Manière de trouver une infinité de portions de cercle toutes quarrables, moyennant la seule géométrie d'Euclide

Pierre Varignon

▶ **To cite this version:**

Pierre Varignon. Manière de trouver une infinité de portions de cercle toutes quarrables, moyennant la seule géométrie d'Euclide. Mémoires de mathématique et de physique de l'Académie royale des sciences, 1703. ads-00103531

HAL Id: ads-00103531
https://hal.science/ads-00103531

Submitted on 4 Oct 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

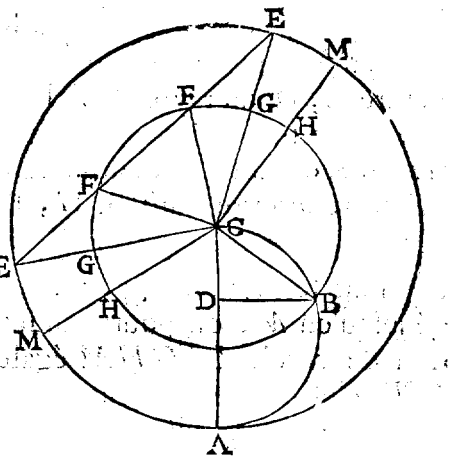
L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

MANIERE DE TROUVER une infinité de Portions de cercle, toutes quarrables, moyennant la ſeule Geométrie d'Euclide.

PAR M. VARIGNON.

1703. 27. Janvier.

SOit *AEE* un cercle donné à diſcretion, dans lequel on ſoit fait un autre auſſi quelconque concentrique *BFF*, avec une droite *EE* qui les rencontre tous deux comme l'on voudra en *E* & en *F* ſans paſſer par leur centre commun *C*, ſoit qu'elle coupe l'un & l'autre comme l'on voit ici, ou qu'elle ne coupe que l'extérieur, & touche ſeulement l'intérieur, comme lorſque les points *F* & *F* ſe confondent en un. Je dis que ſi après avoir tiré de chaque côté dans le grand cercle le rayon *CE* qui rencontre le petit cercle en *G*, l'on prend auſſi de chaque côté ſur ce dernier cercle l'arc *GH*. $FG :: \overline{GC}.\ \overline{EC}^2 - \overline{GC}^2$. l'on aura de part & d'autre la portion de cercle *EFGHM* égale au Triangle rectiligne *ECF*.



DE'MONST. On ſçait que les ſecteurs *ECM* & *GCH* ſont entr'eux comme les quarrés de leurs rayons *EC* & *GC* : c'eſt-à-dire, le ſecteur *ECM*. ſecteur $GCH :: \overline{EC}^2.\ \overline{GC}^2$. Donc (*dividendo*) l'eſpace *EGHM*. ſecteur $GCH :: \overline{EC}^2 - \overline{GC}^2.\ \overline{GC}^2$ (*hyp.*) :: *FG. GH* :: ſecteur *FCG*. ſecteur *GCH*. Et par conſéquent la portion de

cercle $EGHM$ eſt égale au ſecteur FCG. Donc en ajoutant de part & d'autre le Triangle mixte FGE, l'on aura auſſi la portion de cercle $EFGHM$ égale au Triangle rectiligne ECF. *Ce qu'il falloit démontrer.*

II. Pour rendre ceci pratiquable par la ſeule Géométrie d'Euclide, ſoient m & n deux nombres entiers, dont le premier m ſoit un terme quelconque d'une progreſſion géométrique double, & n tel autre nombre qu'on voudra. Soit enſuite le rayon AC du cercle donné, diviſé en D de maniere que le rayon $AD. DC :: m. n$. Et en ce point D la droite DB perpendiculaire à ce rayon, laquelle ſoit rencontrée en B par le demi-cercle ABC décrit ſur ce même rayon comme diamétre. Soit enfin décrit du centre C, & du rayon CB, le petit cercle BFF. Je dis que ſi l'on tire une droite EE quelconque qui le rencontre en F comme ci-deſſus, & qu'on faſſe le rayon CE qui le rencontre auſſi en G, l'on pourra toujours faire $FG. GH :: \overline{EC}^2 - \overline{GC}^2. \overline{GC}^2$. Et par conſéquent (*art. 1.*) en tirant les rayons CF, CH, dont celui-ci ſoit prolongé juſqu'en M, on pourra auſſi toujours trouver une portion de cercle $EFGHM$ égale au Triangle rectiligne ECF, c'eſt-à-dire, toujours quarrable.

DE'MONST. Puiſque (*hyp.*) $m. n :: AD. DC$. l'on aura auſſi (*componendo*) $m + n. n :: AC. DC :: \overline{AC}^2. \overline{CB}^2 :: \overline{EC}^2. \overline{GC}^2$. Donc (*dividendo*) $m. n :: \overline{EC}^2 - \overline{GC}^2. \overline{GC}^2$. Or m étant (*hyp.*) un terme d'une progreſſion géométrique double, il eſt viſible par la Prop. 9. Liv. 1. d'Euclide, que quel que ſoit l'arc FG, on le pourra toujours diviſer en autant de parties égales qu'il y aura d'unités dans m, & répéter une de ces parties en GH autant de fois qu'il y aura d'unités dans n; Et ainſi avoir toujours $FG. GH :: m. n$. Donc la Géométrie ſeule d'Euclide donnera toujours ici $FG. GH :: \overline{EC}^2 - \overline{GC}^2. \overline{GC}^2$. Donc en prolongeant CH juſqu'en M, l'on aura auſſi toujours (*art. 1.*) la portion de cercle $EFGHM$ égale au Triangle rectiligne ECF. *Ce qu'il falloit démontrer.*

III. On voit de-là non-seulement que le rapport de m à n pouvant varier à l'infini sans sortir des conditions requises, on peut aussi trouver une infinité de cercles BFF qui détermineront de cette maniere une infinité de portions quarrables du cercle donné AEE, sans changer la position de la droite EE qui les rencontre comme l'on voudra; mais encore que cette position arbitraire de la droite EE pouvant varier à l'infini, celui qu'on voudra de ces cercles BFF pourra seul fournir aussi de même une infinité de portions pareillement quarrables du cercle donné AEE. D'où l'on voit enfin que les variabilités infinies, tant du cercle BFF, que de la position de la droite EE, jointes ensemble, pourront fournir de même par la Géométrie seule d'Euclide, une infinité d'infinités de portions toutes quarrables du cercle donné.

OBSERVATION
DE L'ECLIPSE DE LUNE

Du 3 Janvier 1703. faite à Rome par Messieurs Bianchini & Maraldi, comparée à la nôtre de Paris.

PAR M. CASSINI.

A Rome. heur. min. sec.		*A Paris.*	*Difference des Mérid.*	
4 40 0	Après minuit le diamétre de la Lune 30′ 45″.			1703. 31. Janvier.
6 14 0	Commencement avec une Lunette de 6 palmes.			
6 15 ½	Commencement avec une de 15 palmes.	$5^h\ 35'\ 0''$	$0\ 40'\ \frac{1}{2}''$	
6 24 ½	L'ombre à Heraclides.	5 44 25	0 40 5	
6 25 ½	L'ombre à *Promontorium acutum.*			

Manière de trouver une infinité de portions de cercle toutes quarrables, moyennant la seule géométrie d' Euclide - M. VARIGNON
Académie royale des sciences - Année 1703

MATHÉMATIQUE, GÉOMÉTRIE