HBM . Or celui-ci est aussi (*constr.*) égal à NBM . Donc l'angle NMB est pareillement égal à NBM ; & par conséquent aussi les droites NM, NB , sont égales entr'elles. Donc ces deux lignes NM, NB , étant (*constr.*) perpendiculaires en M, B , aux deux lignes CT, RAS , données de position; le cercle PQ décrit du centre N par M ou B , touchera ces deux lignes CT, RAS , en ces deux points M, B . Ce qu'il falloit faire & démontrer.

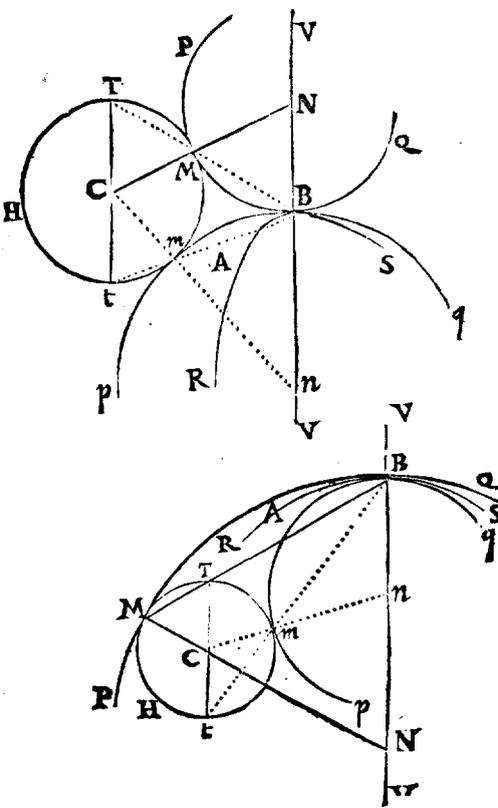
SCHOLIE.

Si l'on divise l'angle HBn en deux parties égales par la droite Bm qui rencontre CT en m ; & que de ce point m on mene mn perpendiculaire à cette droite CT , & qui rencontre BV en n , on démontrera de même que le cercle pq décrit de ce centre n par m ou B , touchera encore la droite CT en m , & la Courbe RAS au point donné B . D'où l'on voit que ce Probleme-ci est susceptible de deux Solutions, c'est-à-dire, que l'on pourra toujours trouver (comme ici) les centres N, n , de deux cercles PQ, pq , qui toucheront chacun quelque part la droite CT , & la Courbe RAS en son point donné B ; excepté seulement lorsque BH se confond avec BV , c'est-à-dire, lorsque BV perpendiculaire (*hyp.*) à la Courbe RAS , l'est aussi à la droite CT ; auquel cas il n'y a plus qu'un de ces cercles possibles, sçavoir du côté que CT sera perpendiculaire à BV par rapport à B : cependant si elle l'étoit en B , & qu'elle fût ainsi touchante en ce point de la Courbe donnée RAS , l'une & l'autre pouvant alors être touchée en ce point B par une infinité de cercles différents, l'on pourroit dire en

18 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
quelque façon que ce Probleme-ci y pourroit avoir une infinité de Solutions différentes.

PROBLEME I I.

Au lieu de la droite CT soit un Cercle quelconque HTM donné de position avec la Courbe quelconque RAS sur un même plan : on demande presentement le centre N d'un autre Cercle qui touche quelque part le donné HTM, & encore la Courbe RAS en un point quelconque B donné sur cette Courbe.



SOLUTION.

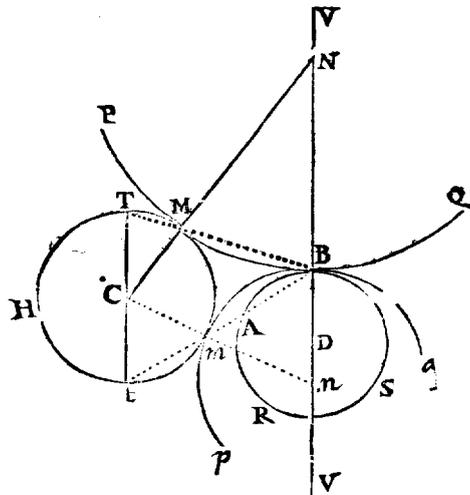
Après avoir fait VV perpendiculaire en B à cette Courbe RAS ; soit par le centre C du cercle donné HTM , un diamètre Tt parallèle à cette perpendiculaire VB ; soit ensuite la droite BT qui rencontre aussi ce même Cercle en M , par lequel point M & par le centre C soit la droite CM , qui, prolongée rencontre BV en N : je dis que ce point N fera le centre d'un autre cercle FQ , qui décrit par M ou B , touchera tout à la fois le donné en M , & la Courbe RAS au point donné B .

DÉMONSTRATION.

Puisque Tt parallèle (*constr.*) à BV , rend les triangles MCT , MNB , semblables entr'eux; l'on aura $NM \cdot NB :: CM \cdot CT$. Donc ayant $CM = CT$, l'on aura aussi $NM = NB$. Par conséquent le Cercle PQ décrit du centre N par celui qu'on voudra des deux points M , B , passera aussi par l'autre. Donc enfin BN étant (*hyp.*) perpendiculaire en B à la Courbe RAS , & NM l'étant pareillement en M au Cercle donné HTM , puisqu'elle passe (*hyp.*) par son centre C ; le nouveau Cercle PQ , touchera celui-là en M , & la Courbe RAS en son point donné B . Ce qu'il falloit faire & démontrer.

COROLLAIRE.

On voit de-là que si RAS , HTM , étoient deux Cercles quelconques donnés de position à volonté sur un même plan, dont D , C , fussent les centres, & B le point donné sur le premier RAS ; il n'y auroit qu'à mener la droite



DB indéfinie vers V , lui faire ensuite le diamètre Tt parallèle par le centre C du Cercle HTM ; mener après cela la droite BT qui rencontre ce Cercle en M ; & enfin du centre C par ce point M , la droite CM qui prolongée rencontre BV en N : suivant ce qui précède on verra que ce point N fera le centre d'un nouveau Cercle PQ , qui décrit par M ou B , touchera tout à la fois les deux donnés

20 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
HTM en *M*, & *RAS* en son point donné *B*; la raison
en est la même que celle de la Solution précédente.

S C H O L I E.

La Remarque faite dans le Schol. du Prob. I. doit aussi se faire pour celui-ci & pour son Corollaire : sçavoir qu'ils sont l'un & l'autre susceptibles chacun de deux Solutions, en ce que si l'on y mene la droite *Bt* qui rencontre le Cercle *HTM* en *m*, & que de son centre *C* par ce point *m*, l'on mene la droite *Cm*, qui, prolongée rencontre en *n* la droite *VV* prolongée vers *n*; on trouvera par un raisonnement semblable à celui de la Solution précédente, que ce point *n* est encore le centre d'un Cercle *pq* qui décrit du rayon *nm* ou *nB*, toucheroit encore en *m* le donné *HTM*, & la Courbe quelconque (*Prob. 2.*) *RAS*, qui dans le Corol. est un cercle, en son point donné *B*. D'où l'on voit, dis-je, que ce Probleme-ci est susceptible de deux Solutions tant que le Cercle donné *HTM* & la Courbe aussi donnée *RAS* ne se touchent point au point *B* donné de celle-ci. Pour en ce cas-ci pouvant y avoir une infinité de Cercles différents qui les touchent tous en ce point *B*, l'on pourroit dire en quelque façon que ce Probleme y pourroit avoir une infinité de Solutions différentes, comme on l'a dit du Probl. I. dans son Scholie.



Solution de deux problèmes de géométrie - M. VARIGNON - Mémoires de mathématique et de physique de l'Académie royale des sciences - Année 1712

GÉOMÉTRIE, MATHÉMATIQUE
