



**HAL**  
open science

# Manière de trouver une infinité de portions de cercle toutes quarrables, moyennant la seule géométrie d'Euclide

Pierre Varignon

► **To cite this version:**

Pierre Varignon. Manière de trouver une infinité de portions de cercle toutes quarrables, moyennant la seule géométrie d'Euclide. Mémoires de mathématique et de physique de l'Académie royale des sciences, 1703. ads-00103531

**HAL Id: ads-00103531**

**<https://hal.science/ads-00103531>**

Submitted on 4 Oct 2006

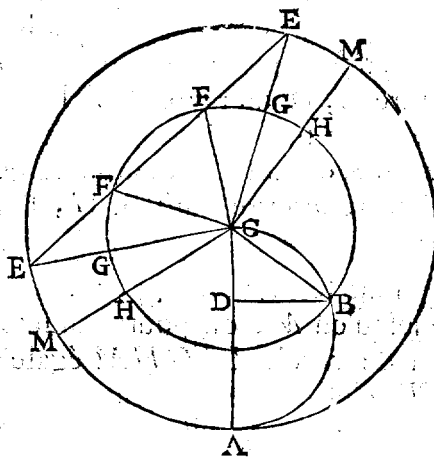
**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**MANIERE DE TROUVER**  
une infinité de Portions de cercle, toutes  
quarrables, moyennant la seule Geométrie  
d'Euclide.

PAR M. VARIGNON.

**S**oit  $AEE$  un cer-  
cle donné à dif-  
cretion, dans lequel en  
soit fait un autre aussi  
quelconque concentri-  
que  $BFF$ , avec une droi-  
te  $EE$  qui les rencon-  
tre tous deux comme l'on  
voudra en  $E$  & en  $F$  sans  
passer par leur centre  
commun  $C$ , soit qu'elle  
coupe l'un & l'autre com-  
me l'on voit ici, ou qu'elle  
ne coupe que l'exté-



1703.  
27. Janvier.

rieur, & touche seulement l'intérieur, comme lorsque les points  $F$  &  $F$  se confondent en un. Je dis que si après avoir tiré de chaque côté dans le grand cercle le rayon  $CE$  qui rencontre le petit cercle en  $G$ , l'on prend aussi de chaque côté sur ce dernier cercle l'arc  $GH$ .  $FG :: GC^2$ .  $EC - GC$ . l'on aura de part & d'autre la portion de cercle  $EFGHM$  égale au Triangle rectiligne  $ECF$ .

DEMONST. On sçait que les secteurs  $ECM$  &  $GCH$  sont entr'eux comme les quarrés de leurs rayons  $EC$  &  $GC$ : c'est-à-dire, le secteur  $ECM$ . secteur  $GCH :: EC^2$ .  $GC^2$ . Donc (*dividendo*) l'espace  $EGHM$ . secteur  $GCH ::  $EC^2$  -  $GC^2$ .  $GC^2$  (*hyp.*) ::  $FG$ .  $GH$ :; secteur  $FCC$ . secteur  $GCH$ . Et par conséquent la portion de$

cercle  $EGHM$  est égale au secteur  $FCG$ . Donc en ajoutant de part & d'autre le Triangle mixte  $FGE$ , l'on aura aussi la portion de cercle  $EFGHM$  égale au Triangle rectiligne  $ECF$ . *Ce qu'il falloit démontrer.*

II. Pour rendre ceci praticable par la seule Géométrie d'Euclide, soient  $m$  &  $n$  deux nombres entiers, dont le premier  $m$  soit un terme quelconque d'une progression géométrique double, &  $n$  tel autre nombre qu'on voudra. Soit ensuite le rayon  $AC$  du cercle donné, divisé en  $D$  de manière que le rayon  $AD : DC :: m . n$ . Et en ce point  $D$  la droite  $DB$  perpendiculaire à ce rayon, laquelle soit rencontrée en  $B$  par le demi-cercle  $ABC$  décrit sur ce même rayon comme diamètre. Soit enfin décrit du centre  $C$ , & du rayon  $CB$ , le petit cercle  $BFF$ . Je dis que si l'on tire une droite  $EE$  quelconque qui le rencontre en  $F$  comme ci-dessus, & qu'on fasse le rayon  $CE$  qui le rencontre aussi en  $G$ , l'on pourra toujours faire  $FG . GH :: \overline{EC} - \overline{GC} . \overline{GC}$ . Et par conséquent (*art. 1.*) en tirant les rayons  $CF, CH$ , dont celui-ci soit prolongé jusqu'en  $M$ , on pourra aussi toujours trouver une portion de cercle  $EFGHM$  égale au Triangle rectiligne  $ECF$ , c'est-à-dire, toujours quarrable.

DEMONSTR. Puisque (*hyp.*)  $m . n :: AD . DC$ . l'on aura aussi (*componendo*)  $m + n . n :: AC . DC :: \overline{AC} . \overline{CB} :: \overline{EC} . \overline{GC}$ . Donc (*dividendo*)  $m . n :: \overline{EC} - \overline{GC} . \overline{GC}$ . Or  $m$  étant (*hyp.*) un terme d'une progression géométrique double, il est visible par la Prop. 9. Liv. 1. d'Euclide, que quel que soit l'arc  $FG$ , on le pourra toujours diviser en autant de parties égales, qu'il y aura d'unités dans  $m$ , & répéter une de ces parties en  $GH$  autant de fois qu'il y aura d'unités dans  $n$ ; Et ainsi avoir toujours  $FG . GH :: m . n$ . Donc la Géométrie seule d'Euclide donnera toujours ici  $FG . GH :: \overline{EC} - \overline{GC} . \overline{GC}$ . Donc en prolongeant  $CH$  jusqu'en  $M$ , l'on aura aussi toujours (*art. 1.*) la portion de cercle  $EFGHM$  égale au Triangle rectiligne  $ECF$ . *Ce qu'il falloit démontrer.*

III. On voit de-là non-seulement que le rapport de  $m$  à  $n$  pouvant varier à l'infini sans sortir des conditions requises, on peut aussi trouver une infinité de cercles  $BFF$  qui détermineront de cette manière une infinité de portions quarrables du cercle donné  $AEE$ , sans changer la position de la droite  $EE$  qui les rencontre comme l'on voudra; mais encore que cette position arbitraire de la droite  $EE$  pouvant varier à l'infini, celui qu'on voudra de ces cercles  $BFF$  pourra seul fournir aussi de même une infinité de portions pareillement quarrables du cercle donné  $AEE$ . D'où l'on voit enfin que les variabilités infinies, tant du cercle  $BFF$ , que de la position de la droite  $EE$ , jointes ensemble, pourront fournir de même par la Géométrie seule d'Euclide, une infinité d'infinités de portions toutes quarrables du cercle donné.

OBSERVATION  
DE L'ECLIPSE DE LUNE

Du 3 Janvier 1703. faite à Rome par Messieurs  
Bianchini & Maraldi, comparée à la nôtre  
de Paris.

PAR M. CASSINI.

A Rome. heur. min. sec.		A Paris.	Différence des Mérid.
4 40 0	<b>A</b> Près minuit le diamètre de la Lune 30' 45".		
6 14 0	Commencement avec une Lu- nette de 6 palmes.		
6 15 ½	Commencement avec une de 15 palmes.	5 <sup>h</sup> 35' 0"	0 40' ½"
6 24 ½	L'ombre à Heraclides.	5 44 25	0 40 5
6 25 ½	L'ombre à Promontorium acu- tum.		

1703.  
31. Janvier.

---

Manière de trouver une infinité de portions de cercle toutes quarrables, moyennant la seule géométrie d' Euclide - M. VARIGNON  
Académie royale des sciences - Année 1703

MATHÉMATIQUE, GÉOMÉTRIE

---