CONSTRUCTION NOUVELLE ET GEOMETRIQUE

Des Cartes réduites, & des Echelles de latitude.

PAR M. DE LAGNY.

SI l'on pouvoit avoir dans les Vaisseaux des Globes, ou, si l'on veut, des Sphéroïdes terrestres, assez grands pour y distinguer sensiblement la route de chaque jour; que l'on pût les suspendre de maniere que ni le roulis, ni le tangage du Vaisseau n'empêchassent d'y faire les opérations nécessaires au pilotage; il est certain que ces opérations s'y feroient avec plus de justesse, plus de facilité, plus promptement que sur des Cartes. Au défaut des Globes on a inventé les Cartes réduites, & c'est une des plus belles, & des plus utiles découvertes du Siécle passé, par rapport à la navigation. Car il n'y a que cette seule espece de Cartes dont on puisse se servir au large dans les navigations de long cours; parce que les rhumbs de vent obliques y sont sensiblement dans leur véritable position, par rapport aux Méridiens & aux paralléles à l'Equateur; au lieu que dans toutes les autres Cartes cette position est toujours fausse. 1703. 12. Mai.

L'expérience de plusieurs Siécles a fait connoître que pour l'usage des Pilotes, il faut des Cartes très-simples, où les Méridiens, les paralléles à l'Equateur, & les rhumbs de vent soient représentés par des lignes droites; parce que s'il y avoit des lignes courbes, ils n'y sçauroient jamais pointer leur route. Mais comme les paralléles à l'Equateur vont en diminuant vers les pôles, & que les lignes droites Est & Ouest qui les représentent sont par-tout égales, il faut pour rendre les triangles compris par les lignes de rhumbs de vent obliques, les lignes Nord &

Sud, & les lignes Eſt & Oueſt, ſenſiblement ſemblables aux triangles décrits ſur la ſurface du Globe par la ligne loxodromique, l'arc du Méridien, & l'arc du paralléle à l'Equateur; il faut, dis-je, pour cela aggrandir les lignes Nord & Sud en même raiſon, que les arcs des paralléles à l'Equateur ſont plus petits que les arcs correſpondans de ce même Equateur. Car de cette maniere il ſe fait une juſte compenſation, & on trouve ſa différence en latitude & en longitude, le chemin & le rhumb de vent étant donnés; ce qui eſt le problême le plus ordinaire & le plus utile de la navigation. Or les cercles paralléles à l'Equateur vont en diminuant vers les pôles en même raiſon que leurs rayons: ces rayons ſont les ſinus du complément de leur latitude; & comme il y a même raiſon du ſinus total au ſinus du complément d'un arc donné, que de la ſécante de ce même arc au ſinus total, on prend pour régle de l'aggrandiſſement des degrés de latitude le rapport des ſécantes de ces mêmes latitudes.

Voilà en peu de mots tout ce qu'il y a de particulier & d'eſſentiel dans l'invention & dans la conſtruction des Cartes réduites & des Echelles de latitude. C'eſt Willebrord Snellius qui en eſt l'inventeur.

On appelle donc Cartes réduites, celles où les degrés de latitude vont en augmentant de l'Equateur vers les pôles en raiſon des ſécantes.

Ainſi prenant pour un degré de l'Equateur, & pour le premier degré de latitude, ou le rayon entier, ou une partie aliquote quelconque de ce rayon, on prend pour le ſecond degré de latitude la ſécante d'un degré, ou la partie aliquote ſemblable de cette ſécante.

Pour le troiſiéme degré de latitude, on prend la ſécante de deux degrés, ou ſa partie aliquote ſemblable, & ainſi de ſuite.

Lorſqu'on veut avoir une Carte à plus grand point, on prend pour 30 minutes de latitude, & pour 30 minutes de l'Equateur, un rayon de cercle, ou une partie aliquote quelconque de ce rayon: Pour un degré de latitude, on

ajout

ajoûte de suite la sécante de 30′. Pour 1° 3′ de latitude, on ajoûte de suite la sécante de 1°. Pour 2° de latitude, on ajoûte la sécante de 1° 30′, ou les parties aliquotes semblables de ces sécantes, & ainsi de suite.

C'est précisément la même construction pour les Echelles de latitude.

Dans les Cartes au plus grand point, comme celles du Neptune François, au lieu de prendre les sécantes de degré en degré, ou de demi-degré en demi-degré, on les prend de 10 minutes en 10 minutes, ou même plus près à près. Et tous les Auteurs conviennent que les Cartes réduites & les Echelles de latitude sont d'autant meilleures, que l'on prend de suite de plus petits arcs.

On se sert pour cela dans la pratique d'une Echelle de parties égales, sur laquelle on prend le nombre de parties qui répond à peu près aux sécantes qui se trouvent dans les Tables, en retranchant les dernieres figures.

Cette derniere construction est purement méchanique, & n'a rien d'exact par rapport à la théorie : mais d'ailleurs elle est fort simple & fort commode.

La premiere paroît Géométrique, & on n'a pas pris garde au paralogisme & à la contradiction qu'elles renferment toutes deux. C'est que les rapports des distances entre les mêmes paralléles, ou les mêmes degrés de latitude, changent continuellement à mesure qu'on subdivise ces distances en un plus grand ou un plus petit nombre de parties, comme degrés, minutes, &c. Ainsi ces constructions n'ont rien de fixe, rien de déterminé, de certain & de Géométrique. Au lieu donc de prendre les rapports des sécantes de chaque latitude en particulier, il falloit prendre les rapports des sommes finies du nombre infini de sécantes comprises entre chaque deux latitudes données; ce qui est Géométrique & très-différent de l'ancienne méthode, lorsque les latitudes données sont un peu grandes. Ces sommes d'un nombre infini de sécantes forment un espace quadriligne hyperbolique compris entre la moitié de l'axe déterminé, une partie de l'axe

conjugué & indéterminé égal à la tangente de la latitude donnée, une paralléle à l'axe déterminé tirée par l'extrémité de cette tangente, & la courbe hyperbolique interceptée entre l'axe déterminé ou la pointe de l'hyperbole, & cette paralléle à l'axe. Je donnerai la démonstration de ce Théorême, & la méthode de quarrer indéfiniment ces espaces hyperboliques pour connoître le rapport des distances de chaque latitude.

Je commence par la réfutation de l'ancienne méthode, & je me servirai pour cela du Théorême général pour la formation des sécantes des angles & des arcs multiples, que j'ai déja eu l'honneur d'envoyer à l'Académie.

Soit le rayon $= a$, & la tangente d'un arc ou d'un angle quelconque (lequel j'appellerai x,) soit $= b$, & la sécante correspondante $= c$.

La sécante de $2x$ sera $\frac{acc}{aa-bb}$, & celle de $3x$ sera $\frac{c^3}{aa-3bb}$. Or suivant l'ancienne méthode on auroit a, pour la latitude x; $a+c$ pour la latitude $2x$; $a+c+\frac{acc}{aa-bb}$ pour la latitude $3x$, & $a+c+\frac{acc}{aa-bb}+\frac{c^3}{aa-3bb}$ pour la latitude $4x$. Mais si au lieu de commencer par la latitude x, je commence par la latitude $2x$ (comme cela est entiérement arbitraire) & que je prenne pour rayon & pour la distance de cette latitude à l'Equateur la même valeur qu'auparavant; c'est-à-dire $a+c$; il est évident que puisque le rayon étant a, la sécante de $2x$ a été trouvée $\frac{acc}{aa-bb}$, ce même rayon étant $a+c$, la sécante de $2x$ sera $\frac{acc+c^3}{aa-bb}$, & par conséquent la distance de la latitude $4x$ seroit $a+c+\frac{acc}{aa-bb}+\frac{c^3}{aa-bb}$. Mais cette même latitude avoit été trouvée $= a+c+\frac{acc}{aa-bb}+\frac{c^3}{aa-3bb}$. Donc $aa-bb = aa-3bb$; ce qui est absurde.

Je conclus, 1°. Que la méthode est fausse. 2°. Que sur une même grandeur des degrés de longitude, les distan-

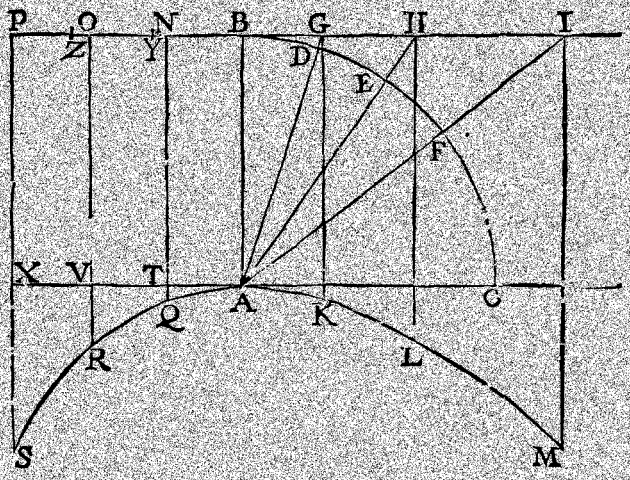
ces des latitudes ſont d'autant plus grandes, que cette latitude eſt ſubdiviſée en un plus grand nombre de parties égales. 3°. Que cette augmentation de diſtance a un terme fixe, qui eſt déterminé par le rapport des eſpaces hyperboliques marqués ci-deſſus dans l'hyperbole équilatere.

SUITE DE LA CONSTRUCTION NOUVELLE ET GEOMETRIQUE

Des Echelles de latitude & des Cartes réduites.

PAR M. DE LAGNY.

SOIT *A* le centre d'un quart de cercle *ABC*, & *BI* tangente indéfinie au point *B*, extrémité du rayon *AB*. 1703. 26. Mai.



Soit le quart de cercle *BC* diviſé en autant d'arcs égaux qu'on voudra aux points *D*, *E*, *F*, &c. ſoient tirées les ſécantes *AG*, *AH*, *AI*, &c. & ſoient tirées les lignes *GK*, *HL*, *IM*, &c. paralléles à *AB*, & égales aux ſécantes correſpondantes *AG*, *AH*, *AI*, &c. il eſt démontré que la courbe *AKLM*, &c. eſt une hyperbole équilatere, dont la pointe eſt *A*, le centre *B*, & la moitié de l'axe déterminé eſt *AB*.

Préſentement ayant prolongé la tangente *BI* de l'au-

Construction nouvelle & géométrique des cartes réduites, & des échelles de latitude - M. DE LAGNY
Académie royale des sciences - Année 1703

GÉOGRAPHIE