



HAL
open science

Examen d'une courbe formée par le moyen du cercle

Louis Carré

► **To cite this version:**

Louis Carré. Examen d'une courbe formée par le moyen du cercle. Mémoires de mathématique et de physique de l'Académie royale des sciences, 1705. ads-00106851

HAL Id: ads-00106851

<https://hal.science/ads-00106851>

Submitted on 16 Oct 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

plus de quatre jours qu'elles étoient entrées dans le disque du Soleil, & qu'on les auroit pu appercevoir dès le 11 ou le 12, si le Ciel qui avoit été couvert depuis ce temps-là, nous eût permis de les observer. En effet, M. de Plantade nous écrit de Montpellier qu'il les avoit découvert le 12 de ce mois, qu'il en paroissoit 5 ou 6 noires, ce qui lui faisoit conjecturer qu'elles paroïtroient encore longtems, & qu'on pourroit peut-être les appercevoir dans la révolution suivante.

Suivant nos observations la Tache la plus Occidentale sera passée par le centre le 17 quelques heures avant midy, & la Tache Orientale quelques heures après le midy du même jour; & on l'auroit apperçûe jusqu'au 23 de ce mois, en cas qu'elle ne se fût pas dissipée avant ce temps-là; c'est ce qu'on n'a pas pu sçavoir, le tems n'ayant pas été favorable pour les observer.

EXAMEN D'UNE COURBE

FORMÉE PAR LE MOYEN

DU CERCLE,

PAR M. CARRE.

1705.
28. Fevrier.

Voyez la
Préface de
M. de Fontenelles
Histoire de l'Acad.
1699.

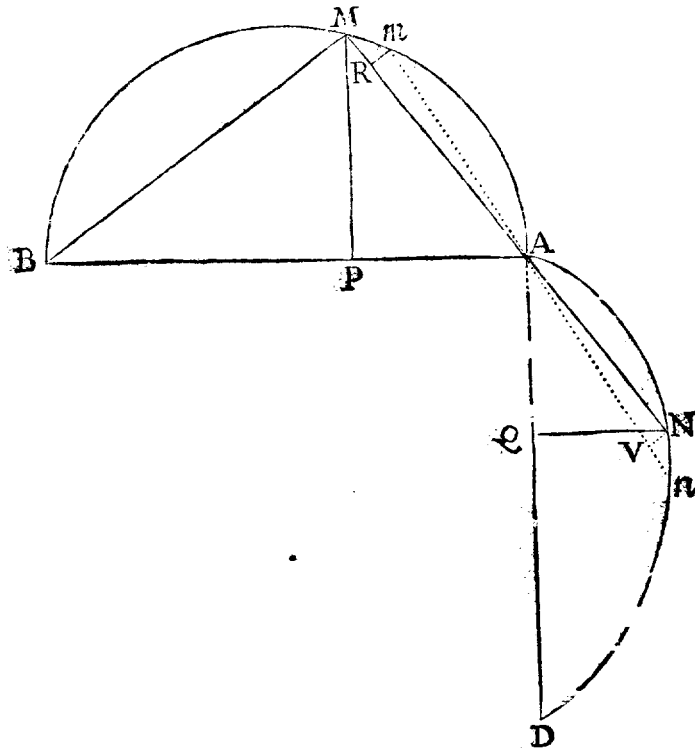
QUOIQUE la considération des lignes Courbes ne paroisse pas d'un grand usage, & que le Public ignorant ait coûtume de regarder ces sortes de speculations comme des rêveries de gens oisifs, il est bon de lui répéter qu'il y en a nombre dont on a tiré de grandes utilitez, comme la Parabole pour le jet des Bombes, la Cycloïde pour regler les Pendules, & plusieurs autres dont il est inutile de faire ici le détail. Si les premiers qui ont pensé à ces Courbes les avoient négligées par cette raison qu'ils n'en connoissoient pas les usages, ils nous auroient privé de ces avantages qu'on en retire. L'on ne doit donc pas regarder

regarder ces recherches comme de simples curiositez : & même quand c'en seroit, on ne doit pas les négliger. Les personnes qui composent l'Academie des Sciences, pour répondre à ce nom, doivent être véritablement sçavans, & sans doute que les Mathematiciens n'y tiennent pas le dernier rang par l'application qu'ils donnent à ces hautes & sublimes veritez dont peu de gens sont capables. C'est même à ceux qui ont excellé dans ces Sciences ; que l'on est redevable de la plûpart des découvertes de la Physique ; l'étenduë que cette étude des Mathematiques donne à l'esprit, rendant faciles les questions les plus embarrassées, & où il y a un plus grand nombre de rapports à comparer. Et c'est avec grande raison que Platon avoit fait mettre au-dessus de sa Classe ces paroles de Pythagore : οὐδὲν ἀγνοούμενον εἶσιτω. L'on a crû devoir faire ce petit raisonnement pour fermer la bouche, si cela se peut, à ceux dont l'ignorance fait toûjours demander à quoi cela sert-il, comme si l'on ne devoit jamais s'appliquer qu'à ce qui est utile actuellement ; & sans doute qu'on s'appliqueroit à bien peu de choses. Ce n'est pas d'aujourd'hui que l'on fait ces sortes de demandes : car je me souviens d'avoir lû dans un des Ouvrages de Galilée, qu'on lui demanda un jour à quoi servoit la Geometrie : Et voici ce qu'il répondit : *Dalle dimostrazioni della Geometria attenenti alle Misure, a i Pesi, & a Numeri, s'impara a misurare i Goffi; a pesargli Ignoranti, & a numerar gli uni e gli altri.*

La Courbe dont on va expliquer la nature & quelques proprietéz en attendant ses usages, si elle en a, étant inconnuë aux Mathematiciens de l'Academie, pouvoit être regardée comme nouvelle : mais j'ai appris qu'un Geometre nommé M. Koërfma en a parlé ; il détermine même sa plus grande largeur sans en donner aucune autre propriété. L'on va donner ici sa generation, sa principale propriété, sa tangente, sa plus grande ordonnée, sa rectification, & la mesure de l'espace qu'elle renferme, en se servant du Calcul des differences ; calcul qu'on ne sçauroit trop admirer, puisqu'il conduit par des routes sûres, sim-

ples & faciles aux veritez les plus profondes, les plus generales & les plus composées, & dont il seroit tres-long & tres-difficile, pour ne pas dire impossible, de venir à bout par toute autre methode.

Soit décrit le demi-cercle AMB ; si l'on suppose que son diametre AB se meuve sur le point A , tandis que l'extremité B parcourt la demi-circonference BMA , il est visible que l'autre extremité de ce diametre décrira dans ce mouvement une Courbe AND qui a pour axe la ligne $AD=AB$. L'on demande les proprietéz de cette Courbe.



Soit le diametre BA dans une situation quelconque MN ; l'on menera du point M l'ordonnée MP , & la corde MB , & du point N la ligne NQ perpendiculaire

sur AD , ce qui formera les deux triangles AMB , ANQ qui seront semblables. Nommant donc $AB, 2r$; AP, x ; on aura $PM = \sqrt{2rx - xx}$; $BM = \sqrt{4rr - 2rx}$; $AM = \sqrt{2rx}$; & $AN = 2r - \sqrt{2rx}$. Et faisant $AB(2r)$. $AM(\sqrt{2rx}) :: AN(2r - \sqrt{2rx})$. $QN = \sqrt{2rx - x}$; puis $AB(2r)$. $BM(\sqrt{4rr - 2rx}) :: AN(2r - \sqrt{2rx})$. $AQ = \sqrt{4rr - 2rx} - \sqrt{2rx - xx}$. D'où l'on peut conclure que la propriété de cette Courbe est telle, que de même que la corde AN de la Courbe est la différence du diamètre AB & de la corde AM du cercle, ainsi l'ordonnée QN de la Courbe est la différence de la corde AM & de la partie AP du diamètre; & la partie AQ de son axe est la différence de la corde BM & de l'ordonnée MP . Ainsi pour avoir facilement tous les points de cette Courbe, l'on prendra toujours $QN = AM - AP$; & nommant QN, z ; l'équation sera $z = \sqrt{2rx} - x$.

Ce Problème auroit été assez difficile à résoudre, si on l'avoit proposé en cette sorte. Un demi cercle étant donné avec un triangle rectangle inscrit dedans, & une de ses ordonnées qui part du sommet de ce triangle, trouver une Courbe telle que les trois côtes d'un triangle rectangle fait par son ordonnée, la corde & la partie de l'axe prise entre son origine & l'ordonnée, soient toujours les différences des lignes tirées dans le demi-cercle; sçavoir, que l'hypothénuse soit la différence du diamètre & de la corde, la base la différence de l'autre corde & de l'ordonnée, & la perpendiculaire la différence de la corde & de la partie du diamètre déterminée par l'ordonnée.

Pour avoir la tangente de cette Courbe, on aura pour l'expression de la sôutangente, en nommant AQ, v ; $\frac{z dv}{dx}$.

Mais $dv = \sqrt{\frac{-2dx}{4rr - 2rx}} - \frac{r dx - x dx}{\sqrt{2rx - xx}}$, & $dz = \frac{r dx - dx \sqrt{2rx}}{\sqrt{2rx}}$;

substituant donc ces valeurs, on trouvera que $\frac{z dv}{dx} =$

$$\frac{2rx - 2rx - xx \sqrt{2rx}}{r \sqrt{2rx} \sqrt{2rx - xx}}$$

Pour trouver la plus grande appliquée QN , ou la plus grande largeur de la Courbe, l'on prendra la différence de l'équation $z = \sqrt{2rx - x^2}$, ce qui donnera $dz = \frac{r dx}{\sqrt{2rx}}$

$dx = 0$; d'où l'on tire $x = \frac{1}{2}r$; donc $AQ = \frac{r\sqrt{3}}{2}$, & $QN = \frac{1}{2}r$; c'est à dire que si l'on prend $AP = \frac{1}{2}r$, que l'on mène PM , & que l'on pose le diamètre dans la situation MN , le point N sera celui de la plus grande largeur de la Courbe, ou ce qui revient au même lorsque $AN = AM$: ce qui est évident par la generation de la Courbe.

Si $AP = r$, on aura $AM = r\sqrt{2}$, $AN = 2r - r\sqrt{2}$, $QN = r\sqrt{2-r}$, & $AQ = r\sqrt{2-r}$; donc en ce cas AQ & QN sont égales.

Si $AP = 2r$, alors AQ & QN sont égales à zéro; mais si $AP = 0$, $QN = 0$, & $AQ = 2r$. Tout cela est évident par la generation.

Pour trouver la longueur de cette Courbe, on le peut faire en plusieurs manieres; voici celle dont on se sert. L'on suppose que le diamètre soit mis dans une autre situation mn infiniment proche de MN , & du point A décrivant les petits arcs Rm . VN , cela formera deux secteurs semblables: faisant donc $AM (\sqrt{2rx}) AN (2r - \sqrt{2rx})$:

$$Rm \left(\frac{r dx}{\sqrt{2rx} \sqrt{2rx - x^2}} \right) NV = \frac{r dx \sqrt{2rx - x^2}}{\sqrt{2rx} \sqrt{2rx - x^2}}. \text{ Mais}$$

$$\overline{Nn}^2 = \overline{Vn}^2 + \overline{NV}^2 = \frac{r dx^2}{2rx} + \frac{r dx^2 \times 2rx - 2rx dx^2 \times \sqrt{2rx - x^2}}{\sqrt{2rx} \sqrt{2rx - x^2}}$$

$$= \frac{2r dx^2 - r dx^2 \sqrt{2rx}}{2rx - x^2}, \text{ donc } Nn = \frac{dx \sqrt{2rr - r \sqrt{2rx}}}{\sqrt{2rx - x^2}} \text{ qui est}$$

la différentielle de la Courbe. Pour en prendre facilement l'intégrale, je suppose $\sqrt{2rx} = y$, donc $x = \frac{y^2}{2r}$, & $dx = \frac{y dy}{r}$;

$$\text{l'on aura donc } dx \sqrt{2rr - r \sqrt{2rx}} = \frac{y dy \sqrt{2r - y}}{\sqrt{r}}, \text{ & } \sqrt{2rx - x^2} =$$

$$\frac{y \sqrt{4rr - yy}}{2r}, \text{ donc } \frac{dx \sqrt{2rr - r \sqrt{2rx}}}{\sqrt{2rx - x^2}} = \frac{2 dy \sqrt{r} \sqrt{2r - y}}{\sqrt{4rr - yy}}, \text{ &}$$

divisant haut & bas par $\sqrt{2r - y}$, il viendra enfin $Nn = \frac{2 dy \sqrt{r}}{\sqrt{2r + y}}$, donc l'intégrale $= 4 \sqrt{rx} \sqrt{2r + y}$, & remet-

tant pour y la valeur $\sqrt{2rx}$, on aura enfin pour la portion indéterminée de la Courbe $4\sqrt{2rr} + r\sqrt{2rx}$. Mais AP devenant AB , $x = 2r$, donc la Courbe entière $= 8r - 4r\sqrt{2}$.

Maintenant pour trouver l'espace borné par cette Courbe & son axe, l'on multipliera $AN(2r - \sqrt{2rx})$ par $\frac{1}{2}NV\left(\frac{rdx}{\sqrt{2rx-xx}} - \frac{rxdx}{2\sqrt{2rx}x\sqrt{2rx-xx}}\right)$, ce qui donnera $\frac{rrdx}{\sqrt{2rx-xx}} - \frac{rdx\sqrt{2rx}}{\sqrt{2rx-xx}} + \frac{rxdx}{2\sqrt{2rx-xx}}$ pour la différentielle de l'espace. Mais le premier membre est double d'un secteur circulaire infiniment petit, le second est égal à un petit parallélogramme fait de la corde AM & de l'arc Mm , & le troisième est égal au petit segment MAm qui est la différentielle du cercle; d'où l'on doit conclure que la quadrature de cet espace suppose celle du cercle.

REFLEXIONS

SUR LES REGLES

DE LA CONDENSATION DE L'AIR.

PAR M. CASSINI le fils.

Nous avons déterminé dans le voyage fait pour la prolongation de la Meridienne de Paris, la hauteur de plusieurs montagnes sur la surface de la mer, & entr'autres celle du Puy de Dome, où M. Perier fit des observations de la hauteur du Mercure, rapportées dans le Traité de l'Equilibre des liqueurs de M. Pascal.

1705.
24 Mars

Comme ces observations ont servi à M. Mariotte pour confirmer ses regles de la condensation de l'air, cela m'a donné occasion de comparer ses regles à nos observations.

M. Mariotte dans son Ouvrage intitulé *second Essay de la nature de l'air*, rapporte quelques experiences qu'il a

Examen d'une courbe formée par le moyen du cercle - M. CARRÉ
Académie royale des sciences - Année 1705

MATHÉMATIQUE, GÉOMÉTRIE
CARRÉ, PLATON, PYTHAGORE, GALILÉE
