



HAL
open science

Construction des carrés magiques dont la racine est un nombre pair

Philippe de La Hire

► **To cite this version:**

Philippe de La Hire. Construction des carrés magiques dont la racine est un nombre pair. Mémoires de mathématique et de physique de l'Académie royale des sciences, 1705. ads-00106914

HAL Id: ads-00106914

<https://hal.science/ads-00106914>

Submitted on 16 Oct 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

C O N S T R U C T I O N
D E S Q U A R R E S M A G I Q U E S

Dont la racine est un nombre pair.

PAR M. DE LA HIRE.

Les Quarrés magiques dont la racine est un nombre pair, ont toujours paru plus difficiles à construire que ceux des nombres impairs; & M. Bachet qui avoit trouvé une regle generale pour les impairs, avouë qu'il n'en avoit point découvert, qui pût le satisfaire pour les pairs. Il y a dans le manuscrit de Moscopule, dont j'ay parlé dans la Construction des impairs, une regle pour les nombres parement pairs, laquelle est tres-facile; & dans un autre fragment separé, il y avoit seulement deux exemples des nombres parement impairs sans aucun discours. La regle de Moscopule pour les parement pairs, est la même que celle dont M. Frenicle s'est servi, & la plupart des autres qui ont écrit sur cette matiere, hormis dans les Quarrés qui sont faits par enceintes.

Je ne proposeray icy que quelques regles generales pour former ces Quarrés, d'où l'on tire un tres-grand nombre de constructions differentes, & dont celles que j'ay vües jusqu'à present ne sont que des cas particuliers: elles pourront aussi servir de modele pour en former d'autres.

Mais comme il y a de deux sortes de nombres pairs, dont les uns sont parement pairs, qui se peuvent diviser en quatre parties égales; & les autres qu'on appelle parement impairs, qui ne se peuvent diviser qu'en deux seulement, les regles generales que je propose dans l'idée des impairs que j'ay données, demandent quelque changement à l'operation pour donner aux parement impairs leur perfection.

Pour les Quarrés dont la Racine est un nombre
pairement pair.

PROPOSITION I.

Faire un Quarré magique d'une racine pairement paire.

Je compose ces Quarrés de deux Quarrés primitifs, comme j'ay fait les impairs. Dans l'un j'y place les nombres simples de la racine repetés autant de fois qu'il y a de bandes, & dans l'autre j'y mets aussi les nombres de la racine repetés de même.

Dans la premiere bande horizontale je place d'abord dans la moitié de ses cellules quelqu'un des nombres de la racine, comme 4 dans le Quarré qui a 12 pour racine, & dans l'autre moitié je les remplis du nombre complément de 4 jusqu'à la somme 12 du premier & du dernier de la racine, qui sera 9.

Dans la seconde bande je place les mêmes nombres que dans la premiere, mais en sens contraire, enforte que les six premieres cellules seront remplies du nombre 9, & les six dernieres du nombre 4, comme on voit dans la figure.

Primitif.

4	4	4	4	4	4	9	9	9	9	9	9
9	9	9	9	9	9	4	4	4	4	4	4
1	1	1	1	1	1	12	12	12	12	12	12
12	12	12	12	12	12	1	1	1	1	1	1
11	11	11	11	11	11	2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	2	11	11	11	11	11	11
6	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7	7
7	7	7	7	7	7	6	6	6	6	6	6
8	8	8	8	8	8	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	8	8	8	8	8	8
3	3	3	3	3	3	10	10	10	10	10	10
10	10	10	10	10	10	3	3	3	3	3	3

Dans la troisieme bande horizontale je prends à volonté quelqu'autre nombre de la même racine, comme 1

dont je remplis aussi la premiere moitié des cellules de cette bande, & je mets dans l'autre moitié le complément de ce nombre lequel est 12. Dans la quatrième bande je mets 12 dans les six premieres cellules, & 1 dans les six dernieres.

Je fais la même chose pour la cinquième & sixième bande, en prenant aussi à volonté quel nombre de la racine on voudra avec son complément. Et en poursuivant de même à remplir toutes les bandes horizontales, on aura tout le Carré rempli de tous les nombres de la racine pris chacun douze fois, & ce Carré sera un Carré magique parfait.

Je forme l'autre Carré primitif avec les nombres des racines en commençant à 0, & de la même maniere que le précédent; mais en plaçant dans les bandes verticales les nombres comme on a fait pour le premier dans les bandes horizontales, ce qu'on peut voir dans la Figure, sans qu'il soit besoin de l'expliquer plus au long.

Primitif.

2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6

Il est aussi évident que ce Carré est parfait, car les nombres des racines seront tous sans être repetés dans les bandes horizontales, comme ils étoient dans le premier, dans les bandes verticales.

Maintenant si l'on combine les nombres de toutes les cellules de ces deux Quarrés dans l'ordre où elles sont, en substituant la valeur des racines où sont leurs nombres, on aura le Quarré parfait requis.

Parfait.

28	112	52	88	4	136	129	21	45	105	81	69
33	117	57	93	9	141	124	16	40	100	76	64
25	109	49	85	1	133	132	24	48	108	84	72
36	120	60	96	12	144	121	13	37	97	73	61
35	119	59	95	11	143	122	14	38	98	74	62
26	110	50	86	2	134	131	23	47	107	83	71
114	30	90	84	138	6	19	127	103	43	67	79
115	31	91	85	139	7	18	126	102	42	66	78
116	32	92	86	140	8	17	125	101	41	65	77
113	29	89	83	137	5	20	128	104	44	68	80
111	27	87	81	135	3	22	130	106	46	70	82
118	34	94	88	142	10	15	123	99	39	63	75

La démonstration de ce Quarré parfait est évidente par la construction ; car il est facile à voir que le même nombre ne peut pas se rencontrer deux fois dans ce Quarré ; & puisque chacun des primitifs est parfait, aussi le composé des deux par l'addition sera parfait.

Pour ce qui est des variations de ce Quarré fait par cette methode, on voit qu'elles sont en tres-grand nombre, puisque chacun des primitifs en peut recevoir autant qu'il y peut avoir de différentes dispositions des nombres dans différentes bandes, & chacune de ces variations se doit multiplier par le même nombre des variations de l'autre ; ce qui fera le nombre quarré du nombre des variations d'un des Quarrés primitifs, enforte que si les variations d'un des primitifs étoit 100, le nombre des variations sera 10000.

Si l'on faisoit le premier des primitifs comme on a fait le second, & le second comme on a fait le premier, on auroit toujours la même disposition du Quarré parfait.

mais seulement renversé, ce que nous ne comptons pas pour un Quarré différent.

PROPOSITION II.

On peut encore construire ce Quarré d'une autre maniere differente de la précédente, mais qui y a du rapport.

Primitif.

5	5	4	4	4	4	5	5
4	4	5	5	5	5	4	4
6	6	3	3	3	3	6	6
3	3	6	6	6	6	3	3
1	1	8	8	8	8	1	1
8	8	1	1	1	1	8	8
7	7	2	2	2	2	7	7
2	2	7	7	7	7	2	2

Primitif.

6	1	2	5	4	3	0	7
6	1	2	5	4	3	0	7
1	6	5	2	3	4	7	0
1	6	5	2	3	4	7	0
1	6	5	2	3	4	7	0
1	6	5	2	3	4	7	0
6	1	2	5	4	3	0	7
6	1	2	5	4	3	0	7

Parfait.

53	13	20	44	36	28	5	61
52	12	21	45	37	29	4	60
14	54	43	19	27	35	62	6
11	51	46	22	30	38	59	3
9	49	48	24	32	40	57	1
16	56	41	17	25	33	64	8
55	15	18	42	34	26	7	63
50	10	23	47	39	31	2	58

On prendra entre les nombres simples de la racine deux nombres tels qu'on voudra, qui soient complémens l'un de l'autre jusqu'à la somme des extrêmes pour former la premiere bande horizontal. On en placera un dans le premier & le dernier quart de la bande, & l'autre dans les deux quarts du milieu.

Dans la seconde bande on placera les mêmes nombres, mais en sens contraire, c'est à dire que celui qui étoit au milieu se mettra au premier & au dernier quart, & celui qui étoit aux extrêmes se mettra au milieu.

Les bandes suivantes se feront de la même maniere jusqu'à la fin, en mettant toujours dans deux bandes de suite les mêmes nombres, & tels qu'on voudra, pourvu qu'ils soient complémens l'un de l'autre.

Le second Quarré primitif se fera de la même maniere avec les racines & le 0, en mettant les nombres des racines dans les verticales, de même qu'on les a mis dans les horizontales pour le premier primitif.

De ces deux Quarrés primitifs on

on en fera le Quarré parfait par la combinaison des nombres des cellules correspondantes, en substituant la valeur des racines à la place de leurs nombres, comme on a fait dans la premiere Proposition.

Tout ce que j'ay dit de la démonstration & des variations de ces Quarrés dans la premiere Proposition, se doit entendre de même dans celle-cy.

PROPOSITION III.

On peut aussi tirer de la Proposition précédente une autre Construction de ces Quarrés.

J'appelle *bandes correspondantes* les extrêmes de la même espece, soit horizontales ou verticales, & celles qui en sont également éloignées.

Pour l'un des Quarrés primitifs ayant disposé la premiere bande horizontale avec les nombres & de la maniere qu'on a donnée dans la précédente Proposition, on mettra celle qui la devoit suivre suivant cette Proposition, dans la bande correspondante. Ensuite on placera dans la seconde bande horizontale d'autres nombres suivant les conditions de la même Proposition, & celle qui la devoit suivre sera placée dans la bande correspondante. On fera de même pour les autres, & ainsi tout le Quarré sera rempli des nombres qui lui conviennent, & il sera disposé comme il faut.

On fera la même chose pour le second primitif, en observant de faire pour les verticales ce qu'on a fait dans l'autre pour les horizontales, & ce second Quar-

Primitif.

8	8	1	1	1	1	8	8
7	7	2	2	2	2	7	7
3	3	6	6	6	6	3	3
5	5	4	4	4	4	5	5
4	4	5	5	5	5	4	4
6	6	3	3	3	3	6	6
2	2	7	7	7	7	2	2
1	1	8	8	8	8	1	1

Primitif.

6	2	3	7	0	4	5	1
6	2	3	7	0	4	5	1
1	5	4	0	7	3	2	6
1	5	4	0	7	3	2	6
1	5	4	0	7	3	2	6
1	5	4	0	7	3	2	6
6	2	3	7	0	4	5	1
6	2	3	7	0	4	5	1

Parfait.

56	24	25	57	1	33	48	16
55	23	26	58	2	34	47	15
11	43	38	6	62	30	19	51
13	45	36	4	60	28	21	53
12	44	37	5	61	29	20	52
14	46	35	3	59	27	22	54
50	18	31	63	7	39	42	10
49	17	32	64	8	40	41	9

ré sera aussi disposé magiquement avec ses nombres.

Maintenant si l'on combine ces deux Quarrés, comme on a dit cy-devant, en substituant la valeur des racines à la place de leurs nombres, on aura un Quarré parfait.

La construction du Quarré parfait, qui résulte de la combinaison de ces deux Quarrés primitifs, est évident, puisque tous les nombres de l'ordre seront dans toutes les bandes d'une même espee & dans les diagonales, & que dans les autres bandes les nombres y seront disposés de telle maniere que les mêmes se trouveront avec toutes les différentes racines. Ce que j'ay dit des variations des autres constructions se doit entendre de même de celle-cy.

PROPOSITION IV.

On peut encore construire ces Quarrés d'une autre maniere.

On disposera les nombres de la premiere bande horizontale dans l'un des primitifs, en sorte que tous les nombres simples de la racine y étant placés comme on voudra, les extrêmes & ceux qui en seront également éloignés, fassent une somme égale à celle du plus grand & du plus petit de ces nombres, qui sont les correspondans.

Dans la seconde bande on placera les mêmes nombres dans le même ordre, mais dans un sens contraire; en sorte que celui qui étoit le premier soit le dernier, & ainsi des autres.

La troisième bande sera faite comme la premiere avec les mêmes nombres & dans le même ordre; & la quatrième sera

Primitif.

3	5	1	2	7	8	4	6
6	4	8	7	2	1	5	3
3	5	1	2	7	8	4	6
6	4	8	7	2	1	5	3
3	5	1	2	7	8	4	6
6	4	8	7	2	1	5	3
3	5	1	2	7	8	4	6

Primitif.

3	4	3	4	4	3	4	3
0	7	0	7	7	0	7	0
2	5	2	5	5	2	5	2
6	1	6	1	1	6	1	6
1	6	1	6	6	1	6	1
5	2	5	2	2	5	2	5
7	0	7	0	0	7	0	7
4	3	4	3	3	4	3	4

la même que la seconde. On poursuivra de même en repetant ces bandes jusqu'au milieu du Quarré.

L'autre moitié de ce Quarré se fera en renversant seulement la premiere moitié, enforte que la derniere bande est la même que la premiere; la penultième comme la seconde, & ainsi des autres.

Parfait.

27	37	25	34	39	32	36	30
6	60	8	63	58	1	61	3
19	45	17	42	47	24	44	22
54	12	56	15	10	49	13	51
14	52	16	55	50	9	53	11
43	21	41	18	23	48	20	46
62	4	64	7	2	57	5	59
35	29	33	26	21	40	28	38

Pour l'autre primitif on en disposera aussi les nombres comme on voudra dans la premiere bande verticale, enforte que les extrêmes & les également éloignés des extrêmes fassent une somme égale au plus grand & au plus petit de ces nombres : les autres bandes verticales se placeront

dans ce second Quarré, de la même maniere qu'on a fait les horizontales du premier.

Ces deux Quarrés primitifs seront disposés comme il faut, & les nombres de toutes leurs bandes feront une somme égale : C'est-pourquoy en combinant ces Quarrés, & en substituant dans celui des racines les valeurs de ces racines, on en fera le Quarré parfait, comme on peut voir dans l'exemple.

Cette construction fait voir la démonstration de l'operation ; car dans les bandes d'une même espee dans les primitifs, tous les nombres de l'ordre s'y trouvent & dans les diagonales, & dans les autres bandes ils y sont placés alternativement, enforte que ceux d'un Quarré ne scauroient se rencontrer deux fois avec les mêmes de l'autre.

Pour ce qui est du nombre des variations de ce Quarré par cette methode, il est évident que la premiere bande dans l'un des Quarrés primitifs où tous les nombres se trouvent, se peut varier suivant les conditions dans nôtre

exemple de 8 de racine en 360 manieres , & de même dans l'autre primitif : C'est-pourquoy le nombre des variations de ce Quarré de 8, fera le Quarré de 360 qui est 129600.

On remarquera que dans ce Quarré parfait les nombres des cellules qui sont diametralement opposées comme dans ceux de la précédente Proposition, font partout une somme égale à celle du premier & du dernier nombre du Quarré. La plupart des methodes qu'on a données jusqu'à present pour construire ces sortes de Quarrés ne font que des cas de ces deux Propositions, & c'est lorsque les nombres qui sont tous differens dans la même bande sont placés de suite dans l'ordre naturel, comme 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, &c. lesquels se trouvent disposés suivant la regle de ces constructions, car les également éloignés des extrêmes font toujours une même somme.

P R O P O S I T I O N V.

On peut encore faire ces Quarrés d'une autre maniere.

On disposera l'un des Quarrés primitifs de la même maniere que le premier de la quatrième Proposition, & l'autre de la même maniere que le premier de la seconde ou troisième Proposition : ou bien l'un comme le second de la quatrième Proposition, & l'autre comme le second de la seconde ou troisième Proposition, comme on le peut voir dans l'exemple suivant.

1. Primitif,
comme le 2. de la 2. Proposition.

7	2	3	6	5	4	1	8
7	2	3	6	5	4	1	8
2	7	6	3	4	5	8	1
2	7	6	3	4	5	8	1
2	7	6	3	4	5	8	1
2	7	6	3	4	5	8	1
7	2	3	6	5	4	1	8
7	2	3	6	5	4	1	8

2. Primitif,
comme le 2. de la 4. Proposition.

3	4	3	4	4	3	4	3
0	7	0	7	7	0	7	0
2	5	2	5	5	2	5	2
6	1	6	1	1	6	1	6
1	6	1	6	6	1	6	1
5	2	5	2	2	5	2	5
7	0	7	0	0	7	0	7
4	3	4	3	3	4	3	4

Parfait.

31	34	27	38	37	28	33	32
7	58	3	62	61	4	57	8
18	47	22	43	44	21	48	17
50	15	54	11	12	53	16	49
10	55	14	51	52	13	56	9
42	23	46	19	20	45	24	41
63	2	59	6	5	60	1	64
39	26	35	30	29	36	25	40

Le Quarré parfait se fera par la combinaison des deux primitifs, comme on a fait les autres précédens.

La démonstration en est aussi évidente par les raisons des précédentes Propositions, en considérant que dans ces primitifs les nombres des cellules correspon-

dantes sont tous differens ; ce qui dépend de l'ordre dans lequel ils sont placés.

On voit que par ces combinaisons différentes il se formera un tres-grand nombre de differens Quarrés.

PROPOSITION VI.

Faire un Quarré avec les nombres d'une progression interrompue.

Ayant formé le Quarré parfait par quelque une des methodes précédentes, comme par la cinquième Proposition, en faisant l'un des primitifs comme le premier de la troisième Proposition, & le second comme le premier de la quatrième Proposition ; si l'on ajoute quel nombre on voudra comme 7 à tous les nombres du Quarré parfait qui sont plus grands que celui de la moitié du Quarré, on aura encore un Quarré parfait, dont la moitié des nombres suivra la même progression que l'autre moitié : mais cette progression sera interrompue en ce que le plus petit des plus grands surpassera de 8 le plus grand des moindres ; ce qu'on peut voir dans l'exemple suivant.

Parfait.

59	61	1	2	7	8	60	62
54	52	16	15	10	9	53	51
27	29	33	34	39	40	28	30
22	20	48	47	42	41	21	19
46	44	24	23	18	17	45	43
35	37	25	26	31	32	36	38
14	12	56	55	50	49	13	11
3	5	57	58	63	64	4	6

Parfait dans la progression
interrompue.

66	68	1	2	7	8	67	69
61	59	16	15	10	9	60	58
27	29	40	41	46	47	28	30
22	20	53	54	49	48	21	19
53	51	24	23	18	17	52	50
42	44	25	26	31	32	43	45
14	12	63	62	57	56	13	11
3	5	64	65	70	71	4	6

Cette Proposition est évidente, puisque dans les primitifs qui ont servi à faire le Carré parfait, il y a dans toutes les bandes tous les nombres pris deux à deux qui sont complémens les uns des autres.

C O R O L L A I R E.

On pourra aussi ajouter à tous les nombres de la première moitié, qui sont les moindres nombres du Carré parfait, tel nombre qu'on voudra, & à l'autre moitié aussi le même nombre qu'on voudra, pourvu que le nombre ajouté à la dernière moitié soit plus grand que le nombre ajouté à la première; car sans cela il y auroit des nombres répétés dans le Carré quoiqu'il fût parfait.

P R O P O S I T I O N. V I I.

Si il y a un Carré de nombres dans l'ordre naturel, en sorte que chaque bande horizontale soit dans la même progression Arithmétique telle qu'on voudra, & que les bandes verticales soient aussi chacune dans une même progression Arithmétique telle qu'on voudra, comme on voit icy dans le Carré de 4 de racine; on pourra faire un Carré parfait avec ces nombres, & en plusieurs manières.

J'entens par *nombres dans l'ordre naturel*, ceux qui vont toujours en augmentant comme on voudra.

Nombres donnés.

7	9	11	13
16	18	20	22
25	27	29	31
34	36	38	40

Primitif des Nombres.

2	2	8	8
8	8	2	2
6	6	4	4
4	4	6	6

Primitif des Racines.

3	0	1	2
3	0	1	2
0	3	2	1
0	3	2	1

Parfait.

26	2	16	24
32	8	10	18
6	30	20	12
4	28	22	14

Réquis.

34	7	22	31
40	13	16	25
11	38	27	18
9	36	29	20

On prendra la plus petite des deux progressions, qui est icy 2, dont on formera comme avec des nombres simples un Carré primitif, & ces nombres seront 2, 4, 6, 8; & l'autre primitif sera fait avec les racines à l'ordinaire 0, 1, 2, 3. Ces deux primitifs se feront par quelqu'une des méthodes précédentes. De ces deux Carrés primitifs on en

fera le parfait, en substituant la valeur des racines qui seront icy 8, qui est le plus grand terme du premier primitif.

Ensuite comme le premier terme du Carré parfait est 2, la différence à 7 qui est le premier des donnés, est 5; on ajoutera 5 aux quatre premiers termes du Carré parfait 2, 4, 6, 8, en les laissant à leur place dans ce Carré.

Maintenant la seconde ligne des nombres donnés commençant par 16 dans l'ordre de la progression 2 qu'on a prise, & la différence à 10 qui est le suivant après 8 dans le Carré parfait, étant 6, on l'ajoutera aux quatre nombres suivans 10, 12, 14, 16 de ce Carré parfait, & on les laissera à leurs places. On fera de même pour les autres nombres suivans, en prenant la différence entre 18 & 25 qui est 7, qu'on ajoutera aux suivans du Carré parfait 18, 20, 22, 24, & ainsi jusqu'à la fin, & le Carré se trouvera rempli avec les nombres donnés comme il est requis.

On remarquera qu'il faut tantôt ajouter & tantôt ôter la différence aux nombres du Carré parfait, selon la grandeur des termes donnés par rapport à ceux de la progression dont on a formé le premier primitif.

On pourra aussi faire la même chose avec l'autre progression 9, & les autres nombres du premier Carré primitif seront 9, 18, 27, 36, & les racines vaudront 3, 6.

La construction de ce Quarré est fondée sur les mêmes raisons que celles de la précédente Proposition ; c'est pourquoy elle est bonne.

On voit aussi qu'on peut donner autant de constructions différentes de ce Quarré, qu'on en peut former par les différentes dispositions des primitifs.

C O R O L L A I R E.

On pourra aussi interrompre par la moitié l'un des ordres des progressions données, comme si l'on avoit les nombres donnés dans l'ordre naturel comme ils sont icy.

7	9	11	13
16	18	20	24
31	33	35	37
40	42	44	46

Mais alors il faudra former le primitif des nombres simples avec les termes de la progression qui est de suite dans la même ligne ; & ayant formé le Quarré parfait comme on a fait cy-dessus, on en fera le requis en ajoutant ou ôtant aux termes du Quarré parfait les différences d'avec les nombres donnés, ce qui suit de cette Proposition. Ce cas fera la converse de la Proposition VI. ce qui est facile à voir.

R E M A R Q U E S.

Dans les Quarrés faits par toutes les Propositions précédentes, on pourra transporter les bandes tant horizontales que verticales les unes à la place des autres indifféremment, soit correspondantes ou non, pourvû que les nombres des diagonales se trouvent toujours bons.

Il est aussi facile à voir qu'on peut faire le Quarré parfait, en sorte que tel nombre qu'on voudra se trouve dans une cellule marquée ou donnée dans le Quarré.

Il faut maintenant expliquer la construction des Quarrés d'une racine pairement impaire.

PROPOSITION

PROPOSITION VIII.

Construction des Quarrés pairement impairs.

Quarré imparfait.

A

8	91	5	97	2	9	94	6	100	3
63	40	56	34	69	67	37	65	31	58
18	81	15	87	12	19	84	16	90	13
53	50	56	44	59	52	47	55	41	58
28	71	25	77	22	29	74	26	80	23
78	21	75	27	72	79	24	26	30	74
43	60	46	54	49	42	57	45	51	48
80	11	85	17	82	89	14	86	20	83
33	70	36	64	39	32	67	35	61	38
98	1	95	7	92	99	4	96	10	93

B

Parfait.

8	110	6	94	9	92	97	5	91	3
33	40	66	34	62	69	37	65	31	58
88	81	15	87	12	19	84	16	90	13
43	50	50	44	59	52	47	55	41	23
78	21	25	77	22	29	74	26	80	23
23	71	75	27	72	79	24	76	30	48
53	60	46	54	49	42	57	45	51	48
18	11	85	17	82	89	14	86	20	83
63	70	36	64	39	32	67	35	61	38
98	1	95	7	99	2	4	96	10	93

On fera d'abord les deux Quarrés primitifs de ce Quarré par la quatrième Proposition, en prenant quel ordre on voudra dans les nombres; & de ces deux primitifs on en formera un Quarré imparfait; comme on le voit icy dans celui de racine 10.

Ensuite dans la bande horizontale supérieure & dans la première verticale qui est à gauche, on laissera les angles à leur place, & l'on transportera dans chacune les nombres d'une moitié dans l'autre, chacun dans sa cellule correspondante,

ensorte que ceux qui étoient également éloignés des extrêmes le soient encore après la transposition, & à même distance des extrêmes.

On fera une semblable transposition des deux seuls nombres du milieu de la seconde bande horizontale supérieure & de la dernière, & de même de la seconde bande verticale à gauche & de la dernière à droite.

Enfin après ces changemens on transportera le nombre qui se trouvera dans la cellule marquée A de la première bande horizontale supérieure, laquelle est la première de

la seconde moitié de la bande, à la cellule opposée marquée *B* de la dernière horizontal, & réciproquement le nombre qui est en bas se mettra en haut. On fera la même transposition du nombre de la cellule *C* dans la cellule *D*, & réciproquement celui de *D* en *C*, qui sont les premières cellules de la moitié inférieure dans les deux verticales extrêmes; ce qui étant achevé le Quarré sera parfait, comme on le voit icy.

Ces Quarrés se trouveront variés en plusieurs manières, tant par celles des Quarrés primitifs, que par la transposition de quelques bandes après que le Quarré sera parfait.

PROPOSITION IX.

Des Quarrés Magiques par enceintes

Cette espece de Quarrés pairs doit toujours renfermer au milieu un Quarré de 16 cellules, qui ne peut pas avoir d'enceinte; car si l'on en ôtoit une enceinte, il ne resteroit plus qu'un Quarré de quatre cellules; qui ne peut pas être magiques de quelques nombres qu'on puisse le composer. Il faut donc toujours commencer ces Quarrés en formant le Quarré du milieu de 4 de racine.

Ayant disposé dans les cellules du Quarré proposé les nombres dans l'ordre naturel, on prendra les 16 du milieu, dont les horizontales font une progression Arithmétique, & les verticales une autre, & l'on en fera un Quarré par la septième Proposition. Le reste du Quarré naturel étant divisée par enceintes, on trouvera dans chacune les nombres qui sont nécessaires pour la remplir, en sorte qu'elles fasse encore un Quarré parfait étant ajoutée au premier & aux précédens.

On pourra se servir commodément pour avoir la disposition des nombres de chaque enceinte, de la Methode que j'ay donnée pour les impairs, en operant sur les complémens des nombres jusqu'à la moitié de la somme du premier & du dernier; & par ce moyen on découvrira toutes les manieres différentes de former ces enceintes

Mais il y a encore d'autres dispositions de ces Quarrés , en prenant differens nombres pour former le Quarré du milieu. Quelques exemples suffiront pour donner une connoissance parfaite de cette methode.

Quarré naturel.

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36

Quarré du milieu.

29	10	9	26
20	15	16	23
14	21	22	17
11	28	27	8

1	+	17	½	—	36
2	+	16	½	—	35
3	+	15	½	—	34
4	+	14	½	—	33
5	+	13	½	—	32
6	+	12	½	—	31
7	+	11	½	—	30
12	+	6	½	—	25
13	+	5	½	—	24
18	+	½	½	—	19

Dans cet exemple de Quarré qui a 6 pour sa racine, & qui est disposé dans l'ordre naturel, on prendra les 16 nombres du milieu, dont on formera le Quarré parfait par la septième Proposition, comme on le voit icy. Mais on remarquera que ce Quarré se peut faire en bien des manieres differentes.

Ensuite on écrira les nombres restans les uns d'un côté & leurs complémens de l'autre; ce qui formera deux lignes avec leurs differences entre deux jusqu'à la moitié de la somme du premier & du dernier qui est 37, comme on peut le voir icy, & comme on a fait pour les impairs.

Et ayant posé à volonté le nombre 7 pour l'un des angles de l'enceinte, & 13 pour l'autre,

on cherchera avec leurs differences & avec les autres, deux lignes qui fassent chacune une somme égale à 0. Ces deux lignes representeront les nombres de la bande horizontale superieure & de la verticale à gauche,

$$\begin{array}{l}
 \text{angles.} \\
 + 11 \frac{1}{2} + 5 \frac{1}{2} + 12 \frac{1}{2} - 13 \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 16 \frac{1}{2} = 0 \\
 + 11 \frac{1}{2} - 5 \frac{1}{2} + 17 \frac{1}{2} - 15 \frac{1}{2} - 14 \frac{1}{2} + 6 \frac{1}{2} = 0
 \end{array}$$

les angles se trouvent placés de sujétion; mais pour les nombres entre-deux, on les disposera comme on voudra. On écrira enfin dans l'enceinte les complémens des nom-

bres posés, dans les cellules qui sont directement à l'opposite de ceux qui sont placés.

7	3	2	6	18	3	5	13
1							36
3	4						3
3	3						4
1	2						25
2	4	5	3	1	9	2	30

7	6	18	3	3	3	4	13
1							36
1	2						25
3	2						5
3	5						2
2	4	3	1	9	4	3	30

Maintenant le Carré parfait de 16 étant placé dans cette enceinte, donnera un Carré parfait de 6 suivant la Proposition.

On pourra encore chercher si avec les mêmes angles on peut avoir d'autres nombres pour les bandes, & l'on trouvera,

$$\begin{aligned} &\text{angles.} \\ &+ 11 \frac{1}{2} + 5 \frac{1}{2} + 12 \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 14 \frac{1}{2} - 15 \frac{1}{2} = 0 \\ &+ 11 \frac{1}{2} - 5 \frac{1}{2} + 17 \frac{1}{2} + 6 \frac{1}{2} - 13 \frac{1}{2} - 16 \frac{1}{2} = 0 \end{aligned}$$

Ce fera la même chose pour d'autres recherches de ces nombres, en posant les mêmes angles ou d'autres à volonté; mais tous ne réussiront pas.

Mais si au lieu des nombres dont on s'est servi pour faire le Carré de 16 du milieu, on en prend d'autres entre les 36 du Carré proposé, qui aient les conditions de la septième Proposition, on en pourra faire aussi un Carré parfait par la même Proposition, comme on le voit dans ces

Nombres posés.

2	3	4	5
14	15	16	17
20	21	22	23
32	33	34	35

Figures. Et alors avec les nombres restans, & par le moyen de leurs différences, on trouvera l'enceinte qui convient à ce Carré, comme en posant les angles 7 & 9, ou aura la manière suivante exprimée par les différences pour servir à l'enceinte.

$$\begin{aligned} &\text{angles.} \\ &+ 11 \frac{1}{2} + 9 \frac{1}{2} - 17 \frac{1}{2} - 12 \frac{1}{2} + 8 \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0 \\ &+ 11 \frac{1}{2} - 9 \frac{1}{2} - 10 \frac{1}{2} + 7 \frac{1}{2} + 6 \frac{1}{2} - 5 \frac{1}{2} = 0 \end{aligned}$$

Quarré parfait.

2	33	34	5
17	22	21	14
23	16	15	20
32	13	4	35

Mais en posant les angles 7 & 18 on aura

$$\begin{aligned} & \text{angles.} \\ & +11\frac{1}{2} - \frac{1}{2} - 17\frac{1}{2} - 12\frac{1}{2} + 10\frac{1}{2} + 7\frac{1}{2} = 0 \\ & +11\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 9\frac{1}{2} - 8\frac{1}{2} - 6\frac{1}{2} - 5\frac{1}{2} = 0 \end{aligned}$$

Et en posant 1 & 6 aux angles, c'est à dire en laissant les angles du Quarré naturel à leur place dans cette enceinte, on trouve

$$\begin{aligned} 1 & + 17\frac{1}{2} - 36 \\ 6 & + 12\frac{1}{2} - 31 \\ 7 & + 11\frac{1}{2} - 30 \\ 8 & + 10\frac{1}{2} - 29 \quad \text{angles.} \\ 9 & + 9\frac{1}{2} - 28 \quad + 17\frac{1}{2} + 12\frac{1}{2} - 8\frac{1}{2} - 10\frac{1}{2} - 11\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0 \\ 10 & + 8\frac{1}{2} - 27 \quad + 17\frac{1}{2} - 12\frac{1}{2} - 9\frac{1}{2} - 7\frac{1}{2} + 6\frac{1}{2} + 5\frac{1}{2} = 0 \\ 11 & + 7\frac{1}{2} - 26 \quad \text{Mais en prenant pour les angles 1 & 10} \\ 12 & + 6\frac{1}{2} - 25 \quad \text{on aura} \\ 13 & + 5\frac{1}{2} - 24 \quad \text{angles.} \\ 18 & + \frac{1}{2} - 19 \quad + 17\frac{1}{2} + 8\frac{1}{2} - 12\frac{1}{2} - 11\frac{1}{2} + 7\frac{1}{2} - 9\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0 \\ & \quad + 17\frac{1}{2} - 8\frac{1}{2} - 10\frac{1}{2} + 6\frac{1}{2} - 5\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0 \end{aligned}$$

& les enceintes feront les suivantes, dans lesquelles on placera le Quarré parfait de 4 qu'on a formé auparavant, & en quel sens on voudra.

7	36	18	10	31	9
29					8
11					26
12					25
24					13
28	1	19	27	6	30

7	36	8	11	31	18
9					28
27					10
25					12
24					13
19	1	29	26	6	31

1	29	27	30	18	6
26					11
28					9
13					24
12					25
31	8	10	7	19	36

1	31	30	11	28	10
29					8
12					25
12					13
18					19
27	6	7	26	9	36

On fera la même operation pour d'autres recherches par differens angles & pour les autres enceintes. On pourra

aussi tirer de ces différentes constructions des regles pour former ces enceintes, lesquelles conviendront à celles de la même espece, comme aux premières, troisièmes, cinquièmes, &c. & d'autres pour les secondes quatrièmes, sixièmes, &c, comme on a fait pour les impairs.

Pour ce qui est des variations de ces sortes de Quarrés, elles suivent aussi les regles des impairs.

O B S E R V A T I O N

Sur la Matrice d'une fille de deux mois.

PAR M. LITTE.

1705.
29. Decem-
bre.

LE vagin de cette matrice étoit long d'un pouce & sept lignes, il n'avoit qu'une entrée à l'ordinaire; mais l'ayant ouvert d'un bout à l'autre, je remarquai le long de toute la partie inferieure moyenne un corps charnu, l'arge partout d'une ligne, haut d'une ligne & demie seulement depuis le commencement de ce canal jusqu'à un peu au-delà du milieu, & d'un demi-pouce dans le reste, où il formoit une cloison perpendiculaire qui partageoit cette partie du canal en deux cavités égales, l'un à droit & l'autre à gauche.

Le dedans du vagin étoit inégal par quantité de cercles charnus, qui avoient chacun un tiers de ligne d'épaisseur sur deux de hauteur, & qui étoient distans les uns des autres d'environ une ligne. Tous ces cercles étoient coupés à angles droits en trois parties égales par trois corps charnus, placés horizontalement le long de ce canal, qui étoient un peu plus épais & plus élevés, & qui servoient de tendon à chaque extrémité des trois parties dont les cercles étoient composés.

La matrice que je divise, pour éviter l'équivoque, en 3 parties, sçavoir en fond, en milieu & en coup, avoit 16 lignes de profondeur sur 8 de largeur & 3 d'épaisseur: & sa

Construction des carrés magiques dont la racine est un nombre pair - M. DE LA HIRE
Académie royale des sciences - Année 1705

MATHÉMATIQUE
DE LA HIRE, BACHET, FRENICLE
